

CINEMÁTICA: MOVIMIENTO RECTILÍNEO, PROBLEMAS VARIOS

Un arquero dispara una flecha que produce un fuerte ruido al chocar contra el blanco. La velocidad media de la flecha es de 150 m/s. El arquero escucha el impacto exactamente 1 s después de disparar el arco. Si la velocidad del sonido es de 340 m/s ¿a qué distancia se encuentra el blanco?

Solución: I.T.I. 94

Texto solución

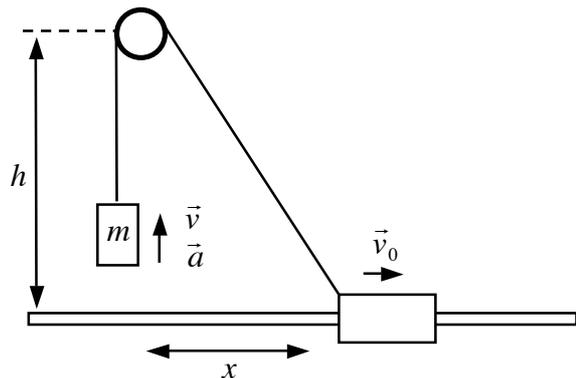
Un tren parte de una estación con aceleración constante de 0.4 m/s. Un pasajero llega al andén desde el que partió el tren 6 s después de que el extremo final del mismo abandonara el punto en el que se encuentra el pasajero. Suponiendo que el pasajero corra a una velocidad constante ¿cuál será la velocidad mínima a la que debe correr para alcanzar el tren? Dibujar las curvas correspondientes al movimiento del pasajero y del tren en función del tiempo.

Solución: I.T.I. 94

Texto solución

Una masa m está conectada mediante un hilo inextensible a una deslizadera que puede moverse horizontalmente con velocidad v_0 constante. Si el hilo pasa por una polea situada a una altura h sobre la deslizadera (ver figura), demostrar que la velocidad y la aceleración de la masa m vienen dadas por:

$$v = \frac{xv_0}{(x^2 + h^2)^{1/2}}, \quad a = \frac{h^2 v_0^2}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$$



Solución: I.T.T. 92, 96, 00

Texto solución

Un motorista se aproxima a un semáforo en verde con una velocidad v_0 en el momento en que la luz cambia a ámbar. a) Si su tiempo de reacción es τ , durante el cual decide parar y aprieta el freno, siendo a la aceleración máxima de frenado, ¿cuál será la distancia $s_{mín.}$ al semáforo, en el momento en que este cambia a ámbar, que le permitirá detener su vehículo? b) Si la luz ámbar dura un tiempo t_s antes de cambiar a roja, ¿cuál será la máxima distancia $s_{máx.}$ al semáforo, en el momento en que la luz cambia a ámbar, que le permita continuar a la velocidad v_0 sin saltarse la luz roja? c) Demuéstrese que si su velocidad inicial v_0 es mayor que $v_{0,máx.} = 2a(t_s - \tau)$ habrá un intervalo de distancias al semáforo tal que no podrá parar a tiempo ni seguir adelante sin saltarse la luz roja. d) Utilícense valores razonables de τ , t_s y a , y calcúlese $v_{0,máx.}$.

Solución: I.T.I. 99, 02, 05, I.T.T. 95, 99, 02, 05

- a) Colocamos nuestro origen de coordenadas en la posición del semáforo, ponemos en marcha nuestro cronómetro cuando la luz cambia a ámbar, y llamamos s a la distancia del motorista al semáforo en dicho momento. Cuando el motorista reacciona, al moverse con velocidad constante, se habrá acercado una distancia $v_0\tau$ antes de empezar a frenar e iniciar un movimiento uniformemente acelerado. Las condiciones iniciales para dicho movimiento serán:

$$t_0 = \tau \quad , \quad x_0 = -s + v_0\tau \quad , \quad v_0$$

La ecuación para la posición y la velocidad será:

$$x = -s + v_0\tau + v_0(t - \tau) - \frac{1}{2}a(t - \tau)^2 \quad , \quad v = v_0 - a(t - \tau)$$

En el momento en que se detiene, $t = t_d$:

$$v(t_d) = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 - a(t_d - \tau) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_d = \frac{v_0}{a} + \tau$$

En ese instante se tiene que cumplir que $x(t_d) \leq 0$ (se tiene que haber detenido sin sobrepasar la posición del semáforo), con lo que:

$$-s + v_0 t_d - \frac{1}{2}a(t_d - \tau)^2 \leq 0 \quad \Rightarrow \quad s \geq \frac{v_0^2}{2a} + v_0\tau$$

Habrà por lo tanto una distancia mínima de frenado, $s_{mín.}$, de tal forma que si el motorista se encontrase a una distancia menor no le daría tiempo a frenar sin pasarse el semáforo.

$$s_{mín.} = \frac{v_0^2}{2a} + v_0\tau$$

- b) Si lo que decide el motorista es continuar con su velocidad inicial sin frenar la ecuación de su posición será:

$$x = -s + v_0\tau + v_0(t - \tau) = -s + v_0t$$

Si queremos que el motorista haya sobrepasado el semáforo cuando éste cambie a rojo:

$$x(t_s) \geq 0 \Rightarrow -s + v_0 t_s \geq 0 \Rightarrow s \leq v_0 t_s$$

Habrà por lo tanto una distancia máxima de mantenimiento de velocidad, $s_{màx.}$, de tal forma que si el motorista se encontrase a una distancia mayor no podría mantener su velocidad sin pasarse el semáforo.

$$s_{màx.} = v_0 t_s$$

c) Si la distancia s a la que se encontraba inicialmente el motorista verifica:

$$s_{mín.} \leq s \leq s_{màx.}$$

puede optar por lo tanto por frenar ($s_{mín.} \leq s$) o por mantener la velocidad ($s \leq s_{màx.}$), pero puede darse el caso en que la condición que se verifique sea:

$$s_{màx.} \leq s \leq s_{mín.}$$

En este caso no puede optar ni por frenar ($s \leq s_{mín.}$), ni por mantener la velocidad ($s_{màx.} \leq s$), con lo cual se pasaría el semáforo en rojo (¡a no ser que acelere!).

Para que esta peligrosa situación no se produzca es por lo tanto necesario que: $s_{mín.} \leq s_{màx.}$, con lo que:

$$\frac{v_0^2}{2a} + v_0 \tau \leq v_0 t_s \Rightarrow v_0 \leq v_{0,màx.} = 2a(t_s - \tau)$$

Por lo tanto si la velocidad del motorista es inferior a $v_{0,màx.}$ puede optar tanto por frenar como por mantener la velocidad, pero si es superior, se encontrará en la peligrosa situación anterior y no podrá hacer ni lo uno ni lo otro sin pasarse el semáforo en rojo.

d) Si tomamos $\tau = 0.2$ s (conductor con buenos reflejos), $t_s = 2.0$ s y $a = 8$ m/s² (suelo seco) o $a = 2.5$ m/s² (suelo húmedo) tenemos que:

$$v_{0,màx.} = 104 \text{ km/h (suelo seco)}$$

$$v_{0,màx.} = 32.4 \text{ km/h (suelo húmedo)}$$

Por ejemplo en suelo húmedo un motorista que se acerque al semáforo a 40 km/h (respetando la limitación de velocidad) tendrá problemas si ve que el semáforo cambia a ámbar cuando el se encuentra a una distancia s :

$$s_{màx.} = 22.2 \text{ m} \leq s \leq s_{mín.} = 26.9 \text{ m}$$

Un coche de 3.5 m de largo viaja a velocidad cte. de 20 m/s y se acerca a un cruce de 20 m de ancho. El semáforo se pone en amarillo cuando el frente del coche está a 50 m del cruce. Si el conductor pisa el freno, el auto se frenará a $-4,2 \text{ m/s}^2$, si pisa el acelerador, el auto acelerará a 1.5 m/s^2 . El semáforo estará en amarillo durante 3 s. Ignorando el tiempo de reacción del conductor ¿Deberá éste pisar el freno o el acelerador?

Solución: I.T.I. 03, I.T.T. 04

Vamos a situar nuestro origen de coordenadas en la posición del semáforo, el eje X orientado en el sentido del movimiento del coche y ponemos a cero nuestro cronómetro cuando el semáforo se pone en amarillo.

Escribamos las condiciones iniciales del movimiento y las ecuaciones de movimiento para el coche en el caso en que decida frenar:

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = -50 \text{ m} \quad , \quad v_0 = 20 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \quad , \quad a = -4.2 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + a t \end{array} \right.$$

El coche se detendrá en el instante t_d :

$$v(t_d) = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 + a t_d = 0 \quad \Rightarrow \quad t_d = -\frac{v_0}{a} = 4.76 \text{ s}$$

En ese momento su posición será:

$$x(t_d) = x_0 + v_0 t_d + \frac{1}{2} a t_d^2 = -2.38 \text{ m}$$

El resultado es negativo, por lo tanto el coche frena antes de pasar el semáforo.

En el caso en que decida acelerar tenemos:

$$\left. \begin{array}{l} x_0 = -50 \text{ m} \quad , \quad v_0 = 20 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \quad , \quad a = 1.5 \text{ m/s}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + a t \end{array} \right.$$

Y para $t = t_{rojo} = 3 \text{ s}$ la posición del coche será:

$$x(t_{rojo}) = x_0 + v_0 t_{rojo} + \frac{1}{2} a t_{rojo}^2 = 16.75 \text{ m}$$

El coche por lo tanto pasaría el semáforo en ámbar, sin embargo no le ha dado tiempo de atravesar todo el cruce, lo cual puede entrañar cierto peligro.

De las dos opciones resulta por lo tanto más segura la de frenar el coche.

