CINEMÁTICA:
MOVIMIENTO RECTILÍNEO,
DATOS EN FUNCIÓN DEL TIEMPO.

La velocidad de una partícula viene dada por $v(t) = 6t + 3$, con t en segundos y v en m/s. a) Hacer un gráfico de $v(t)$ y hallar el área limitada por la curva en el intervalo de 0 a 5 s. b) Hallar $x(t)$, y utilizarlo para calcular el desplazamiento durante el mismo intervalo.

Solución: **I.T.I. 94**

Texto solución

Una partícula se mueve a lo largo de una recta según la ecuación $x(t) = 16t - t^2$, tomando x en metros y t en segundos. a) ¿Cuál es la posición del móvil cuando t = 1 s? b) ¿En qué instante el móvil pasa por el origen? c) ¿Cuál es la velocidad media en el intervalo (0, 2) segundos? d) Calcular su velocidad instantánea. e) ¿En qué instante el móvil tiene velocidad nula? f) Representar $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$.

Solución: **I.T.I. 95**

Texto solución

En el momento t = 0 una partícula sale del origen de coordenadas en dirección positiva del eje X. Su velocidad varía según la ley $v = v_0\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$ con v_0 = 10.0 cm/s y τ = 5.0 s. Hallar: a) la coordenada x de la partícula en función del tiempo, b) los instantes de tiempo en los que la partícula se encuentra a 10.0 cm del origen de coordenadas, c) la distancia s recorrida por la partícula en los primeros 4.0 y 8.0 s, representar el gráfico aproximado de $s(t)$.

Solución: **I.T.T. 97, 03**

a) La posición de la partícula vendrá dada por:

$$x(t) = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t v_0\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)dt = \boxed{v_0\left(t - \frac{t^2}{2\tau}\right)}$$

b) La partícula puede encontrarse a 10 cm a la derecha del origen:

$$\left.\begin{array}{c} t = t_1 \\ \\ x_1 = x(t_1) = 10 \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x_1 = v_0\left(t_1 - \frac{t_1^2}{2\tau}\right)$$

$$\Rightarrow \quad t_1 = \tau \pm \sqrt{\tau^2 - \frac{2\tau x_1}{v_0}} = \begin{cases} \boxed{1.13 \text{ s}} \\ \boxed{8.87 \text{ s}} \end{cases}$$

o puede encontrarse a 10 cm a la izquierda del origen:

$$\left.\begin{array}{c} t = t_2 \\ \\ x_2 = x(t_2) = -10 \text{ cm} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x_2 = v_0\left(t_2 - \frac{t_2^2}{2\tau}\right)$$

$$\Rightarrow \quad t_2 = \tau \pm \sqrt{\tau^2 - \frac{2\tau x_2}{v_0}} = \begin{cases} \cancel{-0.92 \text{ s}} \\ \boxed{10.9 \text{ s}} \end{cases}$$

(No nos dicen nada acerca del movimiento de la partícula en instantes anteriores a $t = 0$ con lo que la solución negativa no tiene sentido en nuestro caso)

c) Nos preguntan por la distancia recorrida por la partícula, no por el desplazamiento, con lo que en el cálculo a realizar habrá que tener en cuenta el módulo de la velocidad (la distancia siempre será una cantidad positiva que irá creciendo con el tiempo a diferencia de la coordenada x que puede disminuir e incluso hacerse negativa):

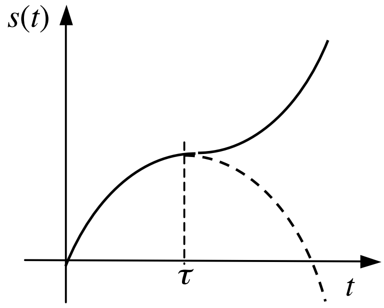
$$s(t) = \int_0^t |v|\,dt = \int v_0 \left|\left(1 - \frac{t}{\tau}\right)\right| dt = \begin{cases} v_0\left(t - \dfrac{t^2}{2\tau}\right) & t \le \tau \\ v_0\left(\dfrac{t^2}{2\tau} - t\right) + v_0\tau & t \ge \tau \end{cases}$$

En los momentos $t_3 = 4.0$ s y $t_4 = 8.0$ s tenemos que:

$$s(t_3) = v_0\left(t_3 - \frac{t_3^2}{2\tau}\right) = \boxed{24.0 \text{ cm}}$$

$$s(t_4) = v_0\left(\frac{t_4^2}{2\tau} - t_4\right) = \boxed{34.0 \text{ cm}}$$

La gráfica para la distancia será:



La aceleración de una partícula que describe un movimiento unidimensional es $a = \operatorname{sen} t$ (en unidades del S.I.). Si para $t = 0$ su posición era $x = 0$ calcular y representar $v(t)$ y $x(t)$ cuando: a) $v(0) = 0$, b) $v(0) = 1$ m/s. ¿Describirá la partícula en ambos casos un movimiento oscilatorio?

Solución: **I.T.I. 93**

Texto solución

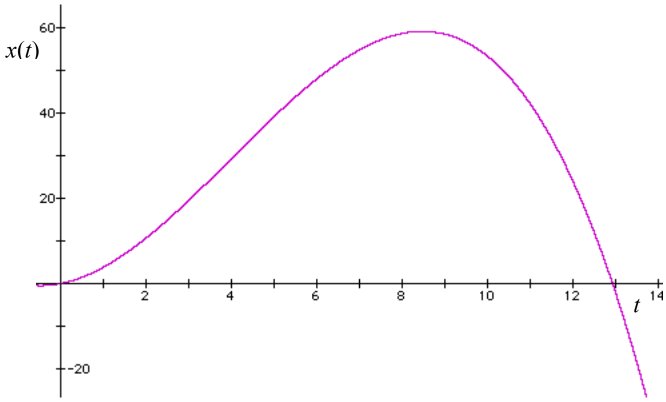
La aceleración de un cuerpo que se mueve en línea recta está dada por $a = 4 - t$, con a en m/s^2 y t en segundos. a) Hallar las expresiones para la velocidad y el desplazamiento en función del tiempo, dado que para t_0 = 0s, v_0 = 2m/s y x_0= 0m. b) Hacer las gráficas de a, v y x en función del tiempo. c) ¿Cuándo es acelerado el movimiento y cuando es desacelerado?

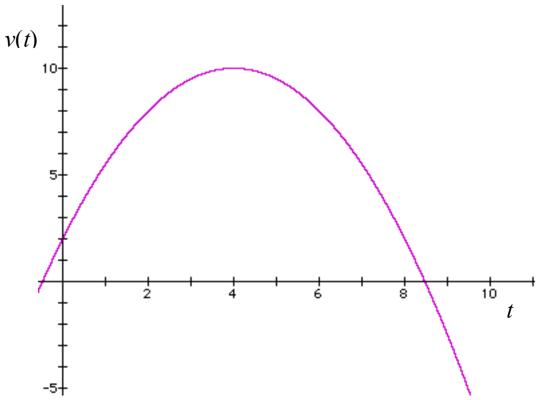
Solución: **I.T.I. 00, I.T.T. 04**

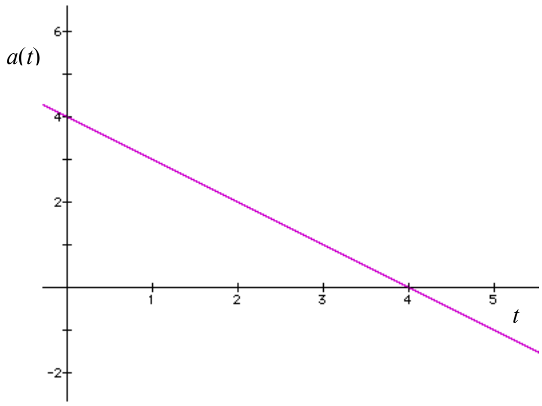
a) $$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\, dt = 2 + \int_0^t (4 - t)\, dt = 2 + \left[4t - \frac{t^2}{2}\right]_0^t = \boxed{2 + 4t - \frac{t^2}{2}}$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\, dt = 0 + \int_0^t \left[2 + 4t - \frac{t^2}{2}\right] dt = \left[2t + 2t^2 - \frac{t^3}{6}\right]_0^t = \boxed{2t + 2t^2 - \frac{t^3}{6}}$$

b) Las gráficas serán las siguientes:







c) Lo que nos piden es que indiquemos en que intervalos de tiempo la aceleración es positiva y en cuales la aceleración es negativa:

$$a > 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - t > 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t < 4}$$

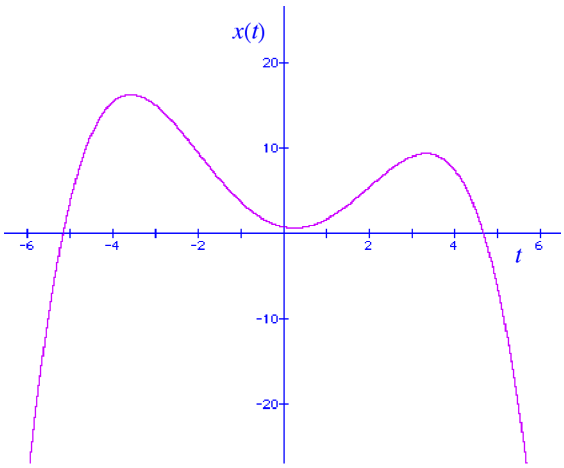
La aceleración de un cuerpo que se mueve en línea recta está dada por $a = 4 - t^2$, con a en m/s^2 y t en segundos. a) Hallar las expresiones para la velocidad y el desplazamiento en función del tiempo, dado que para $t_0 = 3$s, $v_0 = 2$ms^{-1} y x_0= 9m. b) Hacer las gráficas de a, v y x en función del tiempo. c) ¿Cuándo es acelerado el movimiento y cuando es desacelerado?

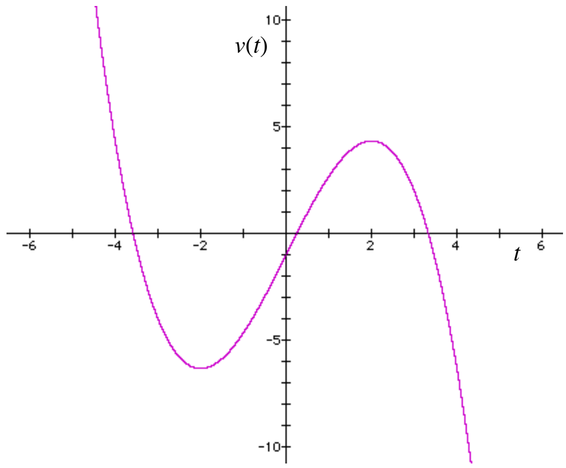
Solución: I.T.I. 95, 96, 99, 01, 04, I.T.T. 99, 01

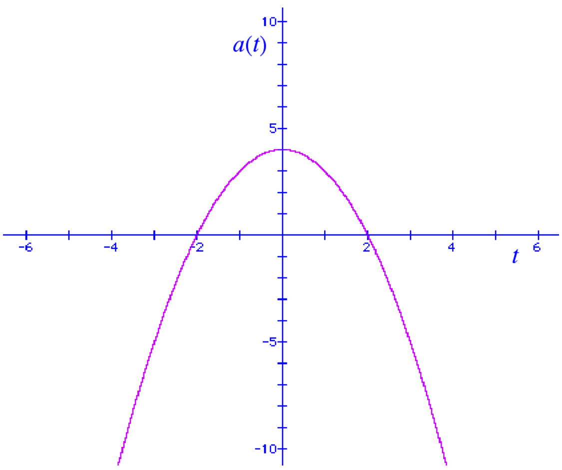
a) $$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(t)\,dt = 2 + \int_3^t \left(4 - t^2\right) dt = 2 + \left[4t - \frac{t^3}{3}\right]_3^t = \boxed{-1 + 4t - \frac{t^3}{3}}$$

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^{t} v(t)\,dt = 9 + \int_3^t \left[-1 + 4t - \frac{t^3}{3}\right] dt = 9 + \left[-t + 2t^2 - \frac{t^4}{12}\right]_3^t = \boxed{\frac{3}{4} - t + 2t^2 - \frac{t^4}{12}}$$

b) Las gráficas serán las siguientes:







c) Lo que nos piden es que indiquemos en que intervalos de tiempo la aceleración es positiva y en cuales la aceleración es negativa:

$$a > 0 \quad \Rightarrow \quad 4 - t^2 > 0 \quad \Rightarrow \quad |t| < 2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{-2 < t < 2}$$

Fuera de ese intervalo la aceleración se hace negativa: $a < 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{t < -2 \quad \text{ó} \quad t > 2}$

(Como se indica en el enunciado las unidades utilizadas en el problema son las del S.I.)

La velocidad de una partícula en movimiento rectilíneo es $v(t) = 5 - 2t^2$. En t = 0 el objeto está en x = 0. Calcular la posición y la aceleración en función de t. ¿Cuál es el desplazamiento positivo máximo del objeto?

Solución: I.T.I. 03

La posición de la partícula vendrá dada por:

$$x(t) = \int_0^t v(t)\,dt = \int_0^t \left(5 - 2t^2\right) dt = \boxed{5t - \frac{2}{3}t^3}$$

La aceleración la obtendremos derivando:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \boxed{-4t}$$

La posición será máxima en el instante $t_{máx.}$ en que la velocidad (su derivada) se anule:

$$v(t_{máx.}) = 0 \quad \Rightarrow \quad 5 - 2t_{máx.}^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{máx.} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

en ese instante la posición será:

$$x_{máx.} = x(t_{máx.}) = 5t_{máx.} - \frac{2}{3}t_{máx.}^3 = \boxed{5.27 \text{ m}}$$