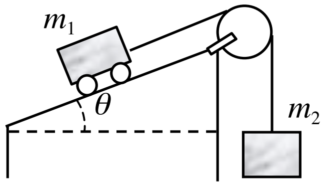
POLEAS:

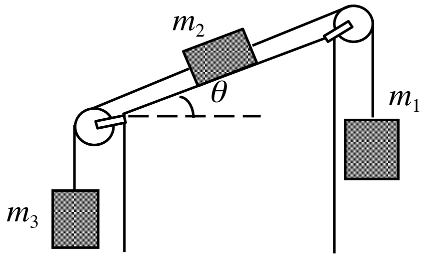
En el sistema constituido por la carretilla y el bloque de masas m_1 y m_2, determinar una expresión para: la aceleración de la carretilla, la tensión de la cuerda y la fuerza ejercida por la superficie sobre la carretilla.



Solución: **I.T.I. 99**

Texto solución

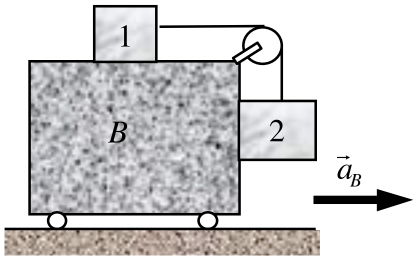
En el sistema de la figura las masas de los cables y poleas son despreciables. Si el coeficiente de rozamiento entre la superficie inclinada y m_2 es μ: a) determinar las condiciones de movimiento en uno u otro sentido, b) en el caso de que el sistema se mueva con aceleración calcularla.



Solución: **I.T.I. 94, I.T.T. 95, I.I. 94**

Texto solución

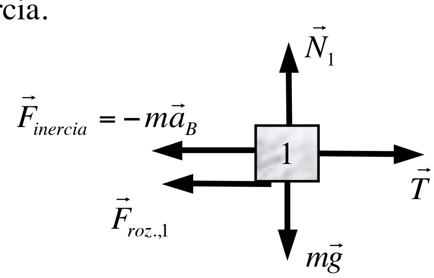
En el sistema de la figura las masas de 1 y 2 son iguales: m, el coeficiente de rozamiento entre los bloques y B es μ, y la masa de la polea es despreciable. ¿Cual es la aceleración mínima a la que debe desplazarse B en dirección horizontal para que los cuerpos 1 y 2 permanezcan en equilibrio respecto de B?. En las mismas condiciones que antes, calcular la aceleración máxima para que se siga manteniendo el equilibrio.

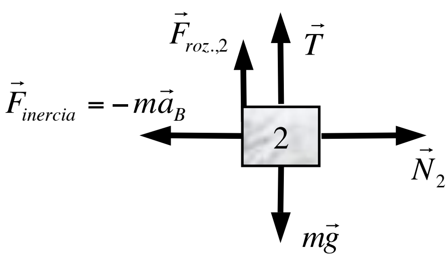


Solución: **I.T.I. 03, I.T.T. 03**

En el caso de que la aceleración de B fuese inferior a cierto valor mínimo $\vec{a}_{B,mín.}$ el bloque 1 se movería hacia la derecha sobre B y el bloque 2 descendería, las fuerzas de rozamiento sobre los dos bloques estarían orientadas en sentido contrario a su movimiento relativo respecto de B. En el caso de que la aceleración de B fuese igual a dicho valor mínimo $\vec{a}_{B,mín.}$ los bloques ya no se moverían, pero las fuerzas de rozamiento que actuarían sobre ellos seguirían teniendo la misma orientación, serían fuerzas de rozamiento estáticas y su valor sería máximo.

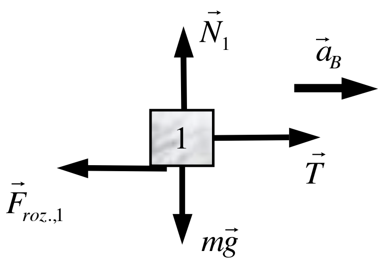
Si viésemos las cosas desde el punto de vista de un observador O' montado en B los dos bloques se encontrarían en reposo y su aceleración sería nula. El hecho de que O' sea un observador no inercial implica que en su análisis tiene que tener en cuenta fuerzas de inercia.

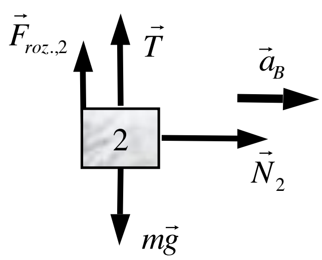




$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,1} + \left(-m\,\vec{a}_B\right) = 0 \qquad m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,2} + \left(-m\,\vec{a}_B\right) = 0$$

Si el análisis del problema lo hace un observador inercial O con su sistema de referencia fijo en el suelo viendo desplazarse aceleradamente el carretón, los diagramas y ecuaciones que plantearía serían:





$$m\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,1} = m\vec{a}_B \qquad m\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,2} = m\vec{a}_B$$

Podemos ver que independientemente de quién analice el problema las ecuaciones finales resultan ser las mismas.

Descomponiendo en componentes horizontales y perpendiculares y teniendo en cuenta que para $\vec{a}_{B,mín.}$ las fuerzas de rozamientos estáticas toman su valor máximo: $F_{roz.,i} = \mu N_i$ tenemos que:

$$N_1 - mg = 0 \qquad T + \mu N_2 - mg = 0$$

$$T - \mu N_1 = ma_{B,mín.} \qquad N_2 = ma_{B,mín.}$$

Sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas cuya solución es:

$$N_1 = mg \qquad T = \left(\frac{1+\mu^2}{1+\mu}\right)mg$$

$$N_2 = \left(\frac{1-\mu}{1+\mu}\right)mg \qquad a_{B,mín.} = \boxed{\left(\frac{1-\mu}{1+\mu}\right)g}$$

En el caso de que la aceleración de B fuese superior a cierto valor máximo $\vec{a}_{B,máx.}$ el bloque 1 se deslizaría hacia la izquierda sobre B y el bloque 2 ascendería, las fuerzas de rozamiento sobre los dos bloques estarían orientadas en sentido contrario a su movimiento relativo respecto de B. En el caso de que la aceleración de B fuese igual a dicho valor máximo $\vec{a}_{B,máx.}$ los bloques ya no se moverían, pero las fuerzas de rozamiento que actuarían sobre ellos seguirían teniendo la misma orientación, serían fuerzas de rozamiento estáticas y su valor sería máximo.

Los diagramas de fuerzas serían iguales a los del caso anterior cambiando el sentido de las fuerzas de rozamiento y las ecuaciones finales serían las mismas pero cambiando de signo aquellos términos que contengan al coeficiente de rozamiento μ:

$$N_1 - mg = 0 \qquad T - \mu N_2 - mg = 0$$

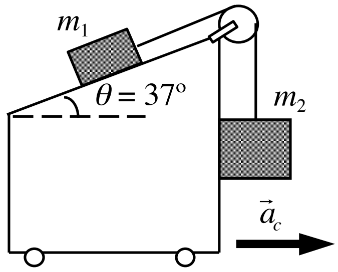
$$T + \mu N_1 = ma_{B,máx.} \qquad N_2 = ma_{B,máx.}$$

Las soluciones serían por lo tanto las mismas cambiando μ por $-\mu$:

$$N_1 = mg \qquad T = \left(\frac{1+\mu^2}{1-\mu}\right)mg$$

$$N_2 = \left(\frac{1+\mu}{1-\mu}\right)mg \qquad a_{B,máx.} = \boxed{\left(\frac{1+\mu}{1-\mu}\right)g}$$

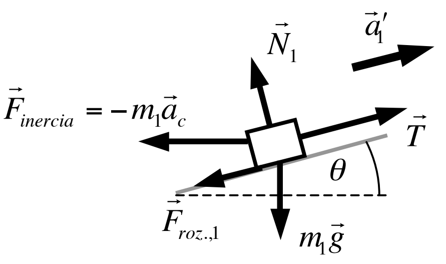
El carretón de la figura es acelerado hacia la derecha a 2 m/s^2 respecto del suelo. Los bloques, de masas $m_1 = 5$ kg y $m_2 = 10$ kg, tienen un coeficiente de rozamiento con el carretón de 0.2. Calcular la aceleración de los bloques respecto del suelo.

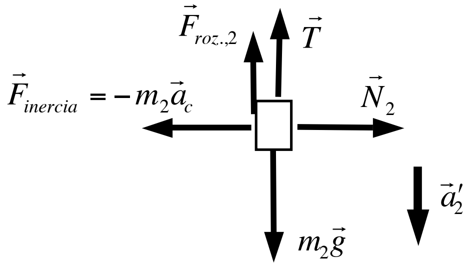


Solución: **I.T.I. 94, 99, 00, I.T.T. 95, 99, 02, 05, I.I. 94**

Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En nuestro caso, dadas las masas de los bloques, parece bastante claro que el movimiento de 1 va a ser ascendente y el de 2 descendente. Consideraremos que la cuerda y la polea son ideales (sin masa).

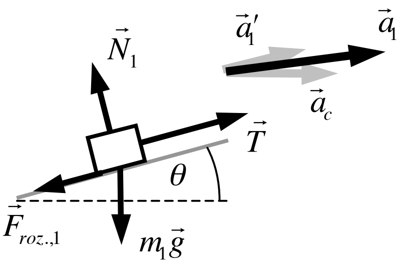
Si viésemos las cosas desde el punto de vista de un observador O' montado en el carretón el bloque 1 tendría una aceleración $\vec{a}_1'$ ascendente a lo largo del plano inclinado y el bloque 2 una aceleración $\vec{a}_2'$ dirigida verticalmente hacia abajo. El hecho de que O' sea un observador no inercial implica que en su análisis tiene que tener en cuenta fuerzas de inercia:

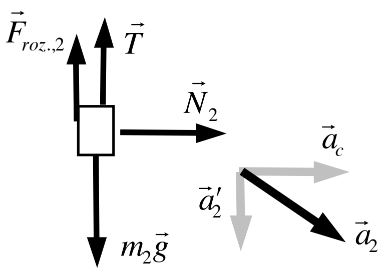




$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,1} + \left(-m_1\vec{a}_c\right) = m_1\vec{a}_1' \qquad m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,2} + \left(-m_2\vec{a}_c\right) = m_2\vec{a}_2'$$

Si el análisis del problema lo hace un observador inercial O con su sistema de referencia fijo en el suelo viendo desplazarse aceleradamente el carretón, los diagramas y ecuaciones que plantearía serían:





$$m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,1} = m_1\vec{a}_1 = m_1\left(\vec{a}_1' + \vec{a}_c\right) \qquad m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{T} + \vec{F}_{roz.,2} = m_2\vec{a}_2 = m_2\left(\vec{a}_2' + \vec{a}_c\right)$$

Independientemente de quién analice el problema las ecuaciones finales resultan ser las mismas. Teniendo en cuenta que al ser constante la longitud de la cuerda: $a_1' = a_2' = a'$, y que las fuerzas de rozamientos son dinámicas: $F_{roz.,i} = \mu N_i$ Descomponiendo en componentes a lo largo del plano y perpendiculares al plano para el bloque 1 y en componentes horizontales y verticales para el bloque 2:

$$-m_1 g \operatorname{sen}\theta + T - \mu N_1 = m_1\left(a' + a_c \cos\theta\right) \qquad N_2 = m_2 a_c$$

$$-m_1 g \cos\theta + N_1 = -m_1 a_c \operatorname{sen}\theta \qquad m_2 g - T - \mu N_2 = m_2 a'$$

Sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas cuya solución es:

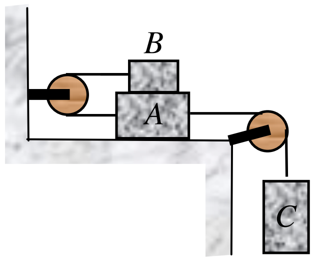
$$N_1 = m_1\left(g\cos\theta - a_c \operatorname{sen}\theta\right) = \boxed{33.1\,\mathrm{N}}$$

$$N_2 = m_2 a_c = \boxed{20.0\ \mathrm{N}}$$

$$a' = \frac{m_2\left(g - \mu a_c\right) - m_1\left[g\left(\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta\right) + a_c\left(\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta\right)\right]}{m_1 + m_2} = \boxed{3.33\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$T = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)\left[g\left(1 + \operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta\right) + a_c\left(\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta - \mu\right)\right] = \boxed{60.7\ \mathrm{N}}$$

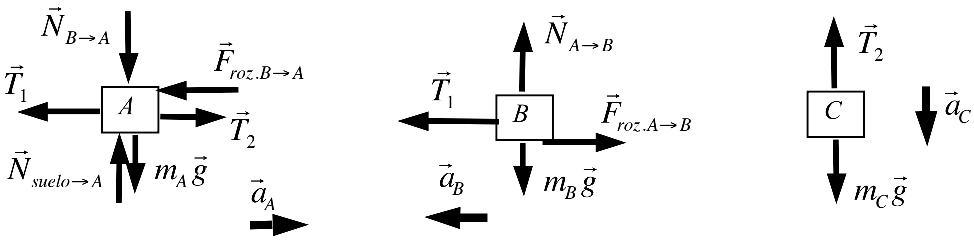
El coeficiente de rozamiento entre los dos bloques es $\mu = 0.3$. La superficie horizontal y las poleas no tienen rozamiento y las masas se liberan a partir del reposo. a) Dibujar los diagramas de cuerpo libre para cada bloque. b) Calcular la aceleración de cada bloque. c) determinar las tensiones de las cuerdas.
Datos: $m_A = 3$ kg, $m_B = 2$ kg y $m_C = 10$ kg.



Solución: **I.T.I. 93, I.T.T. 00**

Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. Debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento hacia la derecha para A, hacia la izquierda para B y hacia abajo para C.

Dibujando el diagrama de fuerzas para los tres cuerpos:



Planteando la segunda ley de Newton para cada cuerpo, teniendo en cuenta que los rozamientos son cinéticos $\left(F_{roz.} = \mu N\right)$ y que las tres aceleraciones son iguales en magnitud:

$$N_{A\to B} = N_{B\to A} = m_B g \quad \Rightarrow \quad F_{roz.A\to B} = F_{roz.B\to A} = \mu m_B g$$

$$N_{suelo\to A} = N_{B\to A} + m_A g = \left(m_A + m_B\right) g$$

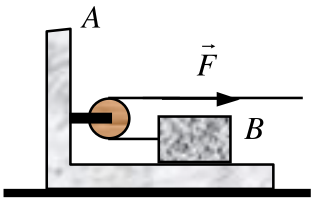
$$T_2 - \mu m_B g - T_1 = m_A a \quad (1) \qquad T_1 - \mu m_B g = m_B a \quad (2)$$

$$m_C g - T_2 = m_C a \quad (3)$$

La solución del sistema de ecuaciones conduce a:

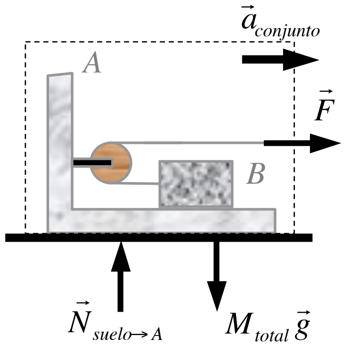
$$a = \left(\frac{m_C - 2\mu m_B}{m_A + m_B + m_C}\right) g = 5.75 \text{ m/s}^2 \quad \Rightarrow \quad T_1 = 17.4 \text{ N} \;,\quad T_2 = 40.5 \text{ N}$$

Un bloque de 6 kg descansa, como se indica en la figura, sobre la pieza en forma de L de 10 kg. Los coeficientes de rozamiento entre ambos son $\mu_{est.} = 0.30$ y $\mu_{din.} = 0.25$, y no hay rozamiento ni en la polea (idealmente sin masa) ni en el plano horizontal. Determinar: a) La máxima fuerza que se puede ejercer en la cuerda para que el bloque *B* no deslice sobre *A*, b) la aceleración en dicho caso.



Solución: **I.T.I. 97, 01, 03, I.T.T. 97, 01, 04**

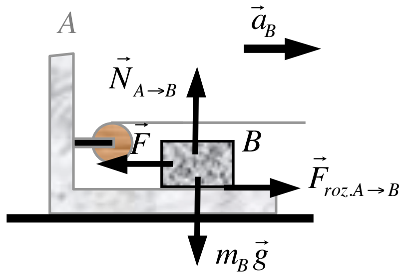
a) Si consideramos el conjunto de los dos bloques su aceleración vendrá dada por:



$$\vec{F} + \vec{N}_{suelo \to A} + M_{total}\,\vec{g} = M_{total}\,\vec{a}_{conjunto}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_{suelo \to A} = M_{total}\,g \\ F = M_{total}\,a_{conjunto} \quad \Rightarrow \quad a_{conjunto} = \dfrac{F}{M_{total}} = \dfrac{F}{m_A + m_B} \end{cases}$$

Si analizamos el diagrama de fuerzas del cuerpo *B*:



$$\vec{F}_{roz.A \to B} + \vec{F} + \vec{N}_{A \to B} + m_B\vec{g} = m_B\vec{a}_B$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_{A \to B} = m_B g \\ F_{roz.A \to B} - F = m_B a_B \quad \Rightarrow \quad a_B = \dfrac{F_{roz.A \to B} - F}{m_B} \end{cases}$$

Los dos resultados hacen referencia a la misma aceleración, ya que los bloques se mueven conjuntamente:

$$\frac{F}{m_A + m_B} = \frac{F_{roz.A \to B} - F}{m_B} \quad \Rightarrow \quad F = \left(\frac{m_A + m_B}{m_A + 2m_B}\right) F_{roz.A \to B}$$

La <u>fuerza de rozamiento</u> entre los dos bloques es <u>estática</u>, aunque los dos bloques se encuentren en movimiento acelerado <u>su movimiento relativo es nulo</u>. Esta fuerza de rozamiento puede crecer hasta cierto valor límite, lo cual nos limita el valor de *F*:

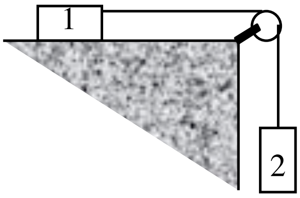
$$F_{roz.A \to B} \le F_{roz.máx.A \to B} = \mu_{est.} N_{A \to B} = \mu_{est.} m_B g$$

$$\Rightarrow \quad F \le \mu_{est.}\left(\frac{m_A + m_B}{m_A + 2m_B}\right) m_B g = \boxed{12.83\,\mathrm{N}}$$

b) Si la fuerza F alcanza su valor máximo, volviendo al análisis que hacíamos para el conjunto:

$$a_{conjunto} = \frac{F}{M_{total}} = \frac{F}{m_A + m_B} = \boxed{0.802\,\mathrm{m/s^2}}$$

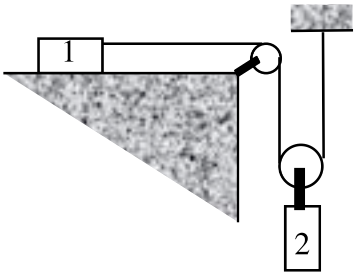
Calcular, para el sistema de la figura, las aceleraciones de los distintos cuerpos y la tensión de las cuerdas. Las cuerdas y las poleas son ideales sin masa.



Solución: **I.T.I. 96**

Texto solución

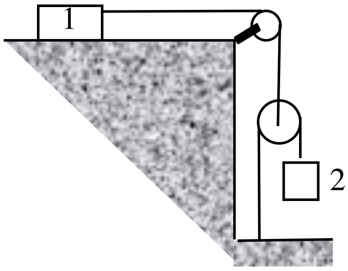
Calcular, para el sistema de la figura, las aceleraciones de los distintos cuerpos y la tensión de la cuerda. La cuerda y las poleas son ideales sin masa.



Solución: **I.T.I. 96**

Texto solución

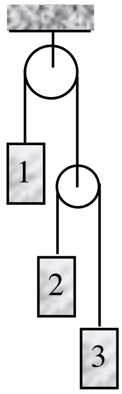
Calcular, para el sistema de la figura, las aceleraciones de los distintos cuerpos y la tensión de las cuerdas. Las cuerdas y las poleas son ideales sin masa.



Solución: **I.T.I. 96**

Texto solución

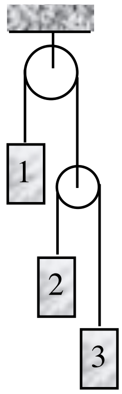
En el sistema de la figura se suponen nulos los rozamientos y las masas de las poleas y de las cuerdas. Hallar m_1 para que m_3 permanezca en reposo. Determinar en dicho caso las tensiones en las cuerdas. Datos: $m_2 = 0.5$ kg, $m_3 = 0.3$ kg.



Solución: **I.T.I. 93, 96, I.T.T. 95**

Texto solución

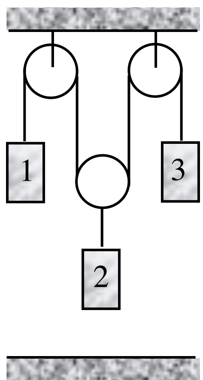
En el sistema de la figura se suponen nulos los rozamientos y las masas de las poleas y de las cuerdas. Hallar m_1 para que m_3 permanezca en reposo. Determinar las aceleraciones de los cuerpos y las tensiones de las cuerdas.



Solución: **I.T.I. 94, I.I. 94**

Texto solución

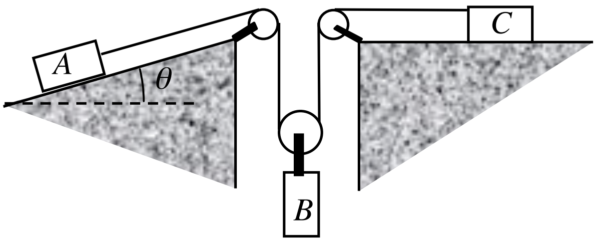
En el sistema de la figura se suponen nulos los rozamientos y las masas de las poleas y de las cuerdas. Determinar la aceleración de cada uno de los bloques. ¿Cuál de ellos llegará primero al suelo? Datos: $m_1 = 5$ kg, $m_2 = 15$ kg, $m_3 = 10$ kg, $h_1 = 0.45$ m, $h_2 = 0.30$ m, $h_3 = 0.45$ m.



Solución: **I.T.I. 95**

Texto solución

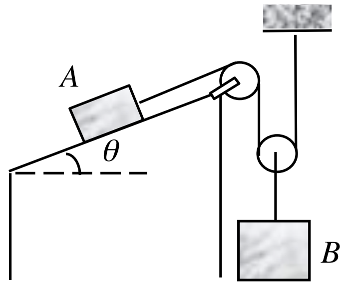
Sabiendo que el coeficiente de rozamiento de ambas superficies con los cuerpos apoyados sobre ellas es de 0.1. determinar las aceleraciones de cada cuerpo si las masas de los mismos son m_A = 3 kg, m_B = 20 kg y m_C = 10 kg y θ = 30º.



Solución: **I.T.I. 96**

Texto solución

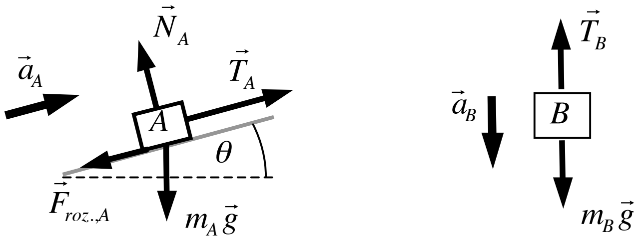
Los dos bloques de la figura parten del reposo. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo A y el plano inclinado es $\mu = 0.25$. Si se desprecia el peso de las poleas y de las cuerdas así como el rozamiento entre ambas, calcular la aceleración de cada bloque y las tensiones de las cuerdas.
Datos: M_A = 100 kg, M_B = 200 kg, $\theta = 30°$.



Solución: **I.T.T. 00, 04**

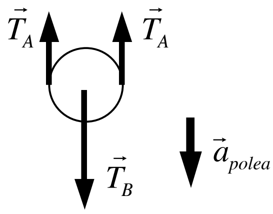
Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En general no tenemos por qué conocer con certeza hacia donde se produce el movimiento. Como regla general, debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento ascendente para A y descendente para B.

Dibujando el diagrama de fuerzas para los dos cuerpos (considerando que el movimiento real se produce hacia la derecha para poder dibujar las fuerzas de rozamiento):



Si suponemos que la cuerda que engancha A con el techo es ideal (sin masa) y que la polea es también ideal (sin masa) la tensión es la misma en todos los puntos de la cuerda. Aplicando la segunda ley de Newton a la polea móvil, podemos ver que la tensión que tira de B es el doble que la tensión que tira de A:

$$T_B - 2T_A = m_{polea}a_{polea} = 0$$



Planteando la segunda ley de Newton para cada cuerpo y teniendo en cuenta que el rozamiento sobre A es dinámico $\left(F_{roz.} = \mu N_A\right)$:

$$\vec{F}_{roz.,A} + \vec{T} + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = m_A\vec{a}_A$$

$$\Rightarrow \quad \left\{ \begin{aligned} & N_A = m_A g\cos\theta \\ & T - F_{roz.A} - m_A g \,\text{sen}\,\theta = m_A a_A \end{aligned} \right\} \Rightarrow T - \mu m_A g\cos\theta - m_A g\,\text{sen}\,\theta = m_A a_A \quad (1)$$

$$m_B\vec{g} + 2\vec{T} = m_B\vec{a}_B \quad \Rightarrow \quad m_B g - 2T = m_B a_B \quad (2)$$

Tenemos 2 ecuaciones y tres incógnitas: T, a_A, a_B. Necesitamos una tercera ecuación para resolver el sistema. Esta ecuación se obtiene teniendo en cuenta que A está unido al techo por una cuerda de longitud fija, lo cual impone una relación entre la aceleración de los dos cuerpos. Cuando el bloque A se desplaza una cierta distancia en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso ascendiendo por el plano, el bloque B se desplaza una distancia mitad, también en el sentido positivo de su movimiento, en nuestro caso descendente. Si los desplazamientos de B son siempre la mitad de los desplazamientos de A, derivando dos veces obtenemos que la relación entre aceleraciones es similar:

$$a_B = \frac{a_A}{2} \quad (3)$$

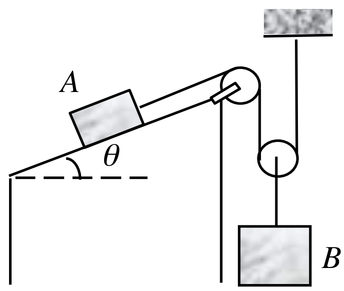
Una vez encontrada la última ecuación podemos resolver el sistema:

$$a_A = \left[\frac{2m_B - 4m_A\left(\operatorname{sen}\theta + \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right]g = \boxed{1.852\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$a_B = \left[\frac{m_B - 2m_A\left(\operatorname{sen}\theta + \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right]g = \boxed{0.926\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$T = \left[2 + \operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta\right]\left(\frac{m_A m_B}{4m_A + m_B}\right)g = \boxed{887.3\,\mathrm{N}}$$

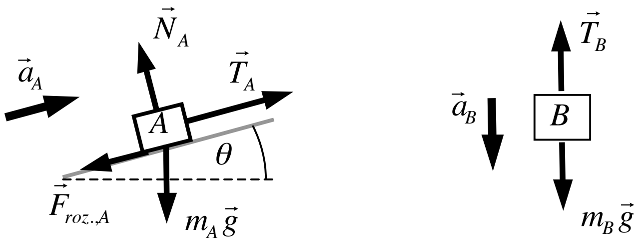
Para el sistema de la figura (las poleas son de masa despreciable y las cuerdas de longitud cte.) determinar: a) la aceleración de los cuerpos, b) la tensión de las cuerdas, c) la velocidad del cuerpo A después de haber recorrido 1 m sobre el plano inclinado. Suponer que el sistema parte del reposo. Datos m_A=1.5 kg, m_B=1 kg, θ=30º, μ = 0.1.



Solución: **I.T.I. 02**

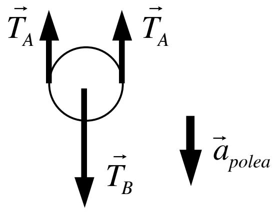
Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En general no tenemos por qué conocer con certeza hacia donde se produce el movimiento. Como regla general, debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento ascendente para A y descendente para B.

a) y b) Dibujando el diagrama de fuerzas para los dos cuerpos (considerando que el movimiento real se produce hacia la derecha para poder dibujar las fuerzas de rozamiento):



Si suponemos que la cuerda que engancha *A* con el techo es ideal (sin masa) y que la polea es también ideal (sin masa) la tensión es la misma en todos los puntos de la cuerda. Aplicando la segunda ley de Newton a la polea móvil, podemos ver que la tensión que tira de *B* es el doble que la tensión que tira de *A*:

$$T_B - 2T_A = m_{polea}a_{polea} = 0$$



Planteando la segunda ley de Newton para cada cuerpo y teniendo en cuenta que el rozamiento sobre *A* es dinámico $\left(F_{roz.} = \mu N_A\right)$:

$$\vec{F}_{roz.,A} + \vec{T} + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = m_A\vec{a}_A$$

$$\Rightarrow \quad \left\{\begin{array}{l} N_A = m_A g\cos\theta \\ T - F_{roz.,A} - m_A g\,\mathrm{sen}\,\theta = m_A a_A \end{array}\right\} \Rightarrow \; T - \mu m_A g\cos\theta - m_A g\,\mathrm{sen}\,\theta = m_A a_A \quad (1)$$

$$m_B\vec{g} + 2\vec{T} = m_B\vec{a}_B \quad \Rightarrow \quad m_B g - 2T = m_B a_B \quad (2)$$

Tenemos 2 ecuaciones y tres incógnitas: T, a_A, a_B. Necesitamos una tercera ecuación para resolver el sistema. Esta ecuación se obtiene teniendo en cuenta que *A* está unido al techo por una cuerda de longitud fija, lo cual impone una relación entre la aceleración de los dos cuerpos. Cuando el bloque *A* se desplaza una cierta distancia en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso ascendiendo por el plano, el bloque *B* se desplaza una distancia mitad, también en el sentido positivo de su movimiento, en nuestro caso descendente. Si los desplazamientos de *B* son siempre la mitad de los desplazamientos de *A*, derivando dos veces obtenemos que la relación entre aceleraciones es similar:

$$a_B = \frac{a_A}{2} \quad (3)$$

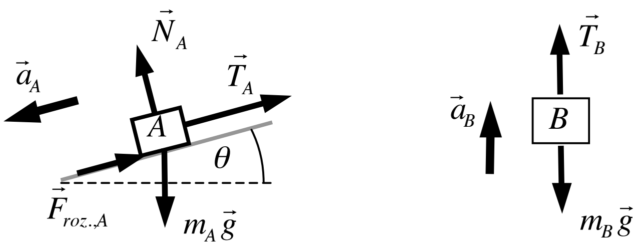
Una vez encontrada la última ecuación podemos resolver el sistema:

$$a_A = \left[\frac{2m_B - 4m_A\left(\text{sen}\theta + \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right]g = -2.13\,\text{m/s}^2$$

$$a_B = \left[\frac{m_B - 2m_A\left(\text{sen}\,\theta + \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right]g = -1.06\,\text{m/s}^2$$

$$T = \left[\,2 + \text{sen}\,\theta + \mu\cos\theta\,\right]\left(\frac{m_A m_B}{4m_A + m_B}\right)g = 5.43\text{N}$$

Vemos que nuestra suposición inicial fue errónea. No sería correcto decir que *A* desciende por el plano con una aceleración de 2.13 m/s^2 y *B* asciende con una aceleración de 1.06 m/s^2 ya que en el análisis anterior hemos tenido en cuenta fuerzas de rozamiento que según nuestro resultado deberían ir al revés. Replanteando de nuevo el diagrama de fuerzas y las ecuaciones:



$$m_A g\,\text{sen}\theta - \mu\, m_A g\cos\theta - T = m_A a_A \quad , \quad 2T - m_B g = m_B a_B \quad , \quad a_B = \frac{a_A}{2}$$

La solución de este nuevo sistema de ecuaciones será:

$$a_A = \left[\frac{4m_A\left(\text{sen}\theta - \mu_{din.}\cos\theta\right) - 2m_B}{4m_A + m_B}\right]g = \boxed{0.673\,\text{m/s}^2}$$

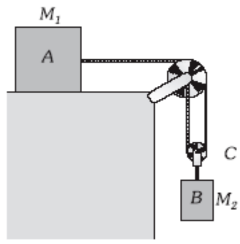
$$a_B = \left[\frac{2m_A\left(\text{sen}\theta - \mu_{din.}\cos\theta\right) - m_B}{4m_A + m_B}\right]g = \boxed{0.336\,\text{m/s}^2}$$

$$T = \left[\,2 + \text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta\,\right]\left(\frac{m_A m_B}{4m_A + m_B}\right)g = \boxed{5.07\text{N}}$$

c) El bloque *A* está realizando un movimiento unidimensional uniformemente acelerado luego se verificará la siguiente relación entre su velocidad, aceleración y desplazamiento realizado a partir de su posición inicial en la que se encontraba en reposo:

$$v_A^2 = 2a_A\Delta s_A \quad \Rightarrow \quad v_A = \sqrt{2a_A\Delta s_A} = \boxed{1.16\,\text{m/s}}$$

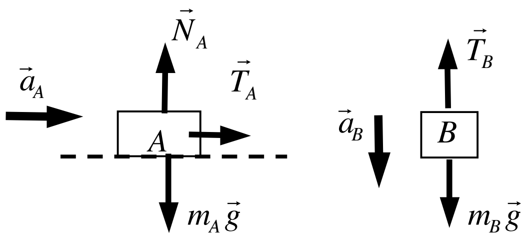
En el sistema representado en la figura m_A = 200 kg y m_B = 500 kg, despreciamos los rozamientos en el plano y en las poleas que consideramos de masa despreciable. Calcular la aceleración de los bloques y la tensión de las cuerdas.



Solución: **I.T.I. 05**

Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En general no tenemos por qué conocer con certeza hacia donde se produce el movimiento. Como regla general, debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento hacia la derecha para *A* y descendente para *B*.

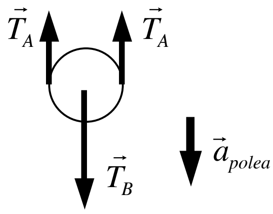
Dibujando el diagrama de fuerzas para los dos cuerpos:



Si suponemos que la cuerda que engancha *A* con el techo es ideal (sin masa) y que la polea es también ideal (sin masa) la tensión es la misma en todos los puntos de la cuerda. Aplicando la segunda ley de Newton a la polea móvil, podemos ver que la tensión que tira de *B* es el doble que la tensión que tira de *A*:

$$T_B - 2T_A = m_{polea}a_{polea} = 0$$

$$\Rightarrow \quad T_B = 2T_A \qquad (1)$$



Planteando la segunda ley de Newton para cada cuerpo:

$$\vec{T}_A + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = m_A\vec{a}_A \quad \Rightarrow \quad T_A = m_A a_A \quad (2)$$

$$m_B\vec{g} + \vec{T}_B = m_B\vec{a}_B \quad \Rightarrow \quad m_B g - T_B = m_B a_B \quad (3)$$

Tenemos 3 ecuaciones y cuatro incógnitas: T_A, T_B, a_A, a_B. Necesitamos una cuarta ecuación para resolver el sistema. Esta ecuación se obtiene teniendo en cuenta que *A* está unido a un punto fijo por una cuerda de longitud determinada, lo cual impone una relación entre la aceleración de los dos cuerpos. Cuando el bloque *A* se desplaza una cierta distancia en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso hacia la derecha, el bloque *B* se desplaza una distancia mitad, también en el sentido positivo de su movimiento, en nuestro caso descendente. Si los desplazamientos de B son siempre la mitad de los desplazamientos de A, derivando dos veces obtenemos que la relación entre aceleraciones es similar:

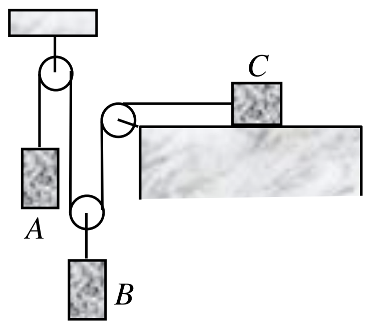
$$a_B = \frac{a_A}{2} \quad (4)$$

Una vez encontrada la última ecuación podemos resolver el sistema:

$$a_A = \left[\frac{2m_B}{4m_A + m_B}\right] g = \boxed{7.54 \text{ m/s}^2} \qquad T_A = \left(\frac{2m_A m_B}{4m_A + m_B}\right) g = \boxed{1.51 \text{ kN}}$$

$$a_B = \left[\frac{m_B}{4m_A + m_B}\right] g = \boxed{3.77 \text{ m/s}^2} \qquad T_B = \left(\frac{4m_A m_B}{4m_A + m_B}\right) g = \boxed{3.02 \text{ kN}}$$

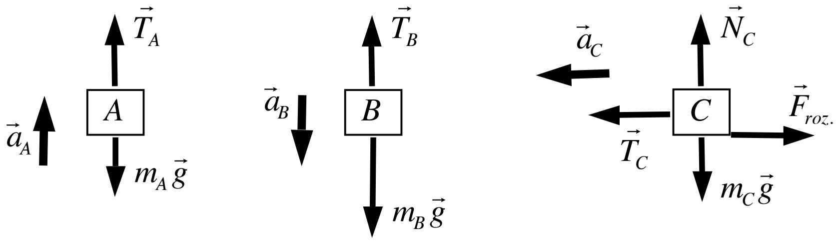
Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0.1$, determinar la aceleración de cada bloque de la figura y las tensiones en las cuerdas si: $m_A = 5$ kg, $m_B = 20$ kg y $m_C = 15$ kg (Considerar la masa de las poleas despreciable)



Solución: **I.T.I. 92, 95, 98, 99, 04, I.T.T. 96, 99, 02, 05**

Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En nuestro caso, dadas las masas de los bloques, parece bastante claro que el movimiento de A va a ser ascendente, el de B descendente y el de C hacia la izquierda. En general, si no se conocieran las masas, no sabríamos con certeza hacia donde se produciría el movimiento. Como regla general, debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento hacia arriba para A, hacia abajo para B y hacia la izquierda para C.

Dibujando el diagrama de fuerzas para los tres cuerpos:

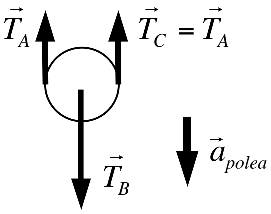


Planteando la segunda ley de Newton para cada cuerpo y teniendo en cuenta que el rozamiento sobre C es dinámico $\left(F_{roz.} = \mu N_C\right)$:

$$T_A - m_A g = m_A a_A \quad , \quad m_B g - T_B = m_B a_B \quad , \quad \left\{ \begin{array}{c} N_C - m_c g = 0 \\ \\ T_C - \mu N_C = m_C a_C \end{array} \right\}$$

Tenemos un sistema de cuatro ecuaciones con siete incógnitas: a_A , a_B , a_C , T_A , T_B , T_C , N_C . Necesitamos por lo tanto tres ecuaciones más.

Si suponemos que la cuerda que engancha A con C es ideal (sin masa) y que las poleas son también ideales (sin masa) las tensiones que tiran de los los dos cuerpos son iguales: $T_A = T_C$. $T_A = T_C$. Con las mismas mismas suposiciones, y aplicando la la segunda ley de Newton Newton a la polea móvil, podemos ver que la tensión que tira tira de B es el doble que la tensión que tira de A o C:



$$T_B - 2T_A = m_{polea} a_{polea} = 0$$

Tenemos ahora seis ecuaciones, nos falta encontrar una última ecuación. Dicha ecuación la podemos sacar de la relación entre las aceleraciones de los tres cuerpos impuesta por el hecho de que las cuerdas que unen los cuerpos son de longitud fija.

En primer lugar tenemos una cuerda que une la polea móvil con el cuerpo B. Es fácil ver que si su longitud es constante la aceleración hacia abajo de dicha polea es igual a la aceleración hacia abajo de B.

Por otro lado tenemos una cuerda que engancha a A con C pasando por la polea móvil. Pensemos por un momento que dicha cuerda es una goma y veamos como influye en su longitud los movimientos de estos tres cuerpos (A, C y la polea móvil). Cuando dejando los demás cuerpos fijos, el bloque A se desplaza una cierta distancia Δx_A en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso hacia arriba, la goma experimenta una contracción igual al desplazamiento realizado por A: $\Delta l_{goma} = -\Delta x_A$. Si ahora dejamos A y C fijos y desplazamos la polea móvil, o lo que es lo mismo, el bloque B una cierta distancia Δx_B en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso hacia abajo, la longitud de la goma se incrementa en el doble del desplazamiento realizado por B: $\Delta l_{goma} = 2\Delta x_B$. Si finalmente dejamos fijos A y la polea móvil y desplazamos C una cierta distancia Δx_C en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso hacia la izquierda, la goma experimenta una contracción igual al desplazamiento realizado por C: $\Delta l_{goma} = -\Delta x_C$. Si ahora tenemos en cuenta el movimiento de los tres cuerpos a la vez y consideramos que lo que tenemos no es una goma sino una cuerda de longitud fija, la variación en su longitud, debido al movimiento combinado de los tres cuerpos, debe ser nula:

$$\Delta l_{cuerda} = -\Delta x_A + 2\Delta x_B - \Delta x_C = 0$$

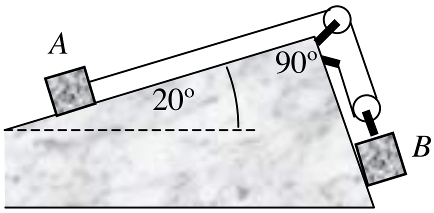
Derivando esta expresión dos veces respecto al tiempo encontramos la relación entre las aceleraciones de los tres cuerpos:

$$-a_A + 2a_B - a_C = 0$$

Nuestro sistema de ecuaciones está ahora completo y su solución es:

$$\left.\begin{array}{cc} T_A - m_A g = m_A a_A & m_B g - T_B = m_B a_B \\ N_C - m_c g = 0 & T_C - \mu N_C = m_C a_C \\ T_A = T_C \quad T_B = 2T_A & -a_A + 2a_B - a_C = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\boxed{\begin{array}{ll} a_A = 3.22 \text{ m/s}^2 & T_A = 65.1 \text{ N} \\ a_B = 3.29 \text{ m/s}^2 & T_B = 130.2 \text{ N} \\ a_C = 3.36 \text{ m/s}^2 & T_C = 65.1 \text{ N} \\ N_C = 147 \text{ N} & \end{array}}\right.$$

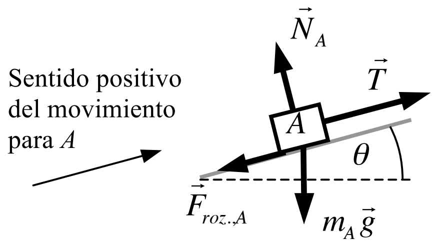
Los dos bloques mostrados en la figura están inicialmente en reposo, despreciando el rozamiento de las poleas (idealmente sin masa) y sabiendo que el coeficiente de rozamiento dinámico entre los bloques y el plano es de 0.25, determinar la aceleración de cada bloque y la tensión de la cuerda. Si el bloque A se hubiese movido inicialmente hacia la izquierda con una velocidad inicial de 1 m/s, determinar de nuevo la aceleración de cada bloque y la tensión de la cuerda. Datos: $m_A = 90$ kg, $m_B = 136$ kg

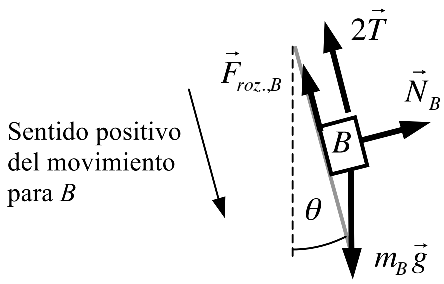


Solución: **I.T.I. 97, 01, 03, I.T.T. 97, 01**

Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. En nuestro caso, dadas las pendientes y las masas de los bloques, parece bastante claro que el movimiento se va a realizar hacia la derecha. En general, si no se conocieran las masas, no sabríamos con certeza hacia donde se produciría el movimiento. Como regla general, debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del

resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento hacia la derecha para los dos bloques.
Dibujando el diagrama de fuerzas para los dos cuerpos (considerando que el movimiento real se produce hacia la derecha para poder dibujar las fuerzas de rozamiento):





Para el bloque A tendremos:

$$\vec{F}_{roz.,A} + \vec{T} + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = m_A\vec{a}_A \qquad \left(F_{roz.,A} = \mu_{din.}N_A\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{cases} N_A = m_A g\cos\theta \\ T - F_{roz.,A} - m_A g \operatorname{sen}\theta = m_A a_A \end{cases}\right\} \Rightarrow T - \mu_{din.}m_A g\cos\theta - m_A g\operatorname{sen}\theta = m_A a_A \quad (1)$$

Para el bloque B tendremos:

$$\vec{F}_{roz.,B} + 2\vec{T} + \vec{N}_B + m_B\vec{g} = m_B\vec{a}_B \qquad \left(F_{roz.,B} = \mu_{din.}N_B\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{cases} N_B = m_B g\operatorname{sen}\theta \\ m_B g\cos\theta - 2T - F_{roz.,B} = m_B a_B \end{cases}\right\} \Rightarrow m_B g\cos\theta - 2T - \mu_{din.}m_B g\operatorname{sen}\theta = m_B a_B \quad (2)$$

Tenemos 2 ecuaciones y tres incógnitas: T, a_1, a_2. Necesitamos una tercera ecuación para resolver el sistema. Esta ecuación se obtiene teniendo en cuenta que los dos bloques están unidos por una cuerda de longitud fija, lo cual impone una relación entre la aceleración de los dos cuerpos. Cuando el bloque A se desplaza una cierta distancia en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso hacia la derecha, el bloque B se desplaza una distancia mitad, también en el sentido positivo de su movimiento. Si los desplazamientos de B son siempre la mitad de los desplazamientos de A, derivando dos veces obtenemos que la relación entre aceleraciones es similar:

$$a_B = \frac{a_A}{2} \quad (3)$$

Una vez encontrada la última ecuación podemos resolver el sistema:

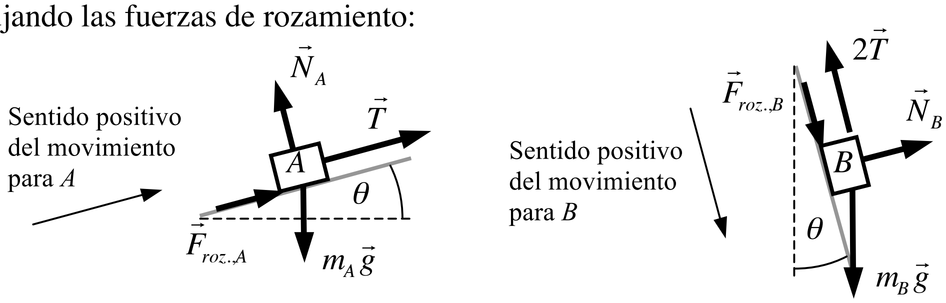
$$a_A = \left[\frac{2m_B\left(\cos\theta - \mu_{din.}\,\mathrm{sen}\,\theta\right) - 4m_A\left(\,\mathrm{sen}\theta + \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right] g = \boxed{0.487\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$a_B = \left[\frac{m_B\left(\cos\theta - \mu_{din.}\,\mathrm{sen}\theta\right) - 2m_A\left(\,\mathrm{sen}\,\theta + \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right] g = \boxed{0.243\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$T = \left[\,2\cos\theta + \mathrm{sen}\theta + \mu_{din.}\left(\cos\theta - 2\,\mathrm{sen}\,\theta\right)\right]\left(\frac{m_A m_B}{4m_A + m_B}\right) g = \boxed{553\,\mathrm{N}}$$

En las expresiones anteriores a_1 y a_2 hacen referencia a la componente de la aceleración a lo largo de la dirección de movimiento para cada bloque, <u>no son módulos,</u> como lo son T, $F_{roz.A}$, etc., y por lo tanto pueden tomar valores tanto positivos como negativos o nulos, que se interpretarán de acuerdo con el sentido positivo escogido para el movimiento de cada bloque. En todo caso la solución final debe estar de acuerdo con las posibles hipótesis acerca del movimiento que se pudieran haber hecho en el planteamiento del problema. En nuestro caso hemos supuesto que el movimiento real de los dos bloques se producía en el sentido positivo del movimiento escogido cada uno de ellos. Esto implica unas aceleraciones finales positivas. Si alguno de los resultados para las aceleraciones hubiese sido negativo, dicha hipótesis inicial se revelaría como incorrecta, obligándonos a replantear de nuevo el problema.

Si los bloques no hubiesen partido del reposo, sino que se hubiesen movido inicialmente con una velocidad de –1 m/s y –0.5 m/s respectivamente (el signo menos indica que es hacia la izquierda, y recordemos que los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de *B* siempre son la mitad que los de *A*) habría que replantear de nuevo el problema redibujando las fuerzas de rozamiento:



El cambio equivaldría a cambiar en las ecuaciones anteriores el signo de todos los términos relacionados con el rozamiento, es decir, de todos aquellos en los que aparezca el coeficiente de rozamiento $\mu_{\mathrm{din.}}$. Las soluciones finales serían las mismas que en el caso anterior realizando dicho cambio de signo:

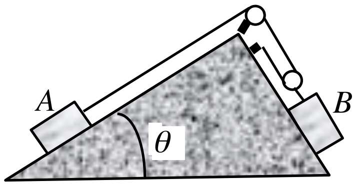
$$a_A = \left[\frac{2m_B\left(\cos\theta + \mu_{din.}\,\mathrm{sen}\theta\right) - 4m_A\left(\,\mathrm{sen}\,\theta - \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right] g = \boxed{4.75\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$a_B = \left[\frac{m_B\left(\cos\theta + \mu_{din.}\,\mathrm{sen}\,\theta\right) - 2m_A\left(\,\mathrm{sen}\theta - \mu_{din.}\cos\theta\right)}{4m_A + m_B}\right] g = \boxed{2.37\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$T = \left[\,2\cos\theta + \mathrm{sen}\theta - \mu_{din.}\left(\cos\theta - 2\,\mathrm{sen}\theta\right)\right]\left(\frac{m_A m_B}{4m_A + m_B}\right) g = \boxed{522\,\mathrm{N}}$$

En este caso las aceleraciones son considerablemente superiores a las del caso anterior debido a que las fuerzas de rozamiento están orientadas a lo largo del sentido positivo del movimiento.

El sistema de la figura se encuentra en equilibrio. El coeficiente de rozamiento del bloque B con el plano inclinado es de 0.5, mientras que por la superficie por la que desliza el bloque A no presenta rozamiento. La polea se considera ideal, y la cuña forma un ángulo recto. $\theta = 30^\circ$



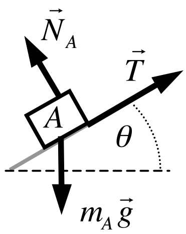
a) Determinar, en función de la masa del bloque A, el valor mínimo y el valor máximo de la masa del bloque B para que sea posible el equilibrio.
b) Si $m_B = 2m_A$ el sistema no puede estar en equilibrio y ambos bloques se desplazan hacia la derecha, determinar en este caso la velocidad de cada bloque después de que el bloque B haya descendido en altura (no a lo largo del plano) $h = 1$ m.

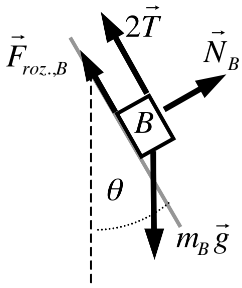
Solución: **I.T.I. 02, I.T.T. 03**

Consideraremos que las poleas y las cuerdas son ideales sin masa. Esto implica que la tensión que tira del bloque B sea el doble de la que tira de A.

a) Si la masa de B es demasiado grande el sistema acabará desplazándose hacia la derecha. La fuerza de rozamiento que actúa sobre B intenta evitarlo. El valor máximo de la masa de B para el equilibrio del sistema será aquél para el cual la fuerza de rozamiento estática sea máxima.

Dibujando el diagrama de fuerzas y planteando la segunda ley de Newton para cada uno de los bloques:





Bloque A:

$$\vec{T} + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} N_A = m_A g\cos\theta \\ T = m_A g\,\mathrm{sen}\theta \end{cases}$$

Bloque B:

$$\vec{F}_{roz.,B} + 2\vec{T} + \vec{N}_B + m_{B,m\acute{a}x.}\vec{g} = 0 \qquad \left(F_{roz.,B} = \mu_{est.}N_B\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} N_B = m_{B,m\acute{a}x.}g\,\mathrm{sen}\,\theta \\ m_{B,m\acute{a}x.}g\cos\theta - 2T - F_{roz.,B} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \; T = \frac{1}{2}m_{B,m\acute{a}x.}g\left(\cos\theta - \mu_{est.}\mathrm{sen}\,\theta\right)$$

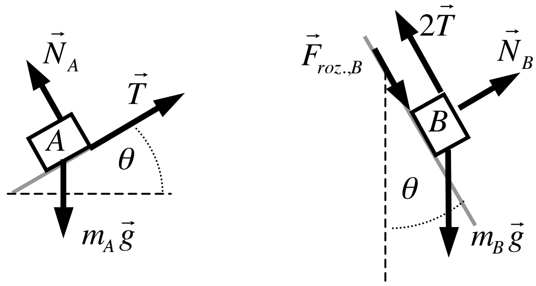
Igualando los valores de la tensión T en las ecuaciones anteriores:

$$\frac{1}{2}m_{B,m\acute{a}x.}g\left(\cos\theta - \mu_{est.}\mathrm{sen}\theta\right) = m_A g\,\mathrm{sen}\theta \quad \Rightarrow \quad m_{B,m\acute{a}x.} = \left(\frac{2}{\mathrm{ctg}\theta - \mu_{est.}}\right)m_A$$

Si la masa de B es demasiado pequeña el sistema acabará desplazándose hacia la izquierda. Igual que antes la fuerza de rozamiento que actúa sobre B intenta evitarlo.

El valor mínimo de la masa de B para el equilibrio del sistema será aquél para el cual la fuerza de rozamiento estática sea máxima.

Dibujando el diagrama de fuerzas y planteando la segunda ley de Newton para cada uno de los bloques:



Bloque A:

$$\vec{T} + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} N_A = m_A g\cos\theta \\ T = m_A g\,\mathrm{sen}\theta \end{cases}$$

Bloque B:

$$\vec{F}_{roz.,B} + 2\vec{T} + \vec{N}_B + m_{B,mín.}\vec{g} = 0 \qquad \left(F_{roz.,B} = \mu_{est.}N_B\right)$$

$$\Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} N_B = m_{B,mín.}g\,\mathrm{sen}\,\theta \\ m_{B,mín.}g\cos\theta - 2T + F_{roz.,B} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow T = \frac{1}{2}m_{B,mín.}g\left(\cos\theta + \mu_{est.}\mathrm{sen}\theta\right)$$

Igualando los valores de la tensión T en las ecuaciones anteriores:

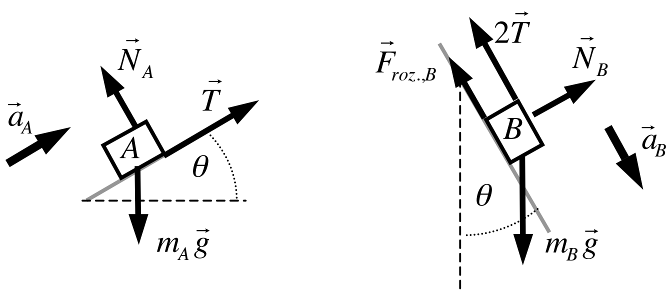
$$\frac{1}{2}m_{B,mín.}g\left(\cos\theta + \mu_{est.}\mathrm{sen}\,\theta\right) = m_A g\,\mathrm{sen}\,\theta \quad \Rightarrow \quad m_{B,mín.} = \left(\frac{2}{\mathrm{ctg}\theta + \mu_{est.}}\right)m_A$$

Obsérvese que las ecuaciones que se obtienen son las mismas simplemente cambiando el signo del coeficiente de rozamiento.

El rango de valores de B para que el sistema se mantenga en equilibrio es, con los datos que nos dan:

$$\boxed{0.90\,m_A \le m_B \le 1.62\,m_A}$$

b) El diagrama de fuerzas en este caso es:



Planteando la segunda ley de Newton para cada uno de los bloques:

$$\vec{T} + \vec{N}_A + m_A\vec{g} = m_A\vec{a}_A \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} N_A = m_A g\cos\theta \\ T - m_A g \operatorname{sen}\theta = m_A a_A \quad (1) \end{cases}$$

$$\vec{F}_{roz.,B} + 2\vec{T} + \vec{N}_B + m_B\vec{g} = m_B\vec{a}_B \qquad \left(F_{roz.,B} = \mu_{din.}N_B\right)$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} N_B = m_B g \operatorname{sen}\theta \\ m_B g\cos\theta - 2T - F_{roz.,B} = m_B a_B \quad (2) \end{cases}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas: T, a_A, a_B. Necesitamos una ecuación para completar el sistema. Esta ecuación se obtiene teniendo en cuenta que A está unido al plano inclinado por una cuerda de longitud fija, lo cual impone una relación entre la aceleración de los dos cuerpos. Cuando el bloque A se desplaza una cierta distancia en el sentido positivo escogido para su movimiento unidimensional, en nuestro caso ascendiendo por el plano, el bloque B se desplaza una distancia mitad, también en el sentido positivo de su movimiento, en nuestro caso descendente. Si los desplazamientos de B son siempre la mitad de los desplazamientos de A, derivando dos veces obtenemos que la relación entre aceleraciones es similar:

$$a_B = \frac{a_A}{2} \quad (3)$$

Resolviendo ahora nuestro sistema de ecuaciones:

$$a_A = \left[\frac{2m_B\left(\cos\theta - \mu_{din.}\operatorname{sen}\theta\right) - 4m_A\operatorname{sen}\theta}{4m_A + m_B}\right]g = 0.758 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = \left[\frac{m_B\left(\cos\theta - \mu_{din.}\operatorname{sen}\theta\right) - 2m_A\operatorname{sen}\theta}{4m_A + m_B}\right]g = 0.379 \text{ m/s}^2$$

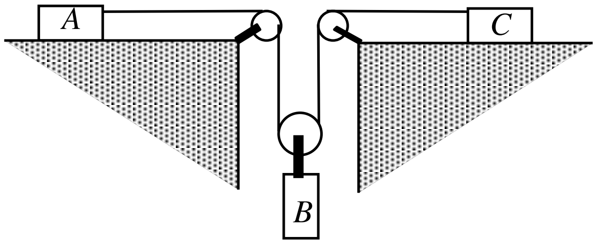
Los bloques A y B están realizando un movimiento unidimensional uniformemente acelerado luego se verificará la siguiente relación entre su velocidad, aceleración y desplazamiento realizado a partir de su posición inicial en la que se encontraba en reposo:

$$v_A^2 = 2a_A\Delta s_A \quad \Rightarrow \quad v_A = \sqrt{2a_A\Delta s_A} = \boxed{1.871 \text{m/s}}$$

$$v_B^2 = 2a_B\Delta s_B \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{2a_B\Delta s_B} = \boxed{0.936 \text{m/s}}$$

Donde hemos tomado $\Delta s_B = \dfrac{h}{\cos\theta}$ y $\Delta s_A = 2\Delta s_B$

Los coeficientes de rozamiento entre los bloques A y C y las superficies horizontales son 0.24 y 0.20 respectivamente. Si m_A = 5 kg, m_B = 10 kg y m_C = 10 kg, determinar la tensión de la cuerda y la aceleración de cada bloque.



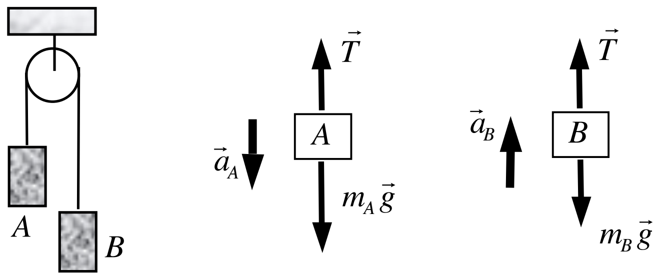
Solución: I.T.I. 97, 00, I.T.T. 97

Texto solución

Dos masas iguales de 1 kg cuelgan de los extremos de un hilo que pasa por una polea sin rozamiento y de masa despreciable. ¿Qué diferencia de altura debe haber entre las dos masas para que una sobrecarga de 20 g colocada sobre la más elevada de lugar de que al cabo de 2 s. estén a la misma altura? ¿ Si las masas continúan moviéndose que diferencia habrá entre ellas al cabo de 4 s?

Solución: I.T.I. 02, 05

Si la polea y la cuerda son ideales (sin masa) la tensión será la misma para los dos cuerpos. Como la cuerda es de longitud fija la aceleración con la que baja uno de los cuerpos será igual a la aceleración con la que sube el otro. Si dibujamos el diagrama de fuerzas sobre cada cuerpo y aplicamos la segunda ley de Newton:



$$\left.\begin{array}{l} m_A g - T = m_A a \\ \\ T - m_B g = m_B a \end{array}\right\} \Rightarrow \quad (m_A - m_B) g = (m_A + m_B) a \quad \Rightarrow \quad a = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) g$$

Si ponemos a cero el cronómetro cuando las dos masas empiezan a moverse, colocamos nuestro origen de coordenadas en la posición del cuerpo más bajo (B) y orientamos nuestro eje Y vertical hacia arriba:

$$y_A(t) = h - \frac{1}{2}at^2 \quad , \quad y_B(t) = \frac{1}{2}at^2$$

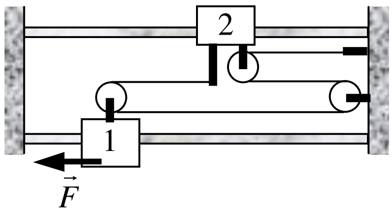
Si para $t = t_1 = 2$ s los dos cuerpos se encuentran a la misma altura:

$$y_A(t_1) = y_B(t_1) \quad \Rightarrow \quad h - \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}at_1^2 \quad \Rightarrow \quad h = at_1^2 = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) g t_1^2 = \boxed{38.8\text{ cm}}$$

Para $t = t_2 = 4$ s la distancia entre los dos cuerpos será:

$$d = y_B(t_2) - y_A(t_2) = \frac{1}{2}at_2^2 - \left(h - \frac{1}{2}at_2^2\right) = at_2^2 - h = \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B}\right) g\left(t_2^2 - t_1^2\right) = \boxed{116.4\text{ cm}}$$

Si se sabe que el sistema parte del reposo encontrar la velocidad para $t = 1.2$ s de ambos collarines. Despreciar los rozamientos en poleas y collarines. Datos: $m_1 = 15$ kg, $m_2 = 10$ kg, $F = 20$ N.



Solución: **I.T.I. 97**

Texto solución