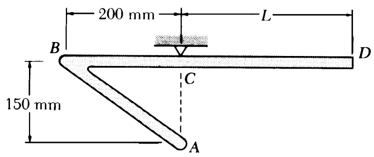
CALCULO DE CENTROS DE MASA: LONGITUDES

Determinar L para que la barra BCD quede horizontal al ser suspendida por el punto C.



Solución: **I.T.I. 01, 04, I.T.T. 01, 04**

Para que la barra BCD quede perfectamente horizontal es necesario que el centro de masas de toda la pieza se sitúe justo debajo del punto C. Si situamos nuestro origen de coordenadas en el punto B y orientamos los ejes X e Y horizontal y verticalmente respectivamente, la condición que tenemos que imponer es que $x_{C.M.} = 200\,\text{mm}$.
Para calcular el centro de masas dividimos la pieza en dos barras. El centro de masas de cada una de ellas se situará en su centro:

Barra AB: con centro de masas en $x_{AB} = 100\,\text{mm}$, $y_{AB} = -75\text{ mm}$

Barra BCD: con centro de masas en $x_{BCD} = 100\,\text{mm} + \frac{1}{2}L$, $y_{BCD} = 0\text{ mm}$

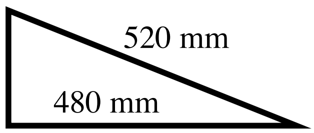
La coordenada x del C.M. de toda la pieza vendrá dada por:

$$L_{AB} = \sqrt{(200\,\text{mm})^2 + (150\,\text{mm})^2} = 250\,\text{mm}$$

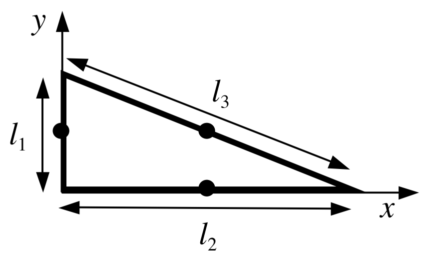
$$x_{C.M.} = \frac{x_{AB}L_{AB} + x_{BCD}L_{BCD}}{L_{AB} + L_{BCD}} = \frac{(100\,\text{mm})(250\,\text{mm}) + \left(100\,\text{mm} + \frac{1}{2}L\right)(200\,\text{mm} + L)}{(250\,\text{mm}) + (200\,\text{mm} + L)} =$$

$$= 200\,\text{mm} \quad \Rightarrow \quad \boxed{L = 300\,\text{mm}}$$

Determinar el centro de masas del alambre con forma triangular representado en la figura.



Solución: **I.T.I. 99, 02, I.T.T. 99, 02**



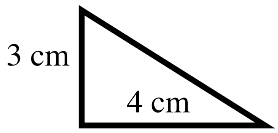
Dividimos el alambre triangular en tres alambres rectilíneos con el c.m. de cada uno en su punto medio. Calcular el c. m. del conjunto es equivalente a concentrar la masa de los tres alambres rectilíneos en su centro, considerándolos así como puntuales, y calcular el c.m. de un sistema de tres partículas.

$$l_1 = \sqrt{l_3^2 - l_2^2} = 200 \text{ mm}$$

Las posiciones que representan a cada alambre rectilíneo serán las de sus c.m.:

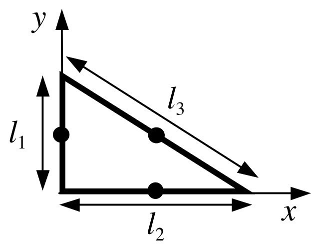
$$\left.\begin{aligned} \vec{r}_1 &= (0,100) \text{ mm} \\ \vec{r}_2 &= (240,0) \text{ mm} \\ \vec{r}_3 &= (240,100) \text{ mm} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{r}_{C.M.} = \frac{l_1\vec{r}_1 + l_2\vec{r}_2 + l_3\vec{r}_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \boxed{(200,60) \text{ mm}}$$

Determinar el centro de masas del alambre con forma triangular representado en la figura.



Solución: I.T.I. 03, I.T.T. 03

Dividimos el alambre triangular en tres alambres rectilíneos con el c.m. de cada uno en su punto medio. Calcular el c. m. del conjunto es equivalente a concentrar la masa de los tres alambres rectilíneos en su centro, considerándolos así como puntuales, y calcular el c.m. de un sistema de tres partículas.

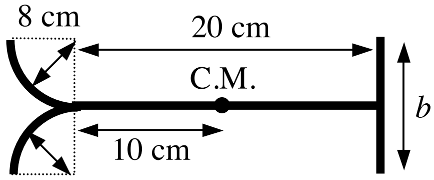


$$l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = 5 \text{ cm}$$

Las posiciones que representan a cada alambre rectilíneo serán las de sus c.m.:

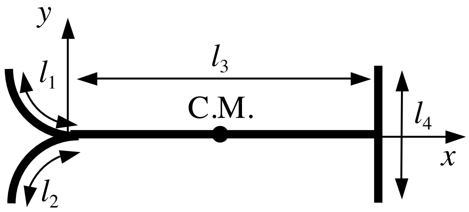
$$\left.\begin{aligned} \vec{r}_1 &= (0,1.5) \text{ cm} \\ \vec{r}_2 &= (2,0) \text{ cm} \\ \vec{r}_3 &= (2,1.5) \text{ cm} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{r}_{C.M.} = \frac{l_1\vec{r}_1 + l_2\vec{r}_2 + l_3\vec{r}_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \boxed{(1.5,1) \text{ cm}}$$

Hallar la longitud b del alambre uniforme de la figura.



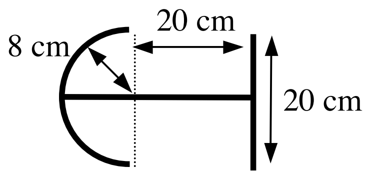
Solución: I.T.I. 02, I.T.T. 99, 02

Dividimos el alambre completo en cuatro piezas: dos cuartos de círculo, un alambre horizontal y uno vertical. Cada pieza vendrá representada por la posición de su centro de masas y el problema es equivalente al cálculo del c.m. de un sistema de cuatro partículas:



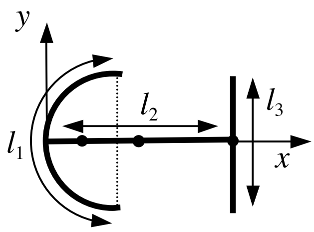
$$\left.\begin{array}{l} l_1 = 4\pi \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_1 = \left(-\dfrac{16}{\pi}, 8 - \dfrac{16}{\pi}\right) \text{ cm} \\ l_2 = 4\pi \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_2 = \left(-\dfrac{16}{\pi}, \dfrac{16}{\pi} - 8\right) \text{ cm} \\ l_3 = 20 \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_3 = (10, 0) \text{ cm} \\ l_4 = b \quad , \quad \vec{r}_4 = (20, 0) \text{ cm} \end{array}\right\} \quad , \quad \begin{array}{l} \vec{r}_{C.M.} = \dfrac{l_1\vec{r}_1 + l_2\vec{r}_2 + l_3\vec{r}_3 + l_4\vec{r}_4}{l_1 + l_2 + l_3 + l_4} = (10, 0) \\ \Rightarrow \quad l_4 = b = \boxed{37.9 \text{ cm}} \end{array}$$

Determinar el centro de masas del alambre representado en la figura.



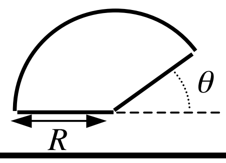
Solución: I.T.I. 03, I.T.T. 03

Dividimos el alambre completo en tres piezas: medio círculo, un alambre horizontal y uno vertical. Cada pieza vendrá representada por la posición de su centro de masas y el problema es equivalente al cálculo del c.m. de un sistema de tres partículas:

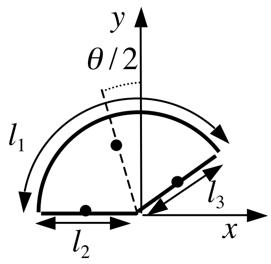


$$\left.\begin{array}{l} l_1 = 8\pi \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_1 = \left(8 - \dfrac{16}{\pi}, 0\right) \text{ cm} \\ l_2 = 28 \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_2 = (14, 0) \text{ cm} \\ l_3 = 20 \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_3 = (28, 0) \text{ cm} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}_{C.M.} = \dfrac{l_1\vec{r}_1 + l_2\vec{r}_2 + l_3\vec{r}_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \boxed{14.02 \text{ cm}}$$

Determinar el centro de masas del alambre representado en la figura.
$R = 10$ cm, $\theta = 45^{\circ}$



Solución: **I.T.I. 03, I.T.T. 03**



Dividimos el alambre completo en tres piezas: un arco circular y dos alambres rectilíneos. Cada pieza vendrá representada por la posición de su centro de masas y el problema es equivalente al cálculo del c.m. de un sistema de tres partículas:

$$l_1 = (\pi - \theta)R = 23.56 \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_1 = \frac{R\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{\pi-\theta}{2}\right)}{\left(\dfrac{\pi-\theta}{2}\right)}\left(-\mathrm{sen}[\theta/2], \cos[\theta/2]\right) = (-3.00, 7.25) \text{ cm}$$

$$l_2 = R = 10 \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_2 = \frac{R}{2}(-1,0) = (-5,0) \text{ cm}$$

$$l_3 = R = 10 \text{ cm} \quad , \quad \vec{r}_3 = \frac{R}{2}(\cos\theta, \mathrm{sen}\theta) = (3.54, 3.54) \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{r}_{C.M.} = \frac{l_1\vec{r}_1 + l_2\vec{r}_2 + l_3\vec{r}_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \boxed{(-1.96, 4.73) \text{ cm}}$$