

Examen de Física-1, 1º del Grado en Ingeniería Química
Examen final. Septiembre de 2015
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: Un transbordador lleva una velocidad constante $v_{0,x}$ durante un tiempo t_1 . A continuación, se acerca otro barco y, para no colisionar, cambia la velocidad a otra velocidad, dada en función del tiempo por la expresión $v_x = v_{0,x} \frac{t_1^2}{t^2}$. Determinar el desplazamiento total del transbordador en el intervalo $0 < t < 2t_1$.
(Cuestión propuesta en el examen de Julio de 2015 en el Grado de Ingeniería Química de la Universidad Politécnica de Madrid).

Solución:

Durante la primera parte del movimiento $0 < t < t_1$, el barco sigue un movimiento rectilíneo y uniforme, con lo que el desplazamiento recorrido vendrá dado por

$$x_1 = v_{0,x} t_1.$$

Durante la segunda parte del movimiento $t_1 < t < 2t_1$, el desplazamiento restante vendrá dado por el área debajo de la curva velocidad frente a tiempo. Esta área se calcula como

$$x_2 = \int_{t_1}^{2t_1} v_x dt = \int_{t_1}^{2t_1} v_{0,x} \frac{t_1^2}{t^2} dt = v_{0,x} t_1^2 \int_{t_1}^{2t_1} t^{-2} dt = -v_{0,x} t_1^2 \left. \frac{1}{t} \right|_{t_1}^{2t_1} = -\frac{v_{0,x} t_1^2}{2t_1} + \frac{v_{0,x} t_1^2}{t_1} = \frac{1}{2} v_{0,x} t_1.$$

El desplazamiento total será la suma de estos desplazamientos,

$$x = x_1 + x_2 = \frac{3}{2} v_{0,x} t_1.$$

Cuestión 2: La posición de una partícula en función del tiempo es $\vec{r} = R\sin\omega t \vec{i} + R\cos\omega t \vec{j}$, en donde R y ω son constantes. Demostrar que la dirección del vector aceleración es radial y su módulo es v^2 / R .
(Cuestión propuesta en el examen de Julio de 2015 en el Grado de Ingeniería Química de la Universidad Politécnica de Madrid).

Solución:

Calculamos el vector velocidad y su módulo

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = R\omega \cos\omega t \vec{i} - R\omega \sin\omega t \vec{j}, \quad |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2 \cos^2\omega t + R^2\omega^2 \sin^2\omega t} = R\omega.$$

Ahora calculamos el vector aceleración

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2 \sin\omega t \vec{i} - R\omega^2 \cos\omega t \vec{j} = -\omega^2 \vec{r}.$$

Claramente se observa como el vector aceleración tiene la misma dirección que el vector posición y, por lo tanto, lleva la dirección radial.

Ahora calculamos el módulo de la aceleración

$$|\vec{a}| = \sqrt{R^2\omega^4 \cos^2\omega t + R^2\omega^4 \sin^2\omega t} = R\omega^2 = \frac{R^2\omega^2}{R} = \frac{v^2}{R}.$$

Cuestión 3: En una pista de hielo sin rozamiento, un disco de masa m y velocidad v se aproxima a otro semejante que se encuentra en reposo. Después del choque, el primer disco sale con módulo de la velocidad v_1 formando un ángulo de 30° con la línea original del movimiento; el segundo disco sale con módulo de la velocidad v_2 formando un ángulo de -60° con la línea original del movimiento. Determinar las velocidades v_1 y v_2 de ambos.

(Cuestión propuesta en el examen de Julio de 2015 en el Grado de Ingeniería Química de la Universidad Politécnica de Madrid).

Solución:

En el choque, se conserva el momento lineal del sistema. Llamemos x a la dirección de la línea original del movimiento. Entonces

$$\vec{p}_{\text{antes}} = m\vec{v} = mv\vec{i}.$$

Después del choque,

$$\vec{p}_{\text{después}} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = m(v_1 \cos 30^\circ \vec{i} + v_1 \sin 30^\circ \vec{j}) + m[v_2 \cos(-60^\circ) \vec{i} + v_2 \sin(-60^\circ) \vec{j}].$$

Igualando componente a componente los momentos antes y después del choque,

$$mv = mv_1 \cos 30^\circ + mv_2 \cos 60^\circ \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_2,$$

$$0 = mv_1 \sin 30^\circ - mv_2 \sin 60^\circ \Rightarrow 0 = \frac{1}{2}v_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}v_2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{3}v_2.$$

Sustituyendo esta última ecuación en la primera,

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{3}v_2 + \frac{1}{2}v_2 = \frac{3}{2}v_2 + \frac{1}{2}v_2 = 2v_2.$$

Despejando los módulos de las velocidades

$$v_2 = \frac{v}{2},$$

$$v_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}v.$$

Cuestión 4: Un gas tiene un volumen de 2.00 l, una temperatura de 30.0°C y una presión de 1.00 atm. Se calienta a 60.0°C y se comprime hasta un volumen de 1.5 l. Hallar su nueva presión

Problema tomado del libro Física para la Ciencia y la Tecnología, Tipler y Mosca, Sexta edición.

Solución:

Como la cantidad de gas es fija, el número de moles n es el mismo en todo el proceso. En el estado inicial, siguiendo la ley de los gases ideales

$$P_1V_1 = nRT_1 \Rightarrow nR = \frac{P_1V_1}{T_1}.$$

En el estado final

$$P_2V_2 = nRT_2 \Rightarrow nR = \frac{P_2V_2}{T_2}.$$

De las dos ecuaciones anteriores podemos deducir que

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{T_2V_1}{T_1V_2}P_1.$$

Si ahora calculamos las temperaturas absolutas inicial y final

$$T_1 = 273.15 + 30 = 303.15 \text{ K},$$

$$T_2 = 273.15 + 60 = 333.15 \text{ K},$$

Y reemplazamos en la formula anterior,

$$P_2 = \frac{T_2V_1}{T_1V_2}P_1 = \frac{(333.15 \text{ K})(2.01)}{(303.15 \text{ K})(1.51)}(1.00 \text{ atm}) = 1.47 \text{ atm}.$$

Instrucciones para realizar el examen:

1. Según está regulado por el **Real Decreto 1125/2003, art 5.4**: Los resultados obtenidos por el alumno en cada una de las materias del plan de estudios se calificarán en función de la siguiente escala numérica de 0 a 10, con expresión de un decimal, a la que podrá añadirse su correspondiente calificación cualitativa:

0–4,9: Suspenso (SS). 5,0–6,9: Aprobado (AP). 7,0–8,9; Notable (NT). 9,0–10: Sobresaliente (SB)

2. El examen se realizará con bolígrafo azul o negro.

3. Se explicará cuál es el proceso y el razonamiento seguido en la resolución de todos los problemas y cuestiones. Qué leyes físicas se han aplicado y por qué, etc.

4. La mayoría de las magnitudes físicas tienen un valor numérico y una unidad. Se puntuará negativamente no poner las unidades correctas.

5. Las magnitudes vectoriales vendrán expresadas por el correspondiente símbolo con una flecha encima. Se puntuará negativamente no identificar oportunamente las magnitudes vectoriales.

6. Se evitarán tachones y borrones.

7. También se evitará cortar los problemas y su resolución parcial en páginas diferentes salteadas.

8. Quedamente absolutamente prohibido el acceso a cualquier tipo de dispositivo electrónico que no sea una calculadora de mano sin conexión a internet.