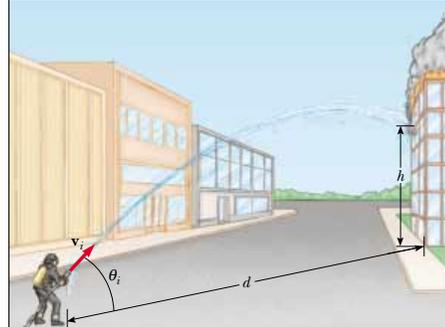


Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2014
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: Un bombero que se encuentra a una distancia d de un edificio en llamas dirige un chorro de agua desde su manguera con un ángulo θ_i por encima de la horizontal, como se muestra en la Figura. Si la celeridad inicial del chorro de agua es v_i , ¿cuánto tiempo tardará el agua en alcanzar el edificio? (0,5 puntos), ¿y a qué altura h golpeará el agua al edificio? (0,5 puntos).



Solución:

La componente horizontal del desplazamiento del chorro de agua viene dado por

$$x(t) = v_{xi}t = (v_i \cos \theta_i)t.$$

Así pues, el tiempo requerido para alcanzar el edificio que se encuentra a una distancia d es

$$t = \frac{d}{v_i \cos \theta_i}.$$

En ese instante, la altitud del chorro de agua viene dada por

$$y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = v_i \sin \theta_i \left(\frac{d}{v_i \cos \theta_i} \right) - \frac{g}{2} \left(\frac{d}{v_i \cos \theta_i} \right)^2.$$

De esta manera, el agua golpeará el edificio a una altura h por encima del suelo de

$$h = y_f = d \tan \theta_i - \frac{gd^2}{2v_i^2 \cos^2 \theta_i}.$$

Cuestión 2: Un átomo A se mueve sobre el eje Ox con velocidad constante $\vec{v}_A = 2\vec{i}$ y choca con otro átomo B que estaba en reposo $\vec{v}_B = 0$. El átomo A después del choque adquiere una velocidad $\vec{v}'_A = \vec{i} + \vec{j}$ y el átomo B después del choque adquiere una velocidad $\vec{v}'_B = \vec{i} - \vec{j}$. Los dos átomos tienen la misma masa m . Determinar si se cumple la ley de conservación de la cantidad de movimiento (0,5 puntos) y si el choque es, o no, perfectamente elástico (0,5 puntos).

Solución: Asumiremos durante todo el problema que estamos utilizando el sistema internacional de unidades. Para comprobar si se verifica la ley de conservación del momento lineal calculamos el momento lineal total del sistema antes y después del choque,

$$\begin{aligned}\vec{p}_{\text{antes}} &= m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = 2m\vec{i}, \\ \vec{p}_{\text{después}} &= m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B = m(\vec{i} + \vec{j}) + m(\vec{i} - \vec{j}) = 2m\vec{i}.\end{aligned}$$

Luego sí se verifica la ley de conservación del momento lineal.

Para comprobar si el choque es elástico o no, calculamos la energía cinética del sistema antes y después del choque.

$$\begin{aligned}K_{\text{antes}} &= \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m 4 = 2m, \\ K_{\text{después}} &= \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2 = \frac{1}{2} m 2 + \frac{1}{2} m 2 = 2m.\end{aligned}$$

Luego, como la energía cinética también se conserva, estamos tratando con un choque perfectamente elástico.

Cuestión 3: La energía potencial asociada a la fuerza nuclear entre constituyentes del núcleo atómico se expresa mediante el llamado potencial de Yukawa:

$U(x) = -U_0 \left(\frac{a}{x} \right) e^{-x/a}$, en donde U_0 y a son constantes. Determinar la fuerza de interacción $F_x(x)$.

Solución: La relación entre energía potencial y la componente de la fuerza en un problema unidimensional como el planteado vendrá dada por

$$F_x(x) = -\frac{dU(x)}{dx}.$$

Por lo tanto, tomando la derivada del potencial y cambiando el signo llegamos a la conclusión de que

$$\begin{aligned} F_x(x) &= -\frac{dU(x)}{dx} = -\frac{d}{dx} \left[-U_0 \left(\frac{a}{x} \right) e^{-x/a} \right] = -U_0 \left(\frac{a}{x^2} \right) e^{-x/a} - U_0 \left(\frac{a}{x} \right) \left(\frac{1}{a} \right) e^{-x/a} \\ &= -U_0 \left(\frac{a}{x} \right) e^{-x/a} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a} \right) = -U_0 \left(\frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{a}{x} \right) e^{-x/a}. \end{aligned}$$

Cuestión 4: Un estudiante almuerza una hamburguesa cuyo valor calórico está tasado en 700 kcal. Después, desea realizar una cantidad equivalente de trabajo en el gimnasio levantando una pesa de 50,0 kg. ¿Cuántas veces debe levantar las pesas para gastar esa energía?. Asumir que levanta las pesas desde el suelo hasta una altura de 2,00 m y que no recobra nada de energía cuando deja caer las pesas. (Nota: 1 cal = 4,186 J).

Solución: La cantidad total de energía ingerida por el estudiante y que debe consumir levantando las pesas viene dada por

$$W = (700 \times 1000 \text{ cal}) \left(\frac{4,186 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \right) = 2,93 \times 10^6 \text{ J}.$$

El trabajo realizado por el muchacho sobre el sistema pesas-Tierra para levantar las pesas una altura h viene dado por mgh , y el trabajo realizado tras levantar las mismas n veces es $nmgh$. Igualando esta cantidad al trabajo total que se desea hacer

$$W = nmgh = 2,93 \times 10^6 \text{ J},$$
$$n = \frac{W}{mgh} = \frac{2,93 \times 10^6 \text{ J}}{50,0 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 2 \text{ m}} = 2987 \text{ veces}.$$

Si el estudiante está en buena forma y levanta la barra una vez cada 5 s, le llevaría algo más de 4 horas de entrenamiento. Claramente, es mucho más fácil para el estudiante perder peso haciendo dieta.

En realidad, el cuerpo humano no es una máquina eficiente al 100%. No toda la energía ingerida durante la comida va a ser transferida fuera del cuerpo como trabajo realizado sobre las pesas. Parte de la energía se va a utilizar en el bombeo de sangre, y e realizar otras funciones internas. Así que esas 700 kcal pueden ser consumidas en menos de 4 horas siempre que se tengan en cuentas estos otros requerimientos de energía.