Dinámica de la partícula

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Javier Junquera

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

CITIMAC

Bibliografía

FUENTE PRINCIPAL

Física, Volumen 1, 3° edición

Raymod A. Serway y John W. Jewett, Jr.

Ed. Thomson

ISBN: 84-9732-168-5

Capítulos 4 y 5

Física para Ciencias e Ingeniería, Volumen 1, 7° edición

Raymod A. Serway y John W. Jewett, Jr.

Cengage Learning

ISBN 978-970-686-822-0

Capítulos 5 y 6

Física, Volumen 1

R. P. Feynman, R. B. Leighton, y M. Sands

Ed. Pearson Eduación

ISBN: 968-444-350-1

Capítulo 9

Definición de dinámica y cinemática

Dinámica:

Estudio del movimiento de un objeto, y de las relaciones de este movimiento con conceptos físicos tales como la fuerza y la masa. En otras palabras, estudio del movimiento atendiendo a las causas que lo producen.

Cinemática:

Estudio del movimiento, usando los conceptos de espacio y tiempo, sin tener en cuenta las causas que lo producen.

Dinámica: preguntas a resolver y conceptos básicos que vamos a introducir

¿Qué hace que un objeto se mueva o que permanezca en reposo?

¿Qué mecanismos hacen que un objeto cambie su estado de movimiento?

¿Por qué unos objetos se aceleran más que otros?

Dos conceptos básicos que vamos a introducir en este tema:

- **Fuerza**
- **Masa**

Concepto de fuerza

Puede definirse una fuerza como toda acción o influencia capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo (imprimiéndole una aceleración que modifica el módulo, la dirección, o el sentido de su velocidad), o bien de deformarlo.

La fuerza es todo agente capaz de modificar el momentum de un objeto.

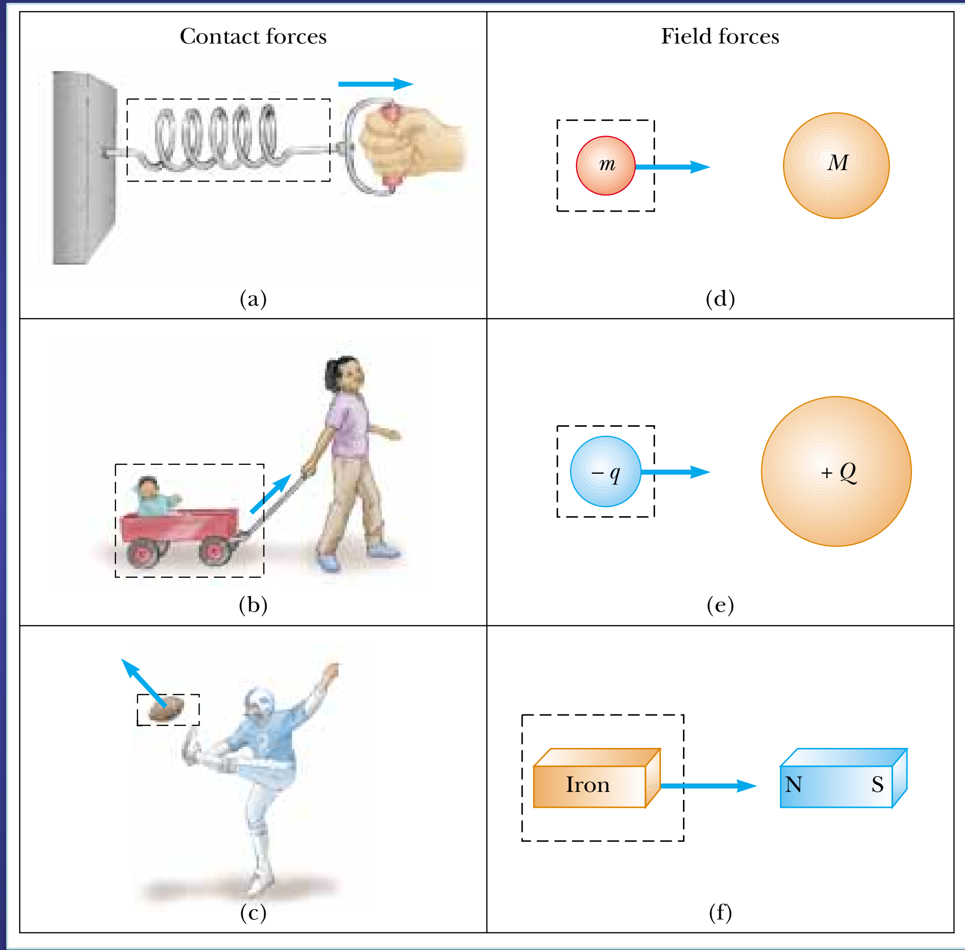
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

La fuerza es una magnitud vectorial. Por lo tanto, tiene:

- **módulo (en el SI, la unidad es el Newton, N)**
- **dirección**
- **sentido**

(se les aplica todas las leyes del álgebra vectorial).

Tipos de fuerza:
de contacto y de acción a distancia



Si se examina el origen de las fueras a una escala atómica, la separación entre fuerzas de contacto y fuerzas de campo no es tan clara

Fuerzas de contacto: implican un contacto físico entre dos objetos

Fuerzas de campo: no implican un contacto físico entre dos objetos. Actúan a través del espacio vacío

Tipos de interacción desde un ounto de vista fundamental

Nuclear fuerte

Electromagnética

Nuclear débil

Gravitatoria

Tipos de interacción desde un punto de vista fundamental

Nuclear fuerte

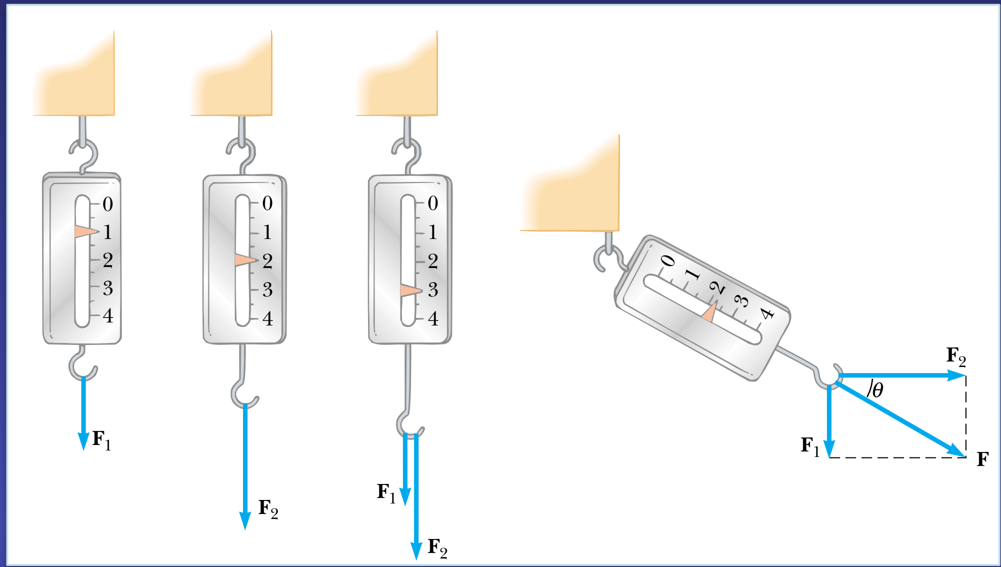
Electromagnética

Nuclear débil

Gravitatoria

Únicas relevantes en Física Clásica

Medir la intensidad de una fuerza mediante la deformación de un muelle



Aplicamos una fuerza vertical sobre el muelle. Como consecuencia, el muelle se deforma.

Se puede medir el valor de una fuerza aplicada mirando el puntero sobre la escala.

Calibramos el muelle definiendo una fuerza de referencia $\vec{F}_1$ como la fuerza que produce una elongación del muelle de una unidad

Si ahora aplicamos una fuerza de magnitud doble que la fuerza de referencia, el muelle se deformará el doble

El efecto combinado de dos fuerzas colineares es la suma de los efectos de las fuerzas individuales

Como se ha verificado experimentalmente que las fuerzas se comportan como vectores, se deben utilizar las leyes de la adición de vectores para conocer la fuerza neta sobre un objeto

Primera ley del movimiento de Newton:
ey o principio de inercia

En un sistema inercial, y en ausencia de fuerzas externas, un objeto en reposo permanece en reposo y un objeto en movimiento continúa en movimiento con una velocidad constante (es decir, con una celeridad constante según una línea recta).

Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, su aceleración es cero.

Un objeto tiende a mantener su estado original de movimiento en ausencia de fuerzas.

Parece contraintuitivo: en la vida ordinaria, parece que el estado natural de los cuerpos es el repos (sin embargo, tenemos que tener en cuenta las fuerzas de rozamiento).

Requirió una cierta imaginación darse cuenta de este principio, y el esfuerzo inicial se lo debemos a Galileo Galilei.

La resistencia de un objeto a cambiar su velocidad se conoce con el nombre de inercia

Definición de sistema de referencia inercial

Un sistema inercial de referencia es aquel cuyo comportamiento está regulado por la primera ley de Newton.

Cualquier sistema de referencia que se mueva con una velocidad constante respecto de un sistema inercial será, el mismo, un sistema inercial.

Definición de masa inerte

La masa inerte (o masa inercial) es la medida de la resistencia de un objeto a que se produzca una variación en su movimiento como respuesta a una fuerza externa.

La masa es una magnitud escalar (unidades en el SI: el kg)

Definición de masa inerte:
a masa depende de la velocidad

La masa inerte (o masa inercial) es la medida de la resistencia de un objeto a que se produzca una variación en su movimiento como respuesta a una fuerza externa.

A velocidades pequeñas comparadas con la velocidad de la luz, la masa se puede considerar como una propiedad inherente al objeto, independiente del entorno que rodee al objeto y del método utilizado para medirla.

En Mecánica Relativista, la masa depende de la velocidad del objeto

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

¿Qué ocurre cuando la velocidad de un objeto se acerca a la de la luz?

Definición de masa inerte:
masa y peso son magnitudes diferentes

La masa inerte (o masa inercial) es la medida de la resistencia de un objeto a que se produzca una variación en su movimiento como respuesta a una fuerza externa.

La masa y el peso son magnitudes diferentes.

El peso es el módulo de la fuerza gravitatoria.
Un objeto con la misma masa no pesa lo mismo en la Tierra que en la Luna (cambia el valor de g).

Segunda ley del movimiento de Newton: (caso general)

La fuerza es la razón de cambio (derivada) del momento con respecto al tiempo, entendiendo por momento el producto de la masa por la velocidad.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \cancel{\frac{dm}{dt}}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

En sistemas en los que la masa no cambia con el tiempo ni con la velocidad

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

Segunda ley del movimiento de Newton:
(caso no relativista)

En un sistema de referencia inercial, la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza neta que actua sobre él, e inversamente proporcional a su masa.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Si sobre un cuerpo actúa más de una fuerza externa, debemos calcular primero la resultante (suma vectorial) de todas las fuerzas externas.

$$\sum_{i}^{\text{externas}} \vec{F}_i = m\vec{a}$$

Desglosando en componentes:

$$\sum_{i}^{\text{externas}} F_{i,x} = ma_x \qquad \sum_{i}^{\text{externas}} F_{i,y} = ma_y \qquad \sum_{i}^{\text{externas}} F_{i,z} = ma_z$$

Unidades y magnitudes de la fuerza

En el sistema internacional, la unidad de fuerza es el Newton.
Se define como la fuerza necesaria que hay que aplicar a un cuerpo de masa 1 kg para que adquiera una aceleración de 1 m/s^2

$$1 \ \mathrm{N} = 1 \ \mathrm{kg} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

En el sistema cgs, la unidad es la dina

$$1 \ \mathrm{dina} = 1 \ \mathrm{g} \frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$$

$$1 \ \mathrm{N} = 10^5 \ \mathrm{dina}$$

Dimensiones de la fuerza: [F] = MLT^{-2}

Fuerza gravitacional y peso

La fuerza atractiva que la Tierra ejerce sobre un objeto se denomina fuerza gravitacional $\vec{F}_g$

- Dirección: vertical
- Sentido: hacia el centro de la Tierra
- Módulo: peso

Un objeto en caída libre (aquel que se mueve únicamente bajo la acción de la gravedad) experimenta un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado con aceleración $\vec{g}$

Como sólo actúa la gravedad, la suma de todas las fuerzas externas se reduce a un solo término

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_g$$

Si el objeto tiene una masa m

$$\vec{F}_g = m\vec{g}$$

Peso: módulo de la fuerza gravitacional

$$mg$$

Fuerza gravitacional y peso: algunas sutilezas

Peso: módulo de la fuerza gravitacional mg

El peso depende de la posición geográfica y altura

La masa es una propiedad inherente del sistema.
El peso no. El peso es una propiedad de un sistema de elementos (ej: el cuerpo y la Tierra)

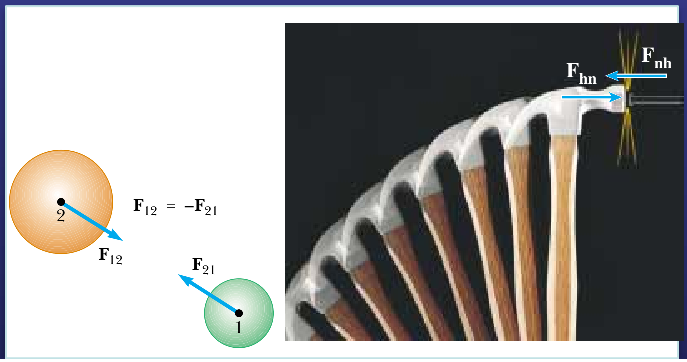
El kg es una unidad de masa, no de peso

Tercera ley de Newton:
(principio de acción y reacción)

Si dos objetos interactúan, la fuerza F_{12} ejercida por el objeto 1 sobre el 2 es igual en módulo y dirección, pero opuesta en sentido, a la fuerza F_{21} ejercida por el objeto 2 sobre el objeto 1.

Las fuerzas siempre se producen por parejas. No puede existir una única fuerza aislada.

En todos los casos, las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes, y deben ser del mismo tipo.

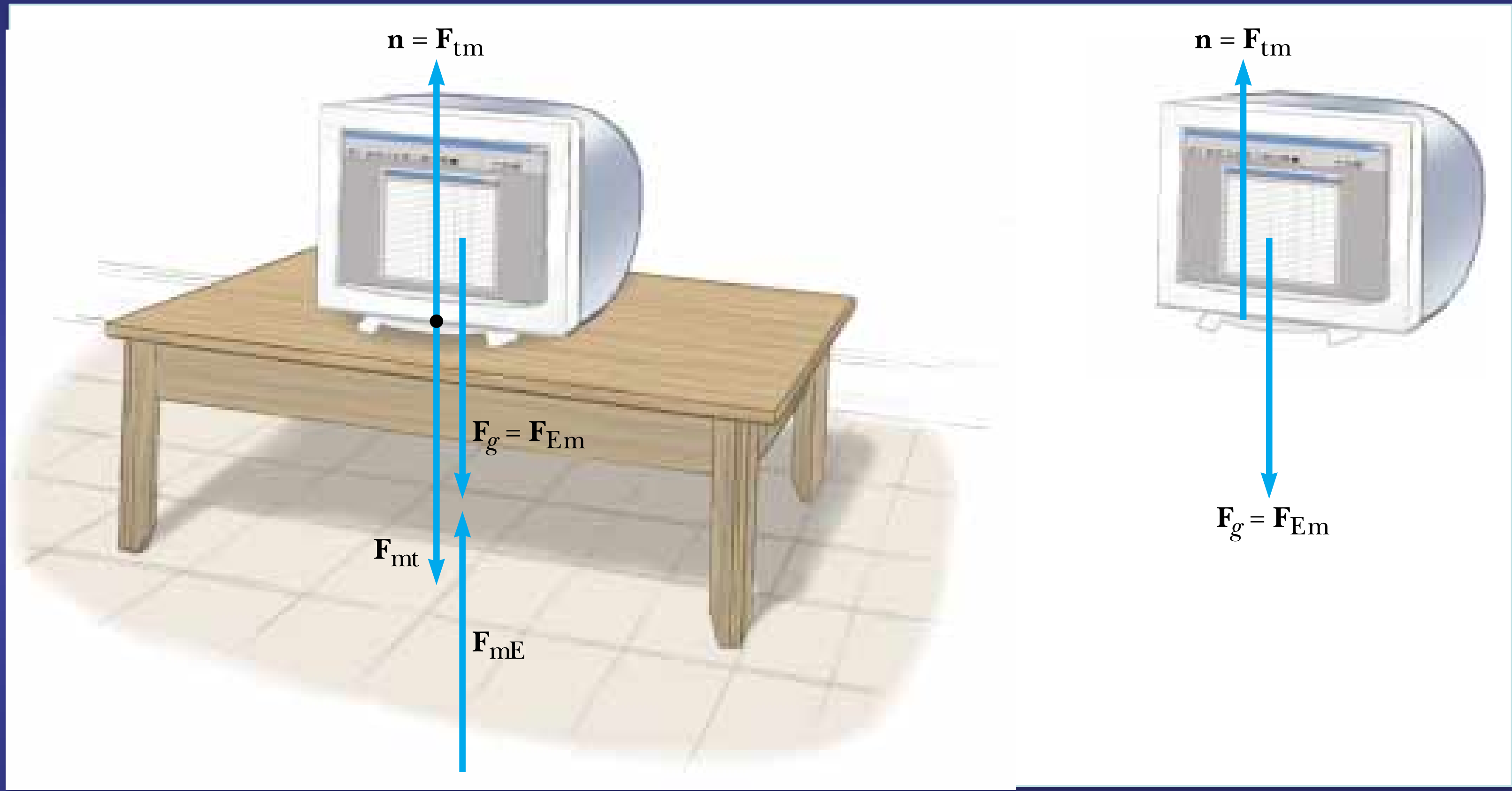


Notación

$$\vec{F}_{ab}$$

Fuerza ejercida por a sobre b

Ejemplo del principio de acción y reacción



Hay dos pares de fuerzas:

- **De la Tierra sobre el monitor** $\vec{F}_{Em}$ **(el peso del monitor) , y del monitor sobre la Tierra** $\vec{F}_{mE}$
- **De la mesa sobre el monitor** $\vec{F}_{mt}$ **(la normal), y del monitor sobre la mesa** $\vec{F}_{tm}$

De estas cuatro, sólo dos actúan sobre el monitor, y son las únicas que habría que tener en cuenta a la hora de estudiar posibles cambios en su movimiento

Tipos de fuerzas

Fuerzas de restricción

Fuerzas elásticas

Fuerzas de fricción

Fuerzas de fricción en fluídos

Fuerzas en movimientos curvilíneos

Fuerzas ficticias

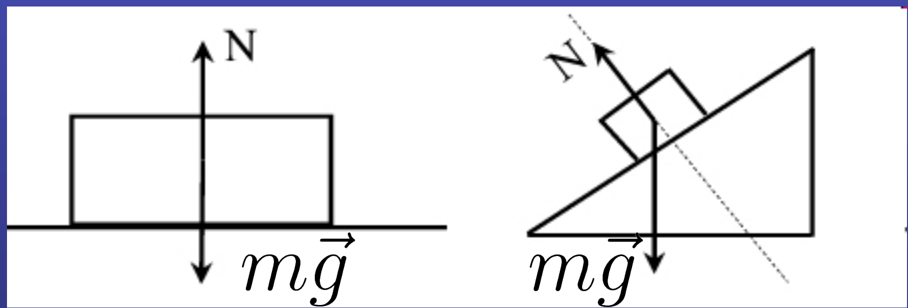
Tipos de fuerzas:
fuerzas de restricción

Limitan el movimiento

Surgen como oposición a otra fuerza

Son ilimitadas

Fuerzas normales: se definen como la fuerza de igual magnitud y dirección, pero diferente sentido, que ejerce una superficie sobre un cuerpo apoyado sobre la misma.



Esta fuerza impide que el objeto caiga a través de la superficie.

Puede tomar cualquier valor necesario hasta el límite de ruptura de la superficie.

Tipos de fuerzas: tensiones en cuerdas

Cuerda: cualquier dispositivo capaz de trasmitir una fuerza

Normalmente vamos a considerar despreciable las masas de las cuerdas, y que estas son inextensibles (longitud constante) $L = \text{constante} \Rightarrow \frac{dL}{dt} = 0$

Cuando un objeto está siendo arrastrado por una cuerda, ésta ejerce una fuerza sobre el objeto.

Al módulo de esta fuerza se le denomina **tensión**

Esta fuerza tiene la dirección de la propia cuerda y se ejerce en sentido saliente con respecto al objeto.

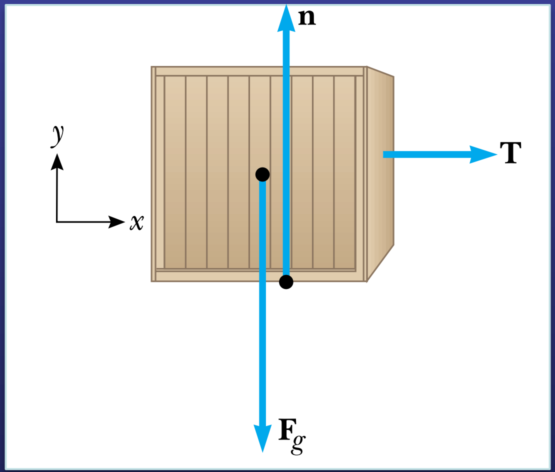
Tipos de fuerzas: tensiones en cuerdas

Supongamos una superficie horizontal sin rozamiento

¿Cuánto vale la aceleración de la caja?

Paso 1: Aislamos el objeto cuyo movimiento vamos a analizar

Paso 2: Dibujamos el diagrama de fuerzas que actúan sobre el objeto



(si tuviéramos más de un objeto, dibujaríamos un diagrama de fuerzas para cada uno de los objetos por separado)

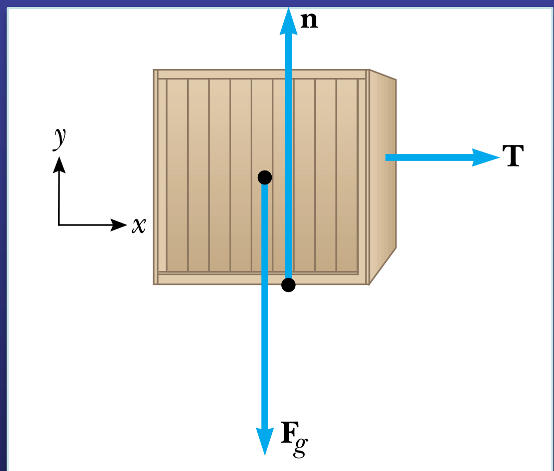
Tipos de fuerzas: tensiones en cuerdas

Supongamos una superficie horizontal sin rozamiento

¿Cuánto vale la aceleración de la caja?

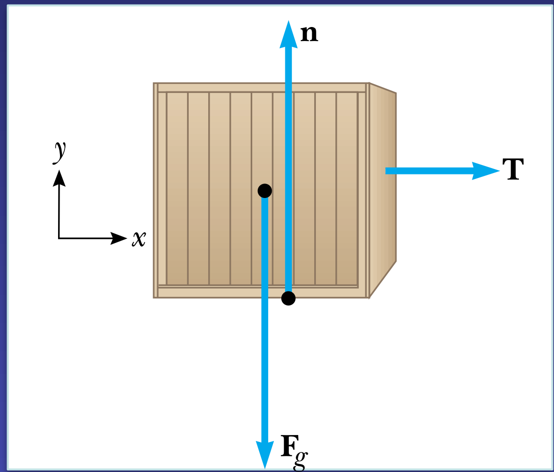
Paso 1: Aislamos el objeto cuyo movimiento vamos a analizar

Paso 2: Dibujamos el diagrama de fuerzas que actúan sobre el objeto



Paso 3: Elegimos unos ejes de coordenadas convenientes para analizar el movimiento de cada uno de los objetos

Tipos de fuerzas: tensiones en cuerdas



Paso 4: Aplicamos la segunda ley de Newton descompuesta en componentes

Dirección x: sólo actúa una fuerza sobre la partícula

$$\sum F_x = T = ma_x \Rightarrow a_x = \frac{T}{m}$$

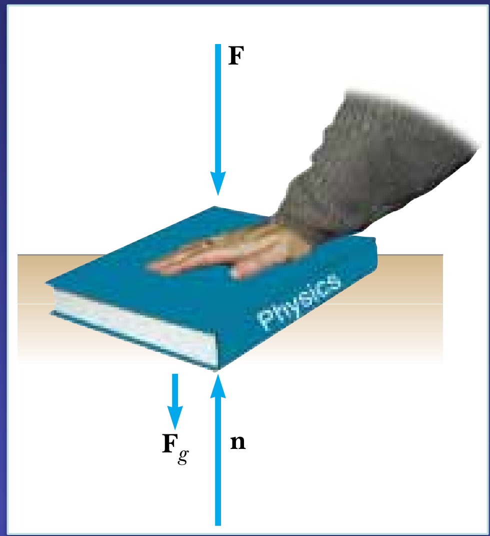
Si la tensión es constante, entonces la caja seguirá un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

Dirección y: la partícula está en equilibrio, por lo tanto su aceleración es cero y la fuerza externa neta actuando sobre la partícula en esta dirección tiene que anularse

$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$n + (-F_g) = 0 \Rightarrow n = F_g$$

Precaución: la normal no siempre es igual al peso



Dirección y: la partícula está en equilibrio, por lo tanto su aceleración es cero y la fuerza externa neta actuando sobre la partícula en esta dirección tiene que anularse

$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$n - F_g - F = 0 \Rightarrow n = F_g + F$$

El módulo de la normal es mayor que la fuerza de la gravedad

Si el número de objetos en el sistema es mayor que uno, hay que analizar los diagramas de fuerzas por separado

Ejemplo: semáforo en equilibrio

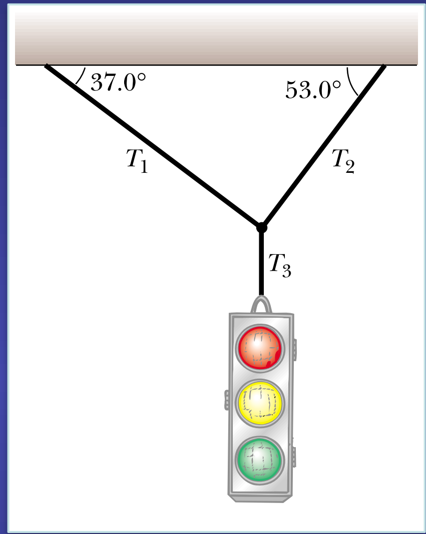


Diagrama de fuerzas sobre el semáforo

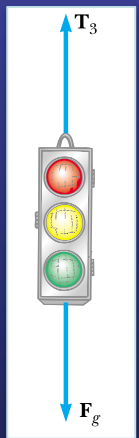
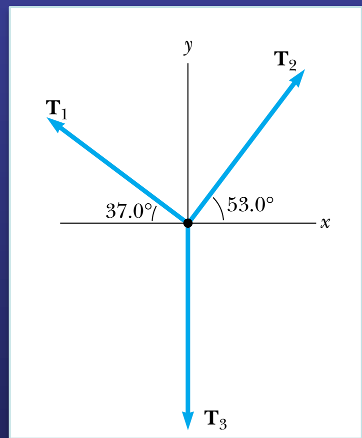
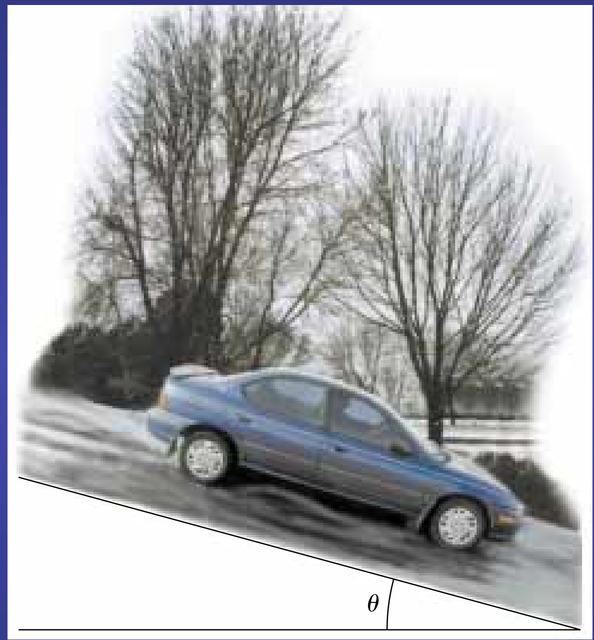


Diagrama de fuerzas sobre el nudo



Elegir siempre el sistema de coordenadas más adecuado para nuestro problema

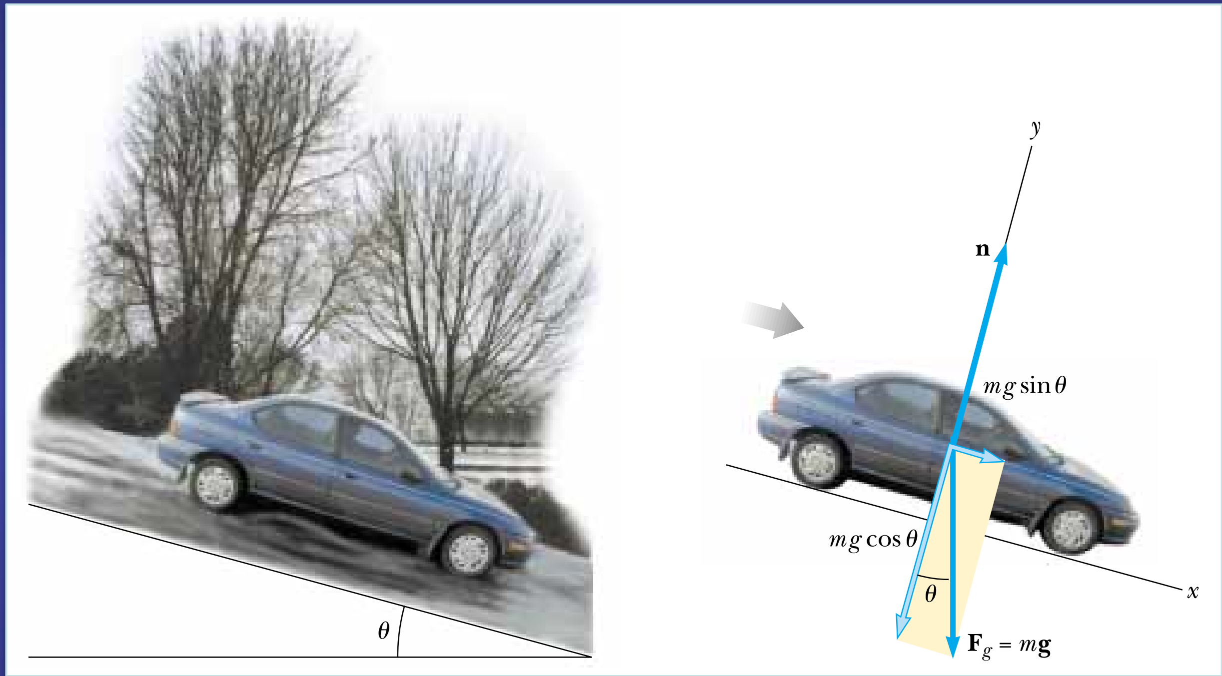
Ejemplo: coche en un plano inclinado



Cuando se trabaja con planos inclinados es conveniente escoger un eje de coordenadas con el eje x paralelo al plano inclinado y el eje y perpendicular al mismo

Elegir siempre el sistema de coordenadas más adecuado para nuestro problema

Ejemplo: coche en un plano inclinado



El peso va a tener ahora una componente a lo largo del eje x y una componente a lo largo del eje y

$$\sum F_x = mg\sin\theta = ma_x \Rightarrow a_x = g\sin\theta$$

$$\sum F_y = n - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow n = mg\cos\theta$$

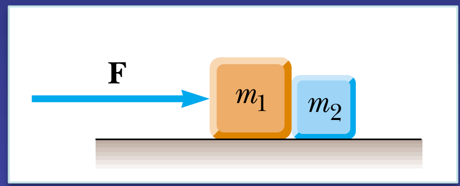
Aceleración independiente de la masa

La normal no es igual al peso

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: un bloque que empuja a otro sobre superficie sin fricción

Asumimos que la fuerza es constante



$$m_1 > m_2$$

¿Cuánto vale la aceleración del sistema?

Los dos bloques deben experimentar la misma aceleración:

- **están en contacto**
- **permanecen en contacto a lo largo de todo el movimiento**

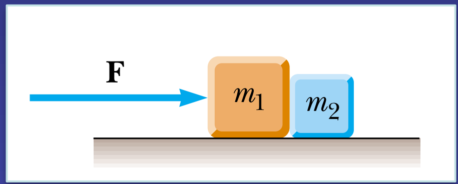
$$\sum F_x(\text{sistema}) = F = (m_1 + m_2)a_x \Rightarrow a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

Es la misma aceleración que experimentaría un objeto de masa igual a la suma de las masas y que estuviera sometido a la misma fuerza

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: un bloque que empuja a otro sobre superficie sin fricción

Asumimos que la fuerza es constante

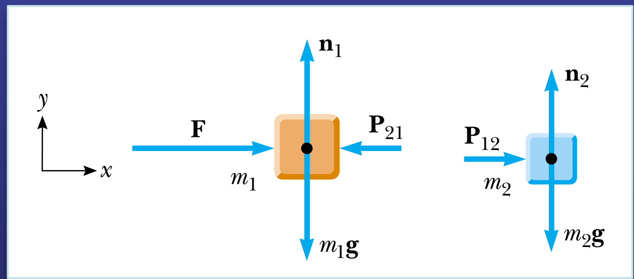


$$m_1 > m_2$$

¿Cuál es la fuerza que el objeto de 1 ejerce sobre el objeto 2?

Es una fuerza interna al sistema.
No podemos calcular esta fuerza considerando el sistema completo como una sola partícula

Dibujamos el diagrama de fuerzas de cuerpo aislado para cada bloque

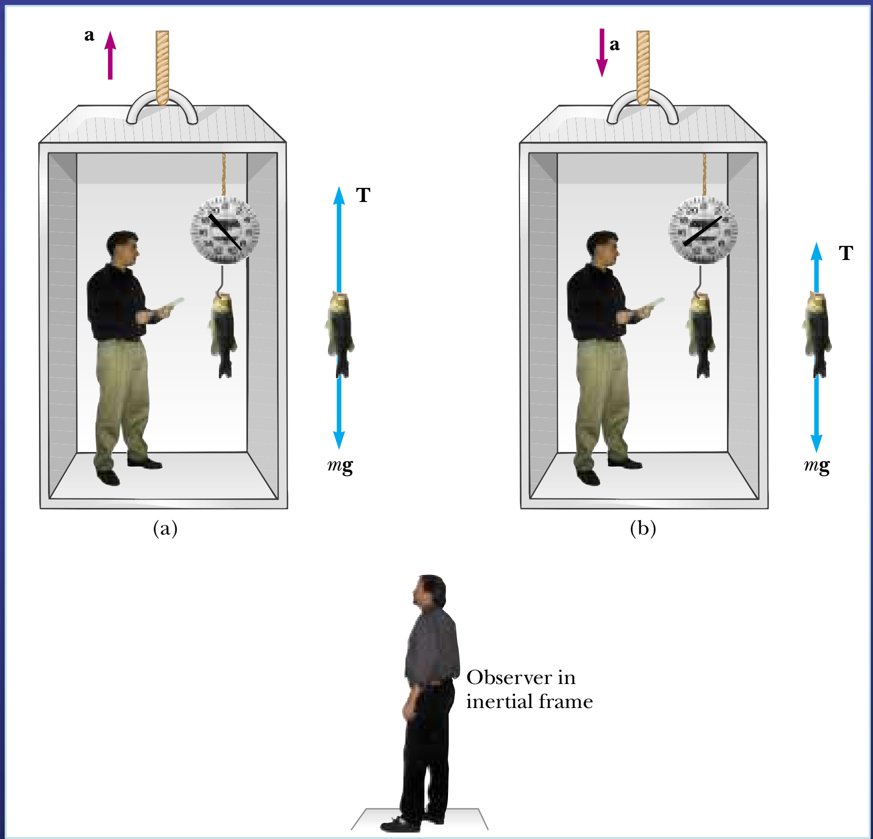


La única fuerza horizontal que actúa sobre el bloque 2 es la fuerza de contacto

$$\sum F_x = P_{12} = m_2 a_x = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) F$$

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: se pesa un objeto con la ayuda de una báscula suspendida del techo de un ascensor

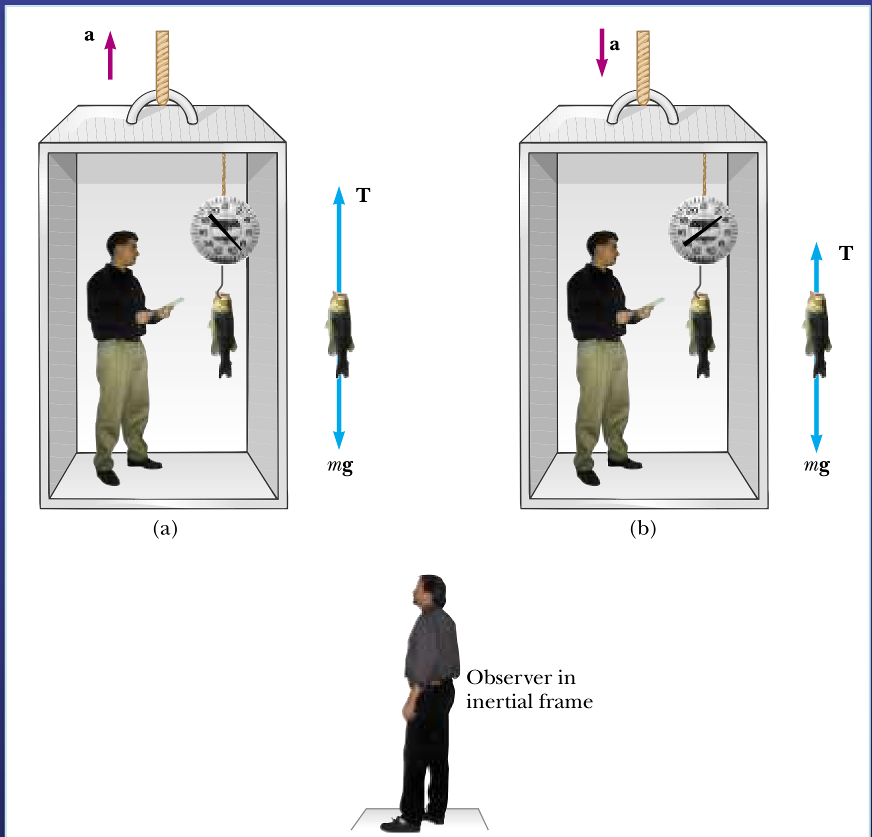


Demostrar que si el ascensor acelera la báscula indica un peso diferente del peso real del pescado

Un observador dentro del ascensor no se encuentra en un sistema inercial. Analizaremos la situación en un sistema inercial, desde un punto fijo en el suelo

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: se pesa un objeto con la ayuda de una báscula suspendida del techo de un ascensor



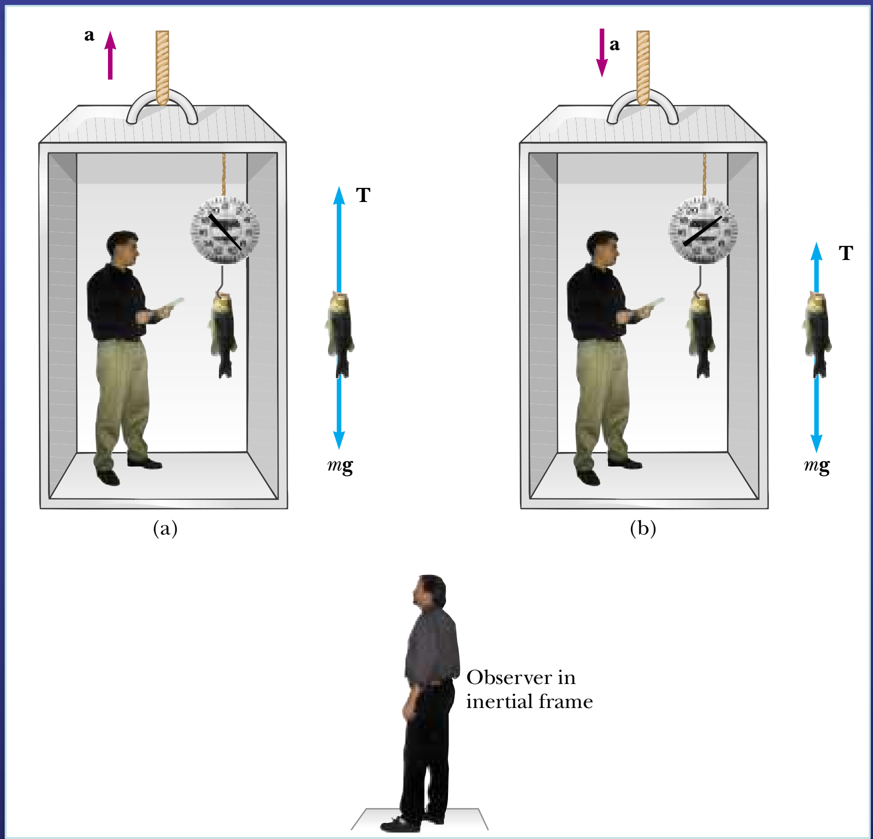
Demostrar que si el ascensor acelera la báscula indica un peso diferente del peso real del pescado

El peso medido está relacionado con la extensión del muelle que, a su vez, está relacionado con la fuerza que se ejerce sobre el extremo del muelle

Esta fuerza es igual a la tensión T en el muelle. La fuerza $\vec{T}$ empuja hacia abajo el muelle y empuja hacia arriba al pescado.

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: se pesa un objeto con la ayuda de una báscula suspendida del techo de un ascensor



Demostrar que si el ascensor acelera la báscula indica un peso diferente del peso real del pescado

Sobre el pescado actúan dos fuerzas:

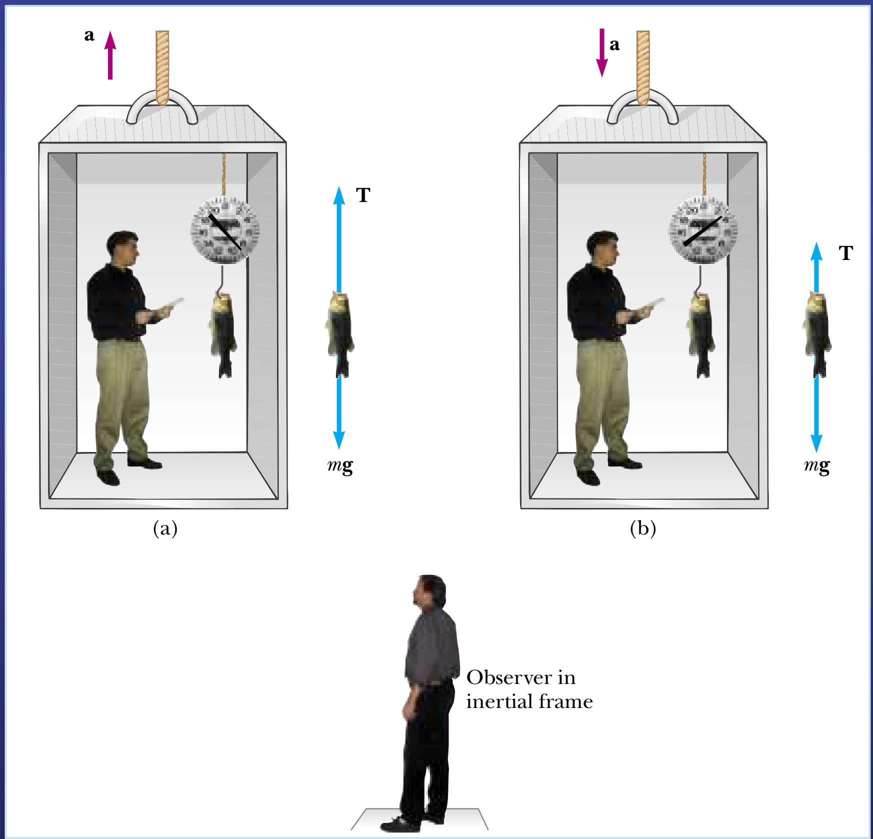
- **su peso**
- **la fuerza $\vec{T}$ ejercida por el muelle**

Si el acelerador está en reposo o se mueve con velocidad constante, el pescado no se acelera

$$\sum F_y = T - mg = 0 \Rightarrow T = mg$$

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: se pesa un objeto con la ayuda de una báscula suspendida del techo de un ascensor



Demostrar que si el ascensor acelera la báscula indica un peso diferente del peso real del pescado

Sobre el pescado actúan dos fuerzas:

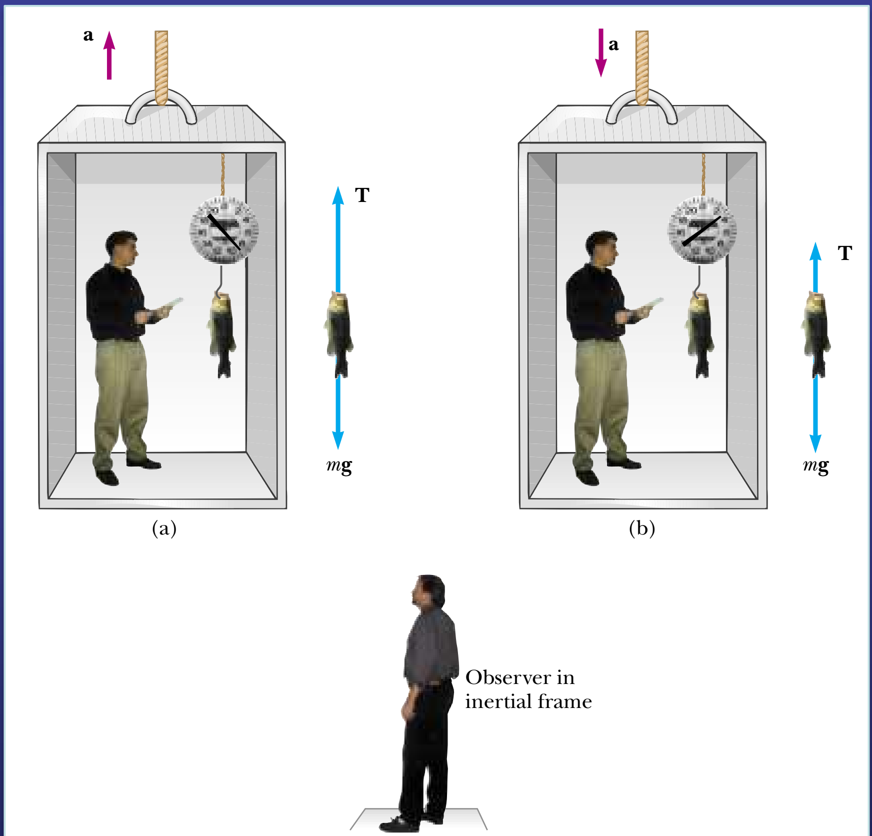
- **su peso**
- **la fuerza $\vec{T}$ ejercida por el muelle**

Si el acelerador acelera con respecto a un observador inercial

$$\sum F_y = T - mg = ma_y \Rightarrow T = m\left(g + a_y\right)$$

También es importante definir el sistema objeto de nuestro problema

Ejemplo: se pesa un objeto con la ayuda de una báscula suspendida del techo de un ascensor



Demostrar que si el ascensor acelera la báscula indica un peso diferente del peso real del pescado

$$\sum F_y = T - mg = ma_y \Rightarrow T = m\left(g + a_y\right)$$

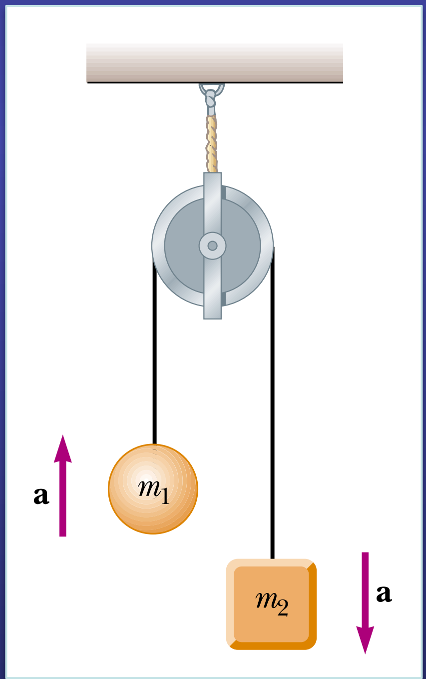
Si acelera hacia arriba, la tensión es mayor y la báscula marcará un peso mayor

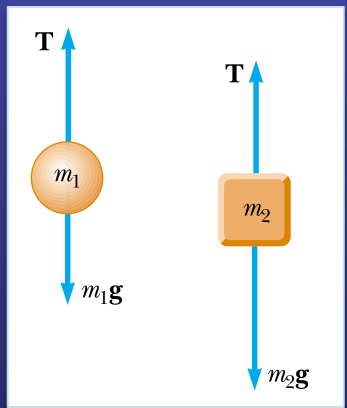
Si acelera hacia abajo, la tensión es menor y la báscula marcará un peso menor

¿Qué pasa si se rompe la sujeción del ascensor y este cae en caída libre?

La máquina de Atwood

Dos objetos con masas diferentes se cuelgan verticalmente de una polea sin rozamiento de masa despreciable





Cuando uno se mueve hacia arriba el otro se mueve hacia abajo

Como la cuerda es inextensible, las dos aceleraciones tienen que tener el mismo módulo

Dibujamos los diagramas de cuerpo aislado

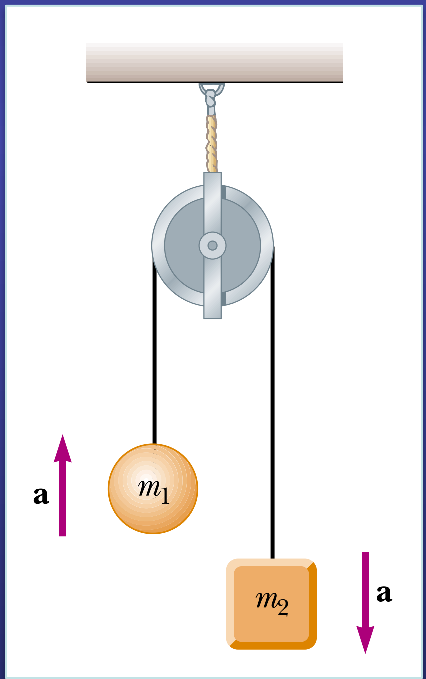
Con nuestras aproximaciones, la tensión de la cuerda a ambos lados de la polea es la misma

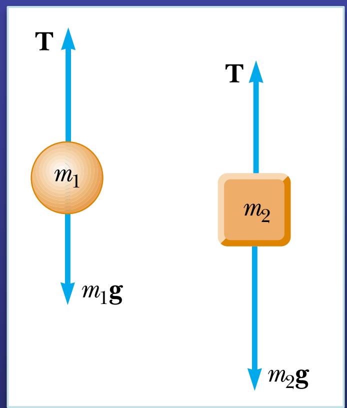
$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y$$

$$\sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

La máquina de Atwood

Dos objetos con masas diferentes se cuelgan verticalmente de una polea sin rozamiento de masa despreciable





$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

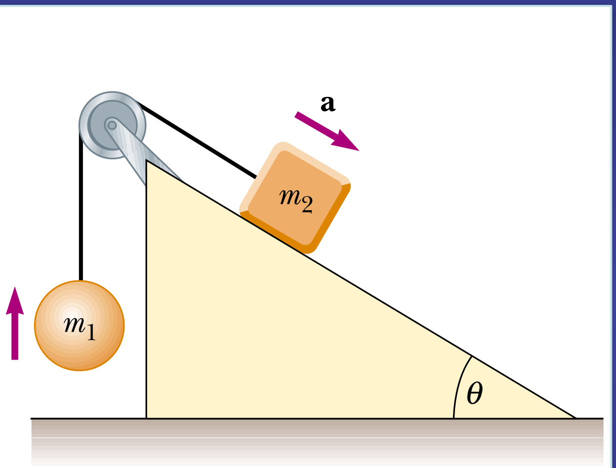
$$a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

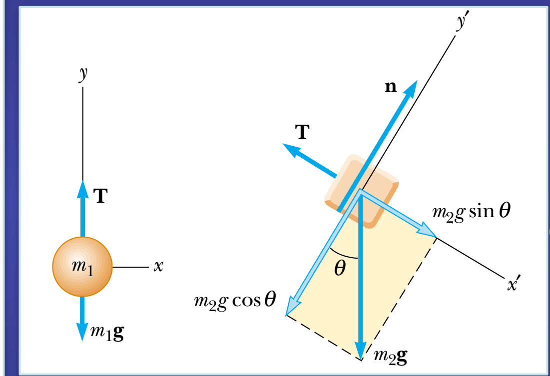
Y reemplazando en las ecuaciones de movimiento

$$T = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$

Dos cuerpos unidos por una cuerda

Dos objetos con masas diferentes están unidos por una cuerda, y uno de ellos reposa sobre un plano inclinado





Cuando uno se mueve hacia abajo por el plano inclinado, el otro se mueve hacia arriba

Como la cuerda es inextensible, las dos celeraciones tienen que tener el mismo módulo

Dibujamos los diagramas de cuerpo aislado

Para el cuerpo 1

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

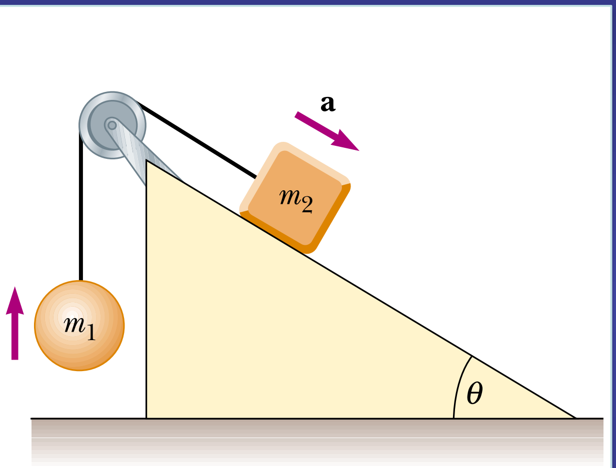
Para el cuerpo 2

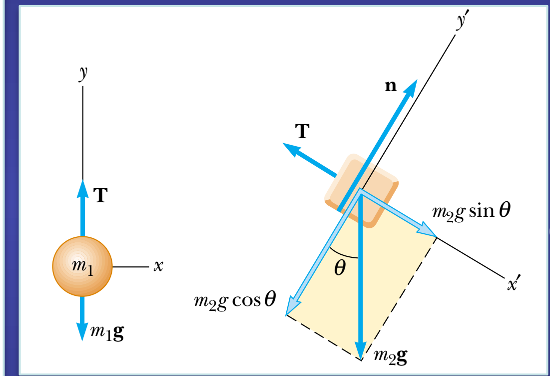
$$\sum F_{x'} = m_2 g \sin\theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

$$\sum F_{y'} = n - m_2 g \cos\theta = 0$$

Dos cuerpos unidos por una cuerda

Dos objetos con masas diferentes están unidos por una cuerda, y uno de ellos reposa sobre un plano inclinado





Cuando uno se mueve hacia abajo por el plano inclinado, el otro se mueve hacia arriba

Como la cuerda es inextensible, las dos celeraciones tienen que tener el mismo módulo

Dibujamos los diagramas de cuerpo aislado

Despejando la aceleración y la tensión de las anteriores ecuaciones

$$a = \frac{m_2 g \sin\theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

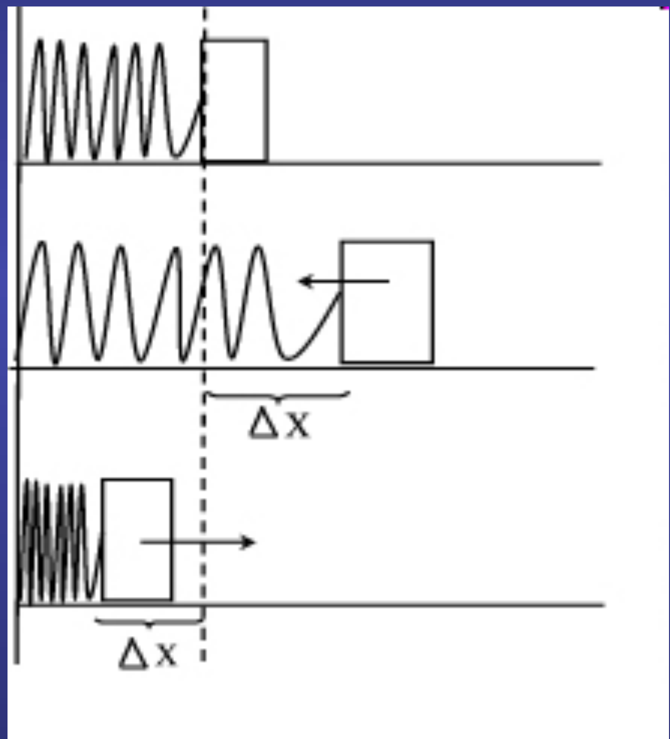
$$T = \frac{m_1 m_2 g\,(\sin\theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

El bloque 2 se acelerará hacia abajo de la rampa si y sólo si $m_2 \sin\theta > m_1$

El bloque 1 se acelerará verticalmente hacia abajo si $m_1 > m_2 \sin\theta$

Tipos de fuerzas: fuerzas elásticas

La **fuerza elástica** es la ejercida por objetos tales como resortes, que tienen una posición normal, fuera de la cual almacenan energía potencial y ejercen fuerzas.



$$\vec{F} = -k\Delta\vec{r}$$

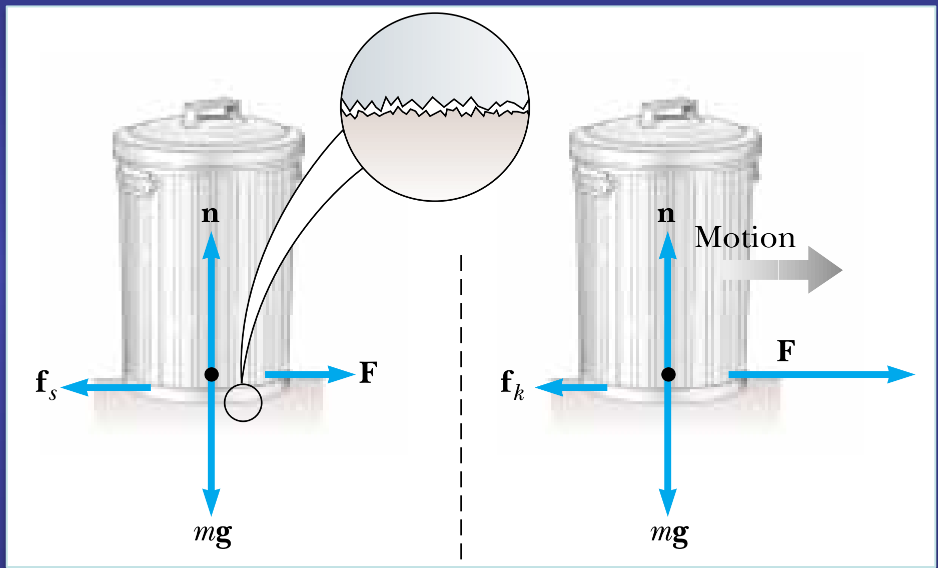
Tipos de fuerzas: fuerzas de fricción

Cuando un objeto se mueve sobre una superficie, o a través de un medio viscoso, existe una resistencia al movimiento debida a que el objeto interactúa con su entorno. Éstas son las fuerzas de rozamiento.

Se debe a la naturaleza de las dos superficies (rugosidad, composición) y de la superficie de contacto

Tipos de fuerzas: fuerzas de fricción

Cuando un objeto se mueve sobre una superficie, o a través de un medio viscoso, existe una resistencia al movimiento debida a que el objeto interactúa con su entorno. Éstas son las fuerzas de rozamiento.



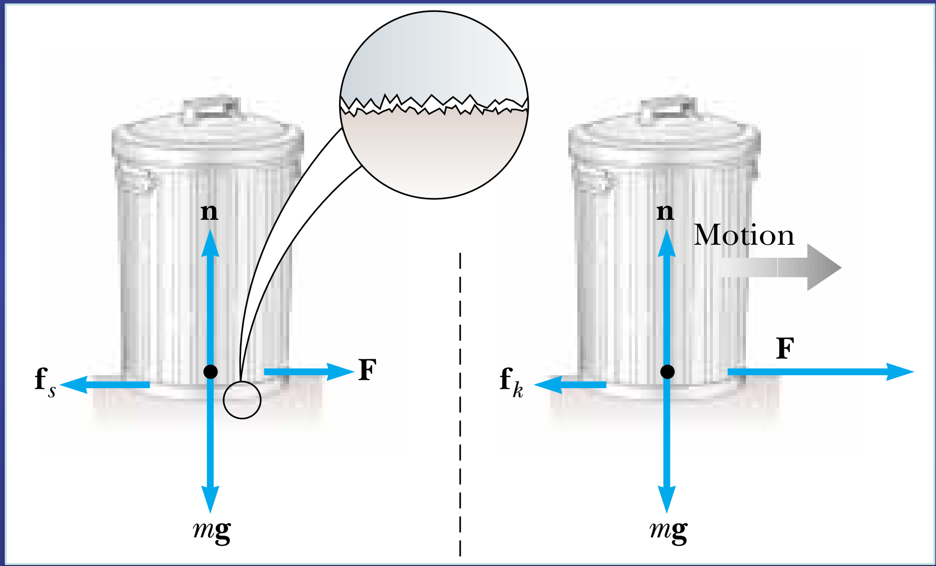
Si aplicamos una fuerza externa horizontal $\vec{F}$ al cubo que actúe hacia la derecha, el cubo permanecerá inmóvil si $\vec{F}$ es pequeña

La fuerza que contrarresta a $\vec{F}$ e impide que el cubo se mueva es la fuerza de rozamiento estático $\vec{f}_s$

Mientras el cubo esté quieto, si aumenta $\vec{F}$ también aumentará $\vec{f}_s$

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción

Cuando un objeto se mueve sobre una superficie, o a través de un medio viscoso, existe una resistencia al movimiento debida a que el objeto interactúa con su entorno. Éstas son las **fuerzas de rozamiento**.



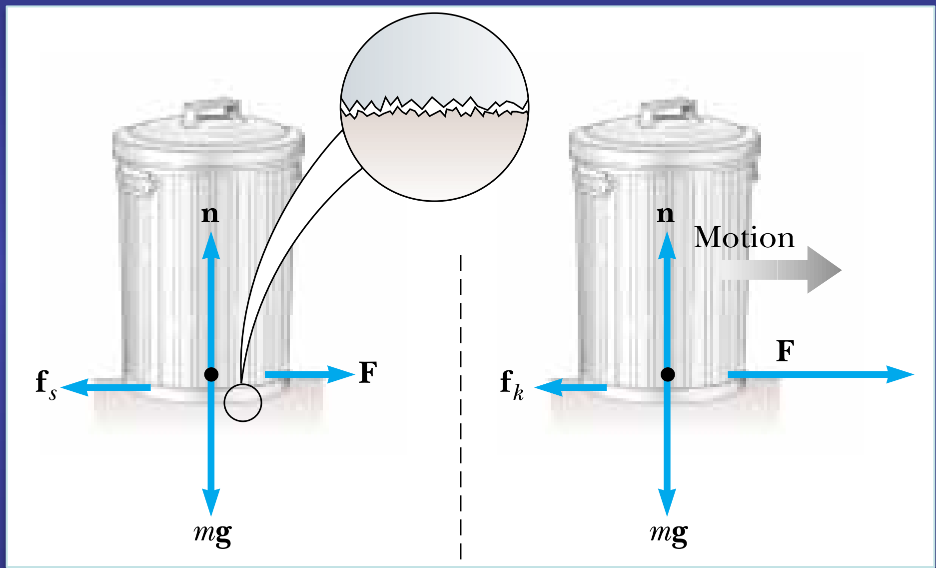
Si aumentamos el módulo de $\vec{F}$ el cubo de basura puede llegar a moverse

Cuando el cubo de basura está a punto de comenzar a deslizarse, el módulo de $\vec{f}_s$ toma su valor máximo

Cuando el módulo de $\vec{F}$ es mayor que $f_{s,max}$ el cubo de basura se empieza a mover y adquiere una aceleración hacia la derecha.

Tipos de fuerzas: fuerzas de fricción

Cuando un objeto se mueve sobre una superficie, o a través de un medio viscoso, existe una resistencia al movimiento debida a que el objeto interactúa con su entorno. Éstas son las fuerzas de rozamiento.



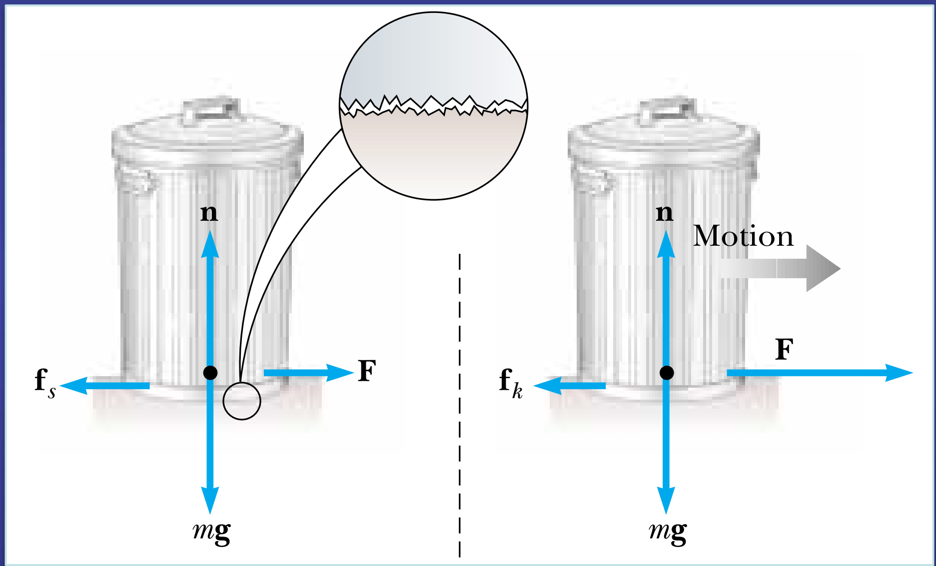
Mientras el cubo de basura está en movimiento, la fuerza de rozamiento es menor que $f_{s,max}$

La fuerza de rozamiento de un objeto en movimiento se denomina fuerza de rozamiento dinámico $\vec{f}$

La fuerza neta en la dirección x, $F - f_k$ **, produce una aceleración hacia la derecha**

Tipos de fuerzas: fuerzas de fricción

Cuando un objeto se mueve sobre una superficie, o a través de un medio viscoso, existe una resistencia al movimiento debida a que el objeto interactúa con su entorno. Éstas son las fuerzas de rozamiento.



La fuerza neta en la dirección x, $F - f_k$, produce una aceleración hacia la derecha

Si $F = f_k$ el objeto se moverá hacia la derecha con celeridad constante

Si se elimina la fuerza alicada, la fuerza de rozamiento que actúa hacia la izquierda proporciona al cubo una aceleración en la dirección $-x$ y hace que el cubo se detenga

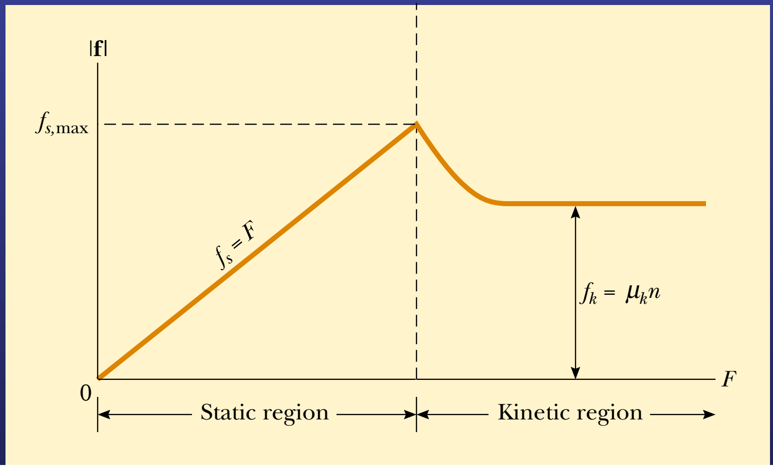
Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción

Cuando un objeto se mueve sobre una superficie, o a través de un medio viscoso, existe una resistencia al movimiento debida a que el objeto interactúa con su entorno. Éstas son las fuerzas de rozamiento.

Se debe a la naturaleza de las dos superficies (rugosidad, composición) y de la superficie de contacto

Se pueden clasificar en:

- **fuerzas de rozamiento estático** $\vec{f}_s$ **(cuando el objeto está parado)**
- **fuerzas de rozamiento dinámico** $\vec{f}_k$ **(cuando el objeto está en movimiento)**



Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción, dirección, sentido y módulo

La **dirección** de la fuerza de rozamiento sobre un objeto es opuesta al movimiento del objeto, respecto de la superficie con la que se encuentra en contacto, o

La dirección de la fuerza de rozamiento se opone al deslizamiento de una superficie sobre otra

El **módulo** de la fuerza de rozamiento

- estático: $$f_s \leq \mu_s n$$

- dinámico: $$f_k = \mu_k n$$

Igualdad en el umbral de deslizamiento:

$$f_s = f_{s,max} \equiv \mu_s n$$

Situación de **movimiento inminente** (o **equilibrio estricto**)

dónde μ_s y μ_k son unas constantes adimensionales denominadas, respectivamente los coeficientes de rozamiento estático y dinámico,

n es el módulo de la fuerza normal.

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción, coeficientes de rozamiento

Generalmente μ_k es menor que μ_s.

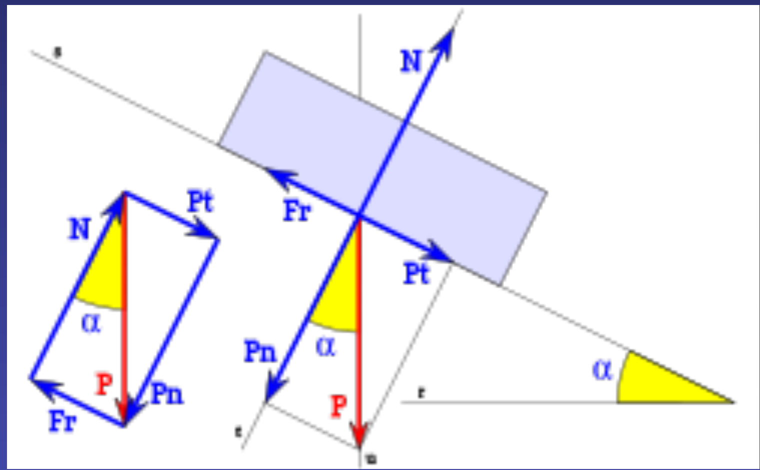
TABLA 5.1 Coeficientes de rozamiento[a]

	μ_s	μ_k
Acero sobre acero	0,74	0,57
Aluminio sobre acero	0,61	0,47
Cobre sobre acero	0,53	0,36
Goma sobre cemento	1,0	0,8
Madera sobre madera	0,25-0,5	0,2
Vidrio sobre vidrio	0,94	0,4
Madera encerada sobre nieve húmeda	0,14	0,1
Madera encerada sobre nieve seca	—	0,04
Metal sobre metal (lubrificado)	0,15	0,06
Hielo sobre hielo	0,1	0,03
Teflón sobre teflón	0,04	0,04
Articulaciones del cuerpo humano	0,01	0,003

[a] Todos los valores son aproximados.

Supondremos que μ_k es independiente de la velocidad relativa de las superficies.

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción en un plano inclinado



Descomposición del peso en una componente normal y otra tangencial al plano

$$P_n = -mg\cos\alpha \qquad P_t = mg\sin\alpha$$

Módulo de la componente normal que el plano ejerce sobre el objeto

$$N = mg\cos\alpha$$

Fuerzas de rozamiento:

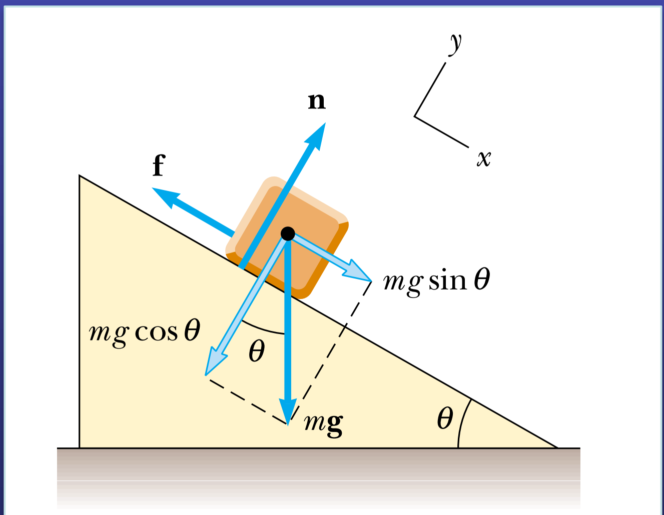
$$f_s \leq \mu_s mg\cos\alpha \qquad f_k = \mu_k mg\cos\alpha$$

Determinación experimental de los coeficientes de rozamiento

Un bloque se coloca sobre una superficie rugosa inclinada con respecto a la horizontal

El ángulo de inclinación θ aumenta hasta que el objeto comienza a moverse

¿Cómo se relaciona el coeficiente de rozamiento estático con el ángulo crítico θ_c para que el bloque comience a moverse?



Seleccionamos un sistema de coordenadas con un eje x positivo paralelo al plano inclinado

Mientras que el bloque no se mueve, las fuerzas se compensan y el bloque se encuentra en equilibrio

$$\sum F_x = mg\sin\theta - f_s = ma_x = 0$$

$$\sum F_y = n - mg\cos\theta = ma_y = 0$$

De la 2 Ecuación

$$mg = \frac{n}{\cos\theta}$$

Sustituyendo en la 1 Ecuación

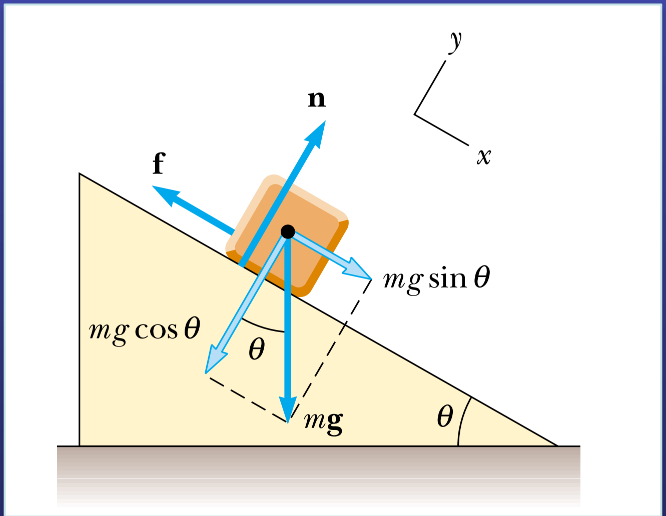
$$f_s = mg\sin\theta = \left(\frac{n}{\cos\theta}\right)\sin\theta = n\tan\theta$$

Determinación experimental de los coeficientes de rozamiento

Un bloque se coloca sobre una superficie rugosa inclinada con respecto a la horizontal

El ángulo de inclinación θ aumenta hasta que el objeto comienza a moverse

¿Cómo se relaciona el coeficiente de rozamiento estático con el ángulo crítico θ_c para que el bloque comience a moverse?



En el ángulo crítico, el bloque se encuentra en el umbral de deslizamiento, la fuerza de rozamiento tiene su módulo máximo

$$f_s = mg\sin\theta = \left(\frac{n}{\cos\theta}\right)\sin\theta = n\tan\theta$$

$$\mu_s n = n\tan\theta_c$$

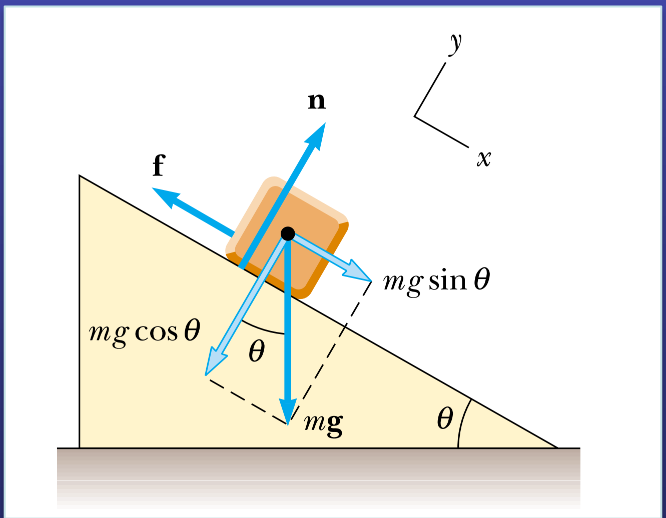
$$\mu_s = \tan\theta_c$$

Determinación experimental de los coeficientes de rozamiento

Un bloque se coloca sobre una superficie rugosa inclinada con respecto a la horizontal

El ángulo de inclinación θ aumenta hasta que el objeto comienza a moverse

¿Cómo se relaciona el coeficiente de rozamiento estático con el ángulo crítico θ_c para que el bloque comience a moverse?



Si el ángulo es mayor que el ángulo crítico, $\theta \geq \theta_c$ el bloque comienza a moverse, con un movimiento acelerado por el plano inclinado

Hay que sustituir el coeficiente de rozamiento estático por el coeficiente de rozamiento dinámico (que es más pequeño)

$$f_k = \mu_k n$$

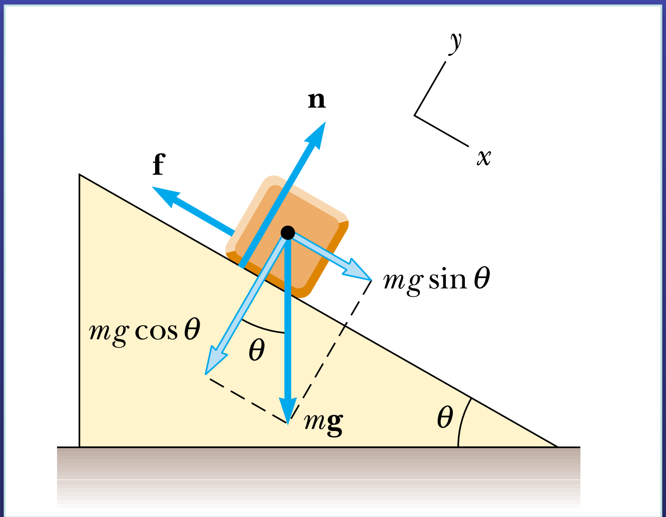
Si una vez que el bloque ha comenzado a moverse volvemos al ángulo crítico, el objeto seguirá acelerando por el plano inclinado (la fuerza de rozamiento es menor cuando se mueve que cuando está parado)

Determinación experimental de los coeficientes de rozamiento

Un bloque se coloca sobre una superficie rugosa inclinada con respecto a la horizontal

El ángulo de inclinación θ aumenta hasta que el objeto comienza a moverse

¿Cómo se relaciona el coeficiente de rozamiento estático con el ángulo crítico θ_c para que el bloque comience a moverse?



Para volver a la situación de equilibrio habrá que replantear las ecuaciones de movimiento sustituyendo f_s por f_k y reducir el ángulo a un valor θ_c' tal que el bloque se deslice hacia abajo con velocidad constante

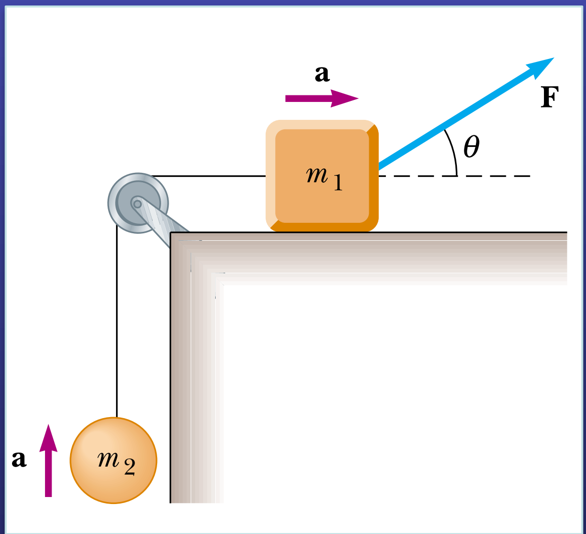
$$\mu_k = \tan\theta_c'$$

$$\theta_c' < \theta_c$$

Aceleración de dos objetos unidos por una cuerda en el caso de que exista fricción

Determinar la aceleración del sistema asumiendo cuerda inextensible de masa despreciable, polea sin rozamiento y sin masa, y coeficiente de rozamiento dinámico

Asumimos que el módulo de la fuerza no es lo suficientemente grande como para levantar al objeto de la superficie



Cuerpo 1

$$\sum F_x = F\cos\theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$$

$$\sum F_y = n + F\sin\theta - m_1 g = m_1 a_y = 0$$

Cuerpo 2

$$\sum F_x = m_2 a_x = 0$$

$$\sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$

$$f_k = \mu_k \left(m_1 g - F\sin\theta\right)$$

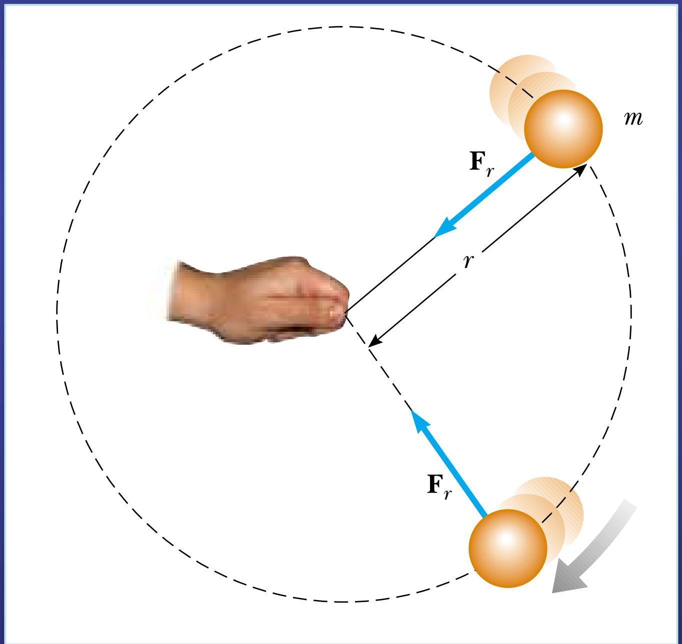
$$F\cos\theta - \mu_k \left(m_1 g - F\sin\theta\right) - m_2 \left(a + g\right) = m_1 a$$

$$a = \frac{F\left(\cos\theta + \mu_k \sin\theta\right) - g\left(m_2 + \mu_k m_1\right)}{m_1 + m_2}$$

Tipos de fuerzas:
fuerzas en movimientos curvilíneos

Caso de un movimiento circular uniforme

(partícula moviéndose en trayectoria circular con celeridad constante)



Partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio r con velocidad uniforme v experimenta una aceleración centrípeta dirigida hacia el centro del círculo de módulo

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

El vector aceleración siempre es perpendicular al vector velocidad

¿Qué hace que la partícula se mueva con trayectoria circular?

Si hay una aceleración, hay una fuerza neta (segunda ley de Newton)

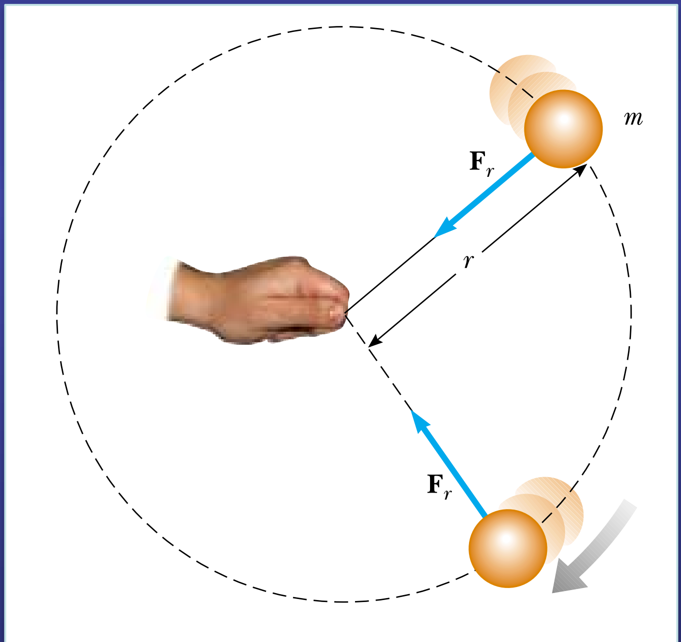
Si la aceleración hacia el centro del círculo, la fuerza hacia el centro del círculo

Tipos de fuerzas:
fuerzas en movimientos curvilíneos

Caso de un movimiento circular uniforme

Si hay una aceleración, hay una fuerza neta (segunda ley de Newton)

Si la aceleración hacia el centro del círculo, la fuerza hacia el centro del círculo



Tendencia natural: moverse en una línea recta con velocidad constante

La cuerda impide este movimiento, ejerciendo una fuerza radial sobre el objeto que hace que siga una trayectoria circular

Esta fuerza es la tensión de la cuerda: orientada según la longitud de la cuerda y se dirige hacia el centro del círculo

Independientemente de la naturaleza de la fuerza que actúe sobre el objeto con movimiento circular, podemos aplicar la segunda ley de Newton según la dirección radial.

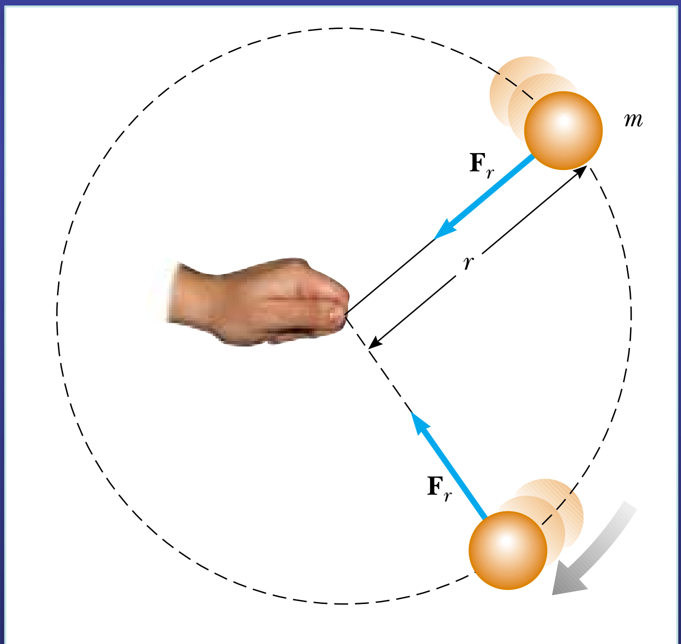
$$\sum \vec{F} = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

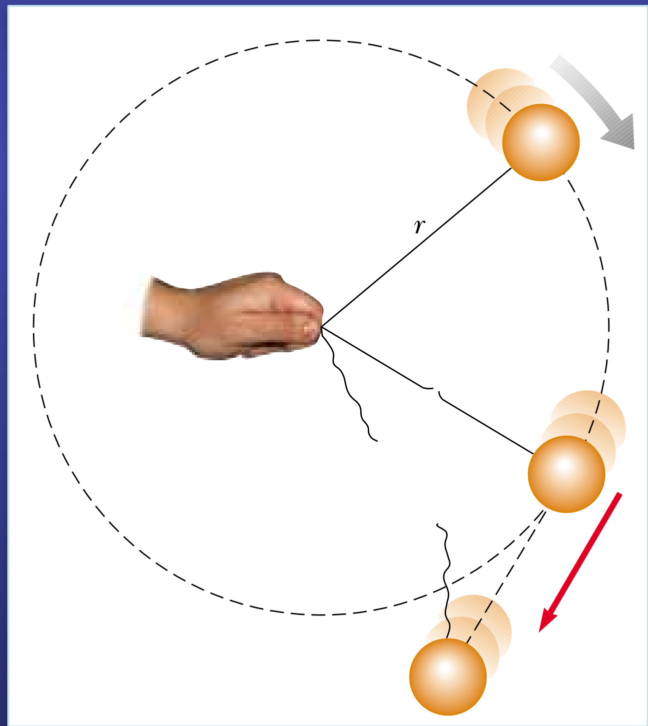
Tipos de fuerzas:
fuerzas en movimientos curvilíneos

Caso de un movimiento circular uniforme

Tendencia natural: moverse en una línea recta con velocidad constante

La cuerda impide este movimiento, ejerciendo una fuerza radial sobre el objeto que hace que siga una trayectoria circular





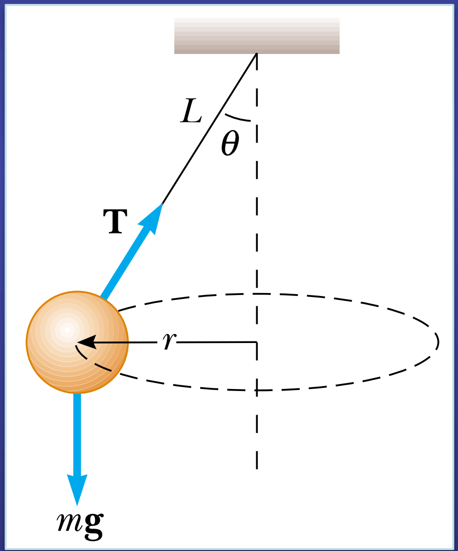
Si la fuerza que actúa sobre el objeto desaparece, este se desplazará a lo largo de una línea recta tangente al círculo.

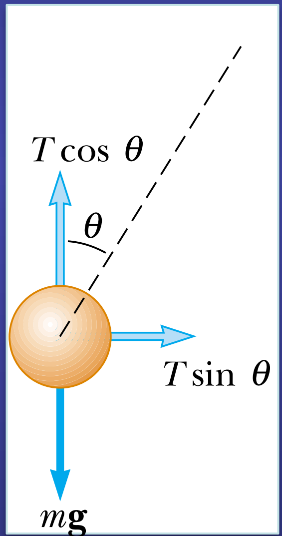
El péndulo cónico

Un pequeño objeto de masa m suspendido de una cuerda de longitud L.

El objeto gira con una celeridad v en un círculo de radio r.

¿Cuánto vale v?





La bola está en equilibrio en la dirección vertical
La bola sigue un movimiento circular en la dirección horizontal

Dibujamos el diagrama de cuerpo aislado

Como el objeto no se acelera en la dirección vertical

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$$

La componente horizontal de la tensión es la responsable de la aceleración centrípeta

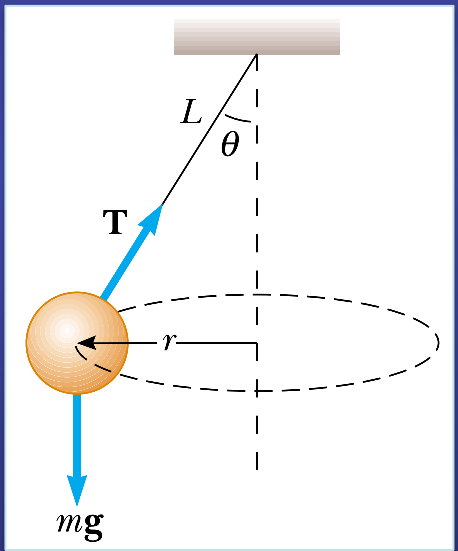
$$\sum F_x = T\sin\theta = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

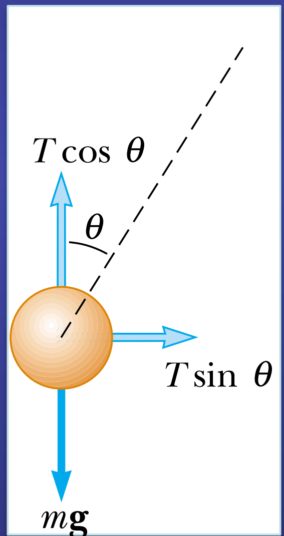
El péndulo cónico

Un pequeño objeto de masa m suspendido de una cuerda de longitud L.

El objeto gira con una celeridad v en un círculo de radio r.

¿Cuánto vale v?





Como el objeto no se acelera en la dirección vertical

$$\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$$

La componente horizontal de la tensión es la responsable de la aceleración centrípeta

$$\sum F_x = T\sin\theta = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow v = \sqrt{rg\tan\theta}$$

Como $r = L\sin\theta$

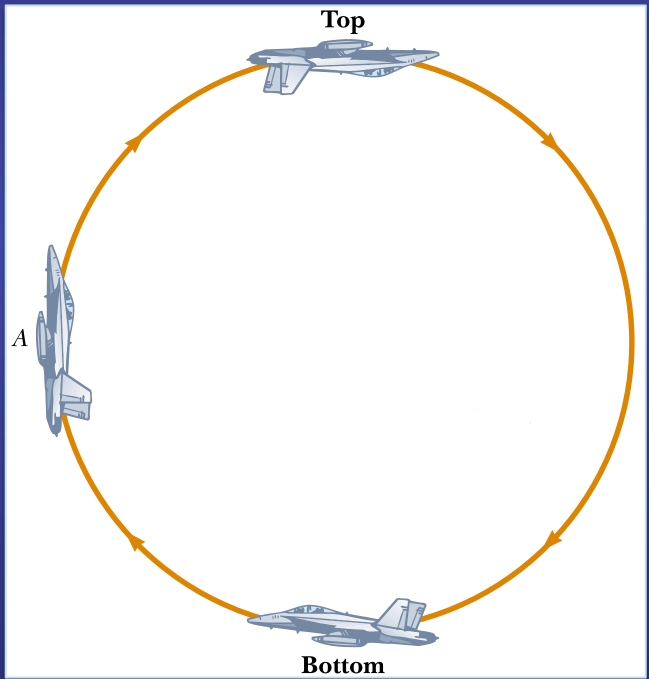
$$v = \sqrt{Lg\sin\theta\tan\theta}$$

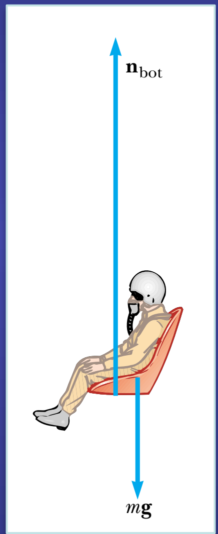
Independiente de la masa del objeto

Fuerzas sobre un piloto en un movimiento circular

Un piloto de masa m ejecuta un loop .

Determinar la fuerza ejercida por el asiento sobre el piloto en en el fondo y en el tope del loop





Analicemos el diagrama del cuerpo aislado del piloto en la parte de debajo del loop

$$\sum F_y = n_{\text{bot}} - mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{bot}} = mg + m\frac{v^2}{r} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

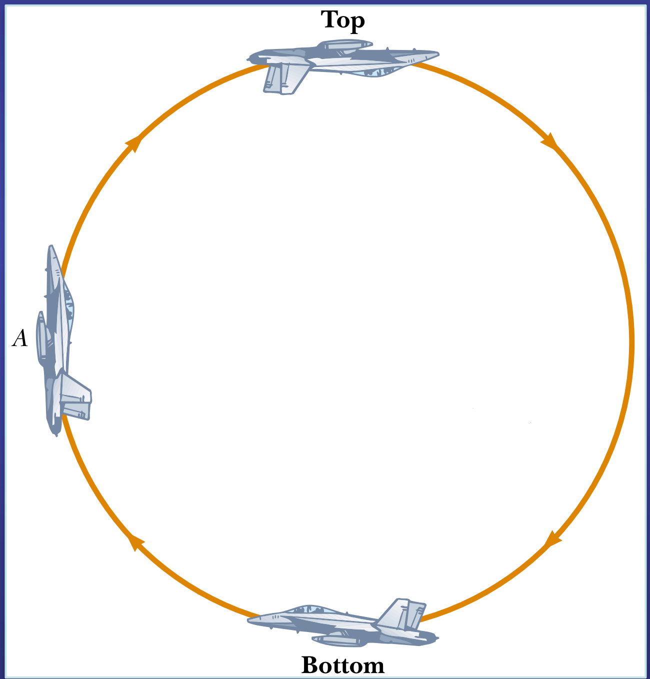
La magnitud de la fuerza normal ejercida por el asiento sobre el piloto es mayor que el peso del piloto.

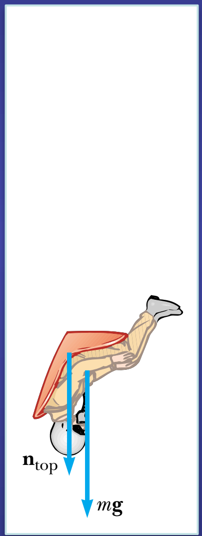
El piloto experimenta un peso aparente que es mayor que su peso real.

Fuerzas sobre un piloto en un movimiento circular

Un piloto de masa m ejecuta un loop .

Determinar la fuerza ejercida por el asiento sobre el piloto en en el fondo y en el tope del loop





Analicemos el diagrama del cuerpo aislado del piloto en la parte de arriba del loop

$$\sum F_y = n_{\text{top}} + mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$n_{\text{top}} = m\frac{v^2}{r} - mg = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$

La magnitud de la fuerza normal ejercida por el asiento sobre el piloto es menor que el peso del piloto.

El piloto experimenta un peso aparente que es menor que su peso real.

Ejemplo de fuerzas de fricción: desplazamiento de un coche en una carretera horizontal

Cuando un coche acelera en una carretera horizontal, la fuerza no equilibrada que causa la aceleración es debida al rozamiento entre los neumáticos y la carretera

En reposo: el peso del coche está equilibrado por la fuerza normal que el suelo ejerce sobre los neumáticos

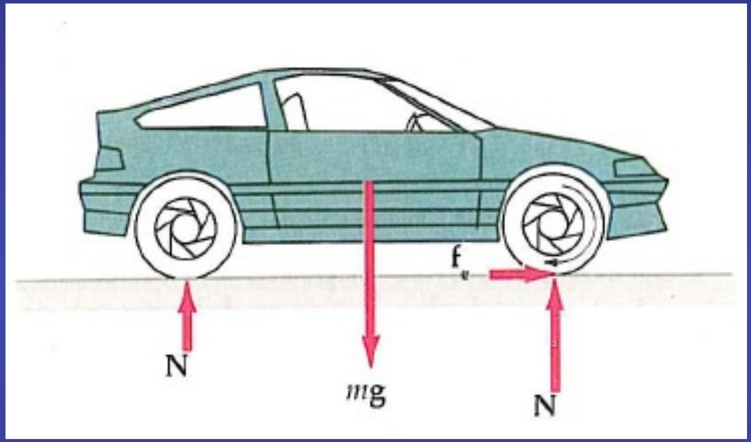
Para que comience el movimiento: el motor del coche ejerce un par sobre el eje de dirección

Si **no** hubiera **rozamiento** con la carretera: las ruedas simplemente girarían sobre sí mismas, con la superficie de los neumáticos moviéndose hacia atrás.

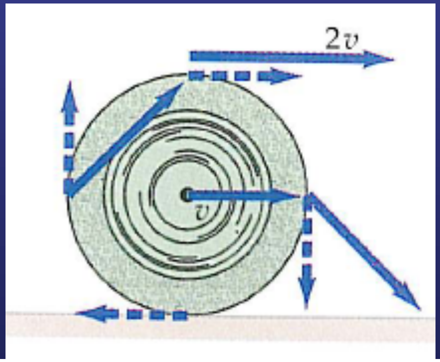
Si hay **rozamiento**, pero el **par no** es lo **suficientemente grande**: los neumáticos no se deslizarán debido a la fricción estática.

Ejemplo de fuerzas de fricción: desplazamiento de un coche en una carretera curva

La fuerza de fricción ejercida por la carretera sobre el coche tiene la dirección hacia delante y suministra la aceleración necesaria para que el coche acelere



Si cada neumático rueda sin deslizamiento, su superficie de contacto con la carretera se encuentra en reposo relativo con ésta.



Superficie de contacto con el suelo se mueve hacia atrás con respecto al eje con velocidad v

El eje se desplaza hacia adelante con velocidad v con respecto a la carretera.

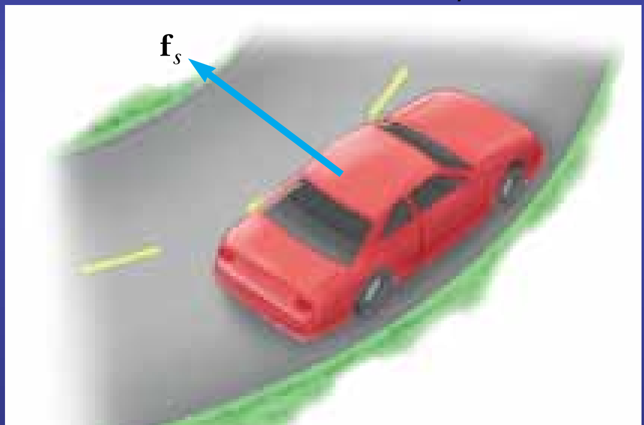
El rozamiento entre las ruedas y el suelo es fricción estática

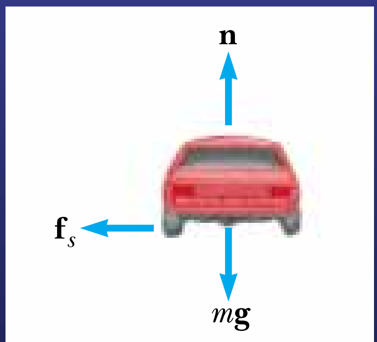
Fuerzas sobre un coche que toma una curva en una carretera horizontal plana

Un coche de masa m describe una curva de radio r sobre una carretera horizontal plana.

Si el coeficiente de rozamiento estático entre los neumáticos y la carretera es μ,

¿Cuál es la máxima celeridad que puede alcanzar el coche para tomar la curva sin salirse?





En este caso, la fuerza responsable de que el coche siga una trayectoria circular es la fuerza de rozamiento estática entre los neumáticos y la carretera

Dibujamos el diagrama de cuerpo aislado

$$f_s = m\frac{v^2}{r}$$

$$f_{s,\max} = \mu_s n$$

Como el coche está en equilibrio en la dirección vertical

$$n = mg \Rightarrow f_{s,\max} = \mu_s mg$$

$$\mu_s mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_s gr}$$

$$v = \sqrt{\mu_s gr}$$

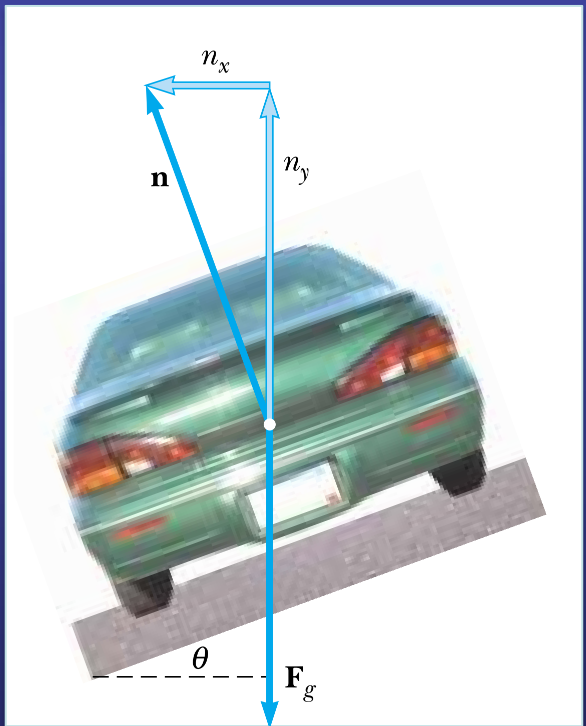
No dependen de la masa

Fuerzas sobre un coche que toma una curva en una carretera con peralte

Si la curva está peraltada con un ángulo θ la fuerza normal tendrá una componente apuntando hacia el centro de la curva

$$n_x = n \sin\theta$$

$$n_y = n \cos\theta$$



Imaginemos que se quiera diseñar la rampa de manera que un coche pudiera negociar la curva a un celeridad dada aún en ausencia de rozamiento

Segunda ley de Newton en la dirección radial

$$\sum F_r = n \sin\theta = m\frac{v^2}{r}$$

Segunda ley de Newton en la dirección y

$$\sum F_y = n\cos\theta - mg = 0$$

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción en fluidos

Interacción entre el objeto y el medio a través del cual se mueve.

El medio ejerce una fuerza de resistencia $\vec{R}$ cuando este se mueve a su través.

Módulo depende de la celeridad relativa entre el objeto y el medio

Dirección y sentido de $\vec{R}$ sobre el objeto es siempre opuesta a la dirección del movimiento

Generalmente, el módulo de la fuerza aumenta a medida que aumenta el módulo de la velocidad

Tipos de fuerzas: fuerzas de fricción en fluidos

Fuerzas de resistencia proporcional a la velocidad del objeto

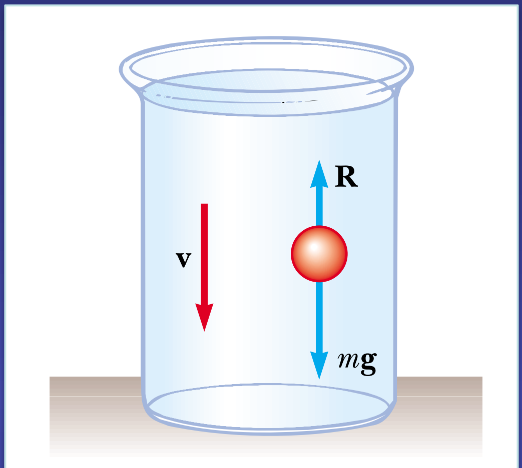
Modelo válido a velocidades bajas

$$\vec{R} = -b\vec{v}$$

b **es una constante, depende de las propiedades del medio y de la forma y dimensiones del objeto.**

El signo menos nos dice que la fuerza de resistencia es opuesta a la velocidad.

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción en fluidos



Una esfera de masa m que se deja caer desde la la posición de reposo

Únicas fuerzas: peso y fuerza de resistencia

(ignoramos empuje de Arquímedes. Podría incluirse variando el peso aparente de la esfera).

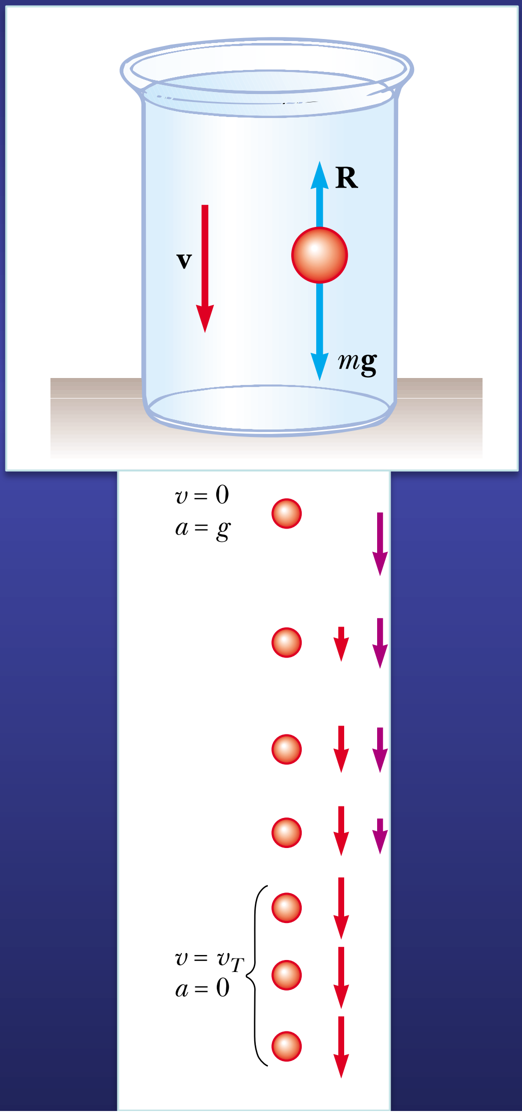
$$\sum F_y = ma_y \rightarrow mg - bv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

Condiciones iniciales: en t = 0

$$v = 0 \qquad \frac{dv}{dt} = g$$

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción en fluidos



$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

Condiciones iniciales: en t = 0

$$v = 0 \qquad \frac{dv}{dt} = g$$

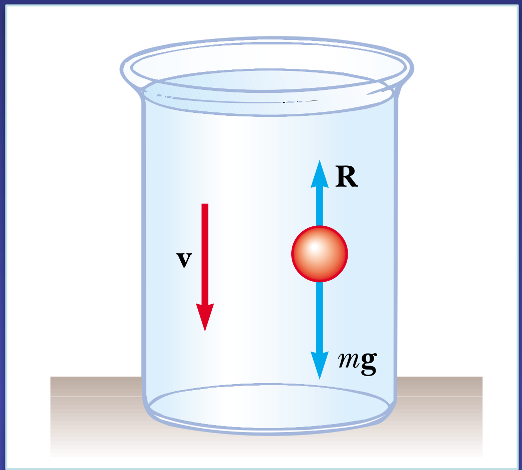
Cuando t aumenta, la velocidad aumenta, la fuerza de resistencia aumenta y la aceleración disminuye.

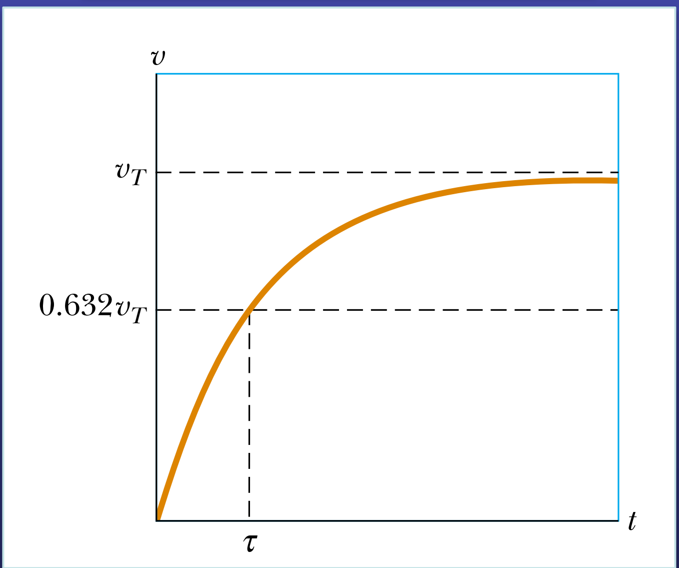
La aceleración se hace cero cuando la fuerza de resistencia se equilibra con el peso.

En ese momento, el objeto alcanza la velocidad límite v_T, y a partir de ese momento se mueve con velocidad constante

$$mg - bv_T = 0 \rightarrow v_T = \frac{mg}{b}$$

Tipos de fuerzas:
fuerzas de fricción en fluidos





$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

Condiciones iniciales: en t = 0

$$v = 0 \qquad \frac{dv}{dt} = g$$

Solución general

$$v = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-bt/m}\right) = v_T\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Tipos de fuerzas: fuerzas ficticias

Las leyes de Newton sólo son validas en sistemas de referencia inerciales

Cuando la aceleración de un objeto se mide con respecto a un sistema de referencia que a su vez se acelera con respecto a un sistema de referencia inercial, la fuerza resultante no es igual al producto de la masa por la aceleración

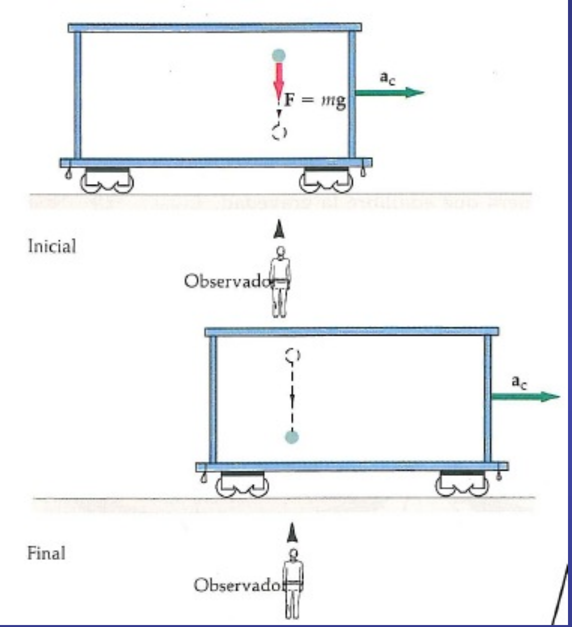
Incluso en este sistema de referencia acelerado, podemos utilizar la ley de Newton $\vec{F}_{\text{neta}} = m\vec{a}$ **si introducimos fuerzas ficticias o pseudofuerzas que dependan de la aceleración del sistema de referencia**

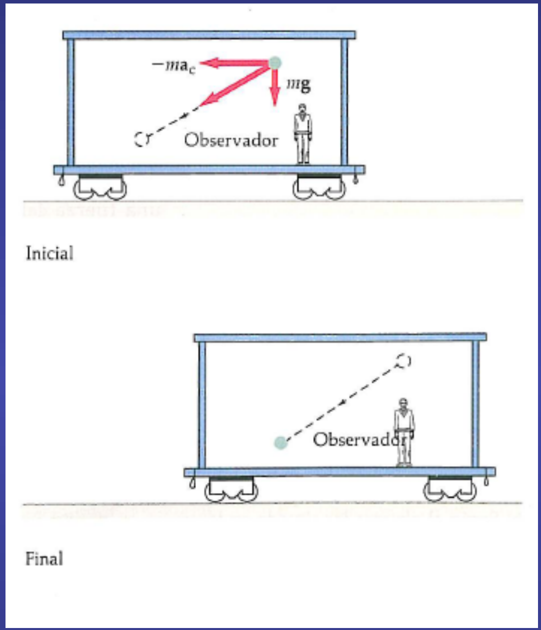
En el sistema de referencia acelerado:

$$\vec{F} + \vec{F}_{\text{ficticia}} = m\vec{a}$$

Tipos de fuerzas: fuerzas ficticias. Ejemplo 1

Se deja caer un objeto en el interior de un vagón de ferrocarril con velocidad inicial nula y aceleración constante a_c





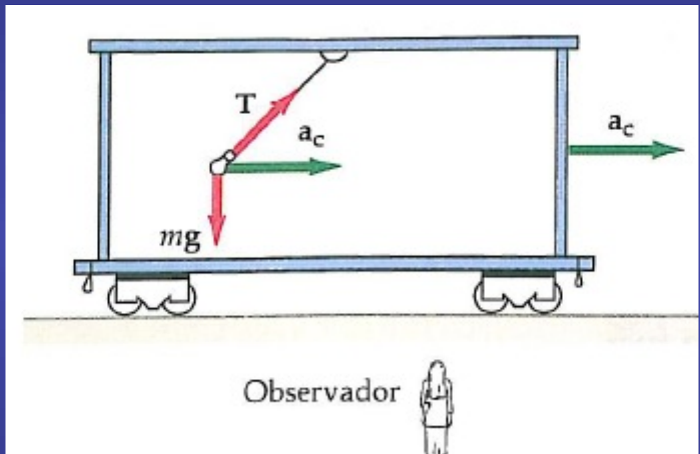
Un observador situado en la vía ve caer el objeto verticalmente (no hay velocidad inicial a lo largo de x), y con aceleración constante a lo largo de y, g

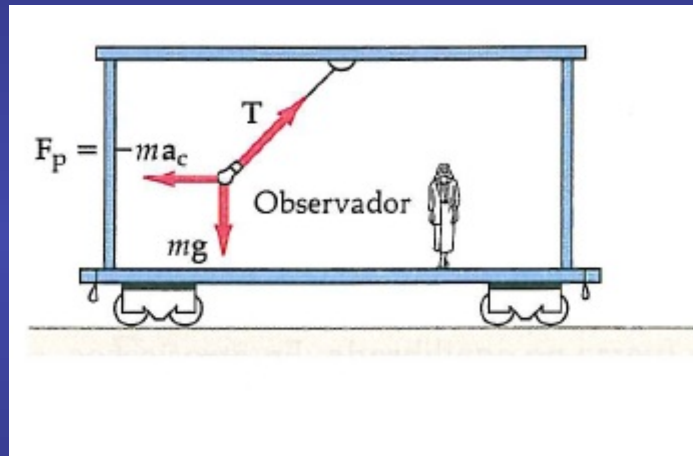
Con respecto al vagón, posee una aceleración vertical g, y una aceleración horizontal $-a_c$. La bola cae hacia la parte de atrás del vagón

En el sistema de referencia del vagón se puede utilizar la segunda ley de Newton si introducimos una fuerza ficticia $\vec{F}_\mathrm{p} = m\vec{a}_c$ que actúa sobre cualquier objeto de masa m

Tipos de fuerzas: fuerzas ficticias. Ejemplo 2

Una lámpara que cuelga de una cuerda del techo de un vagón.
Para cada observador, la componente vertical de la tensión es igual al peso de la lámpara.





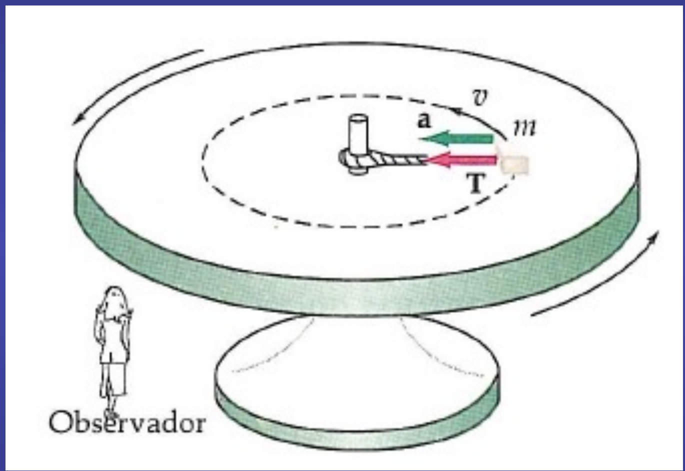
Un observador situado en la vía ve que la lámpara se acelera hacia la derecha debido a la acción de de la fuerza no equilibrada, la componente horizontal de la tensión.

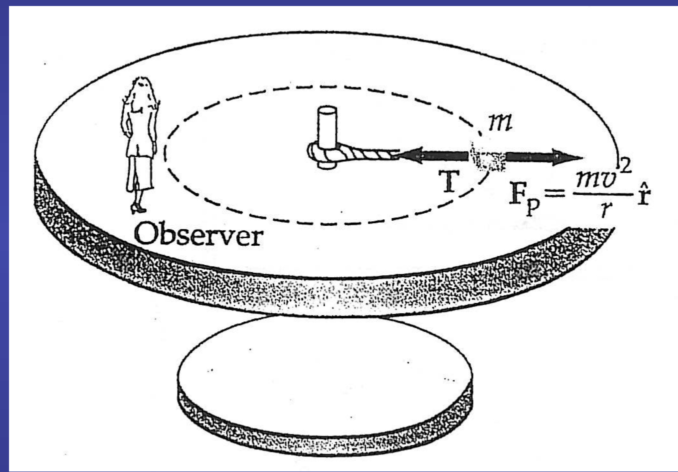
Con respecto al vagón, la lámpara está en equilibrio, y no tiene aceleración. La componente horizontal de la tensión equilibra una fuerza ficticia que actúa sobre todos los objetos del vagón para un observador situado en el vagón.

Física, P. A. Tipler, Ed. Reverté, Tercera Edición, Capítulo 5

Tipos de fuerzas: fuerzas ficticias. Ejemplo 3

Una plataforma giratoria.
Cada punto de la trayectoria se mueve en círculo y tiene una aceleración centrípeta.





Para un observador inercial, el bloque se mueve en círculo con velocidad v, y está acelerado hacia el centro del círculo, v^2/r, por la fuerza no equilibrada de la tensión de la fuerza.

Para un observador en la plataforma, el bloque está en reposo y no acelera. Para usar la segunda ley de Newton se debe utilizar una fuerza fictica de magnitud v^2/r y que apunte hacia fuera del círculo, la fuerza centrífuga.

Física, P. A. Tipler, Ed. Reverté, Tercera Edición, Capítulo 5

Tipos de fuerzas:
fuerzas ficticias

Supongamos que un observador se encuentra en un sistema de referencia acelerado (piénsese en el ascensor, un tiovivo, o la Tierra que al estar en rotación no es un sistema inercial). Este observador realiza experimentos físicos sencillos (dejar caer un objeto, medir la tensión de una cuerda..). Como el sistema de referencia en el que está sufre una aceleración, sus resultados, medidos por él, no coincidirán en general con los que obtendría en esos mismos experimentos si estuviera en reposo.

Si este observador cree firmemente en las ecuaciones de Newton, las escribirá tal y como conocemos. Sin embargo, las aceleraciones su sistema está sufriendo, y que el desconoce que existen, las interpretará,(para que le cuadren las ecuaciones) como una cierta fuerza. Esta fuerza no existe como tal (no hay ninguna interacción de la naturaleza que las genere), pero necesita creer en su existencia para que sigan siendo válidas las ecuaciones de Newton.

Estas fuerzas, que aparecen sólo en los sistemas de referencia no inerciales se denominan FUERZAS DE INERCIA, o fuerzas ficticias.