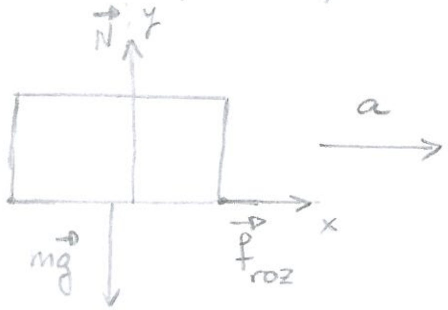
Problema 1-) Una caja reposa sobre la parte posterior de un camión. El coeficiente de rozamiento estático entre la caja y el camión es de 0,3.

(a) Cuando el camión acelera, ¿qué fuerza acelera la caja?

La fuerza de rozamiento estática que se opone al deslizamiento de la caja sobre la superficie del camión.

(b) Calcular la aceleración máxima que puede aplicarse al camión antes de que la caja resbale.

Dibujamos todas las fuerzas que actúan sobre la caja:



$$\sum F_y = N - mg = 0 \implies N = mg$$

$$\sum F_x = f_{roz} = m \cdot a$$

Teniendo en cuenta que el rozamiento es estático

$$f_{roz} \leq f_{\substack{\text{rozamiento} \\ \text{estática} \\ \text{máxima}}} = \mu \cdot N = \mu mg$$

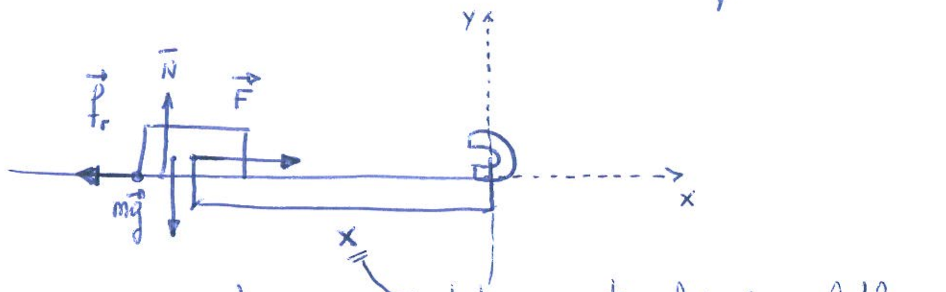
Entonces, como mucho.

$$ma \leq \mu mg$$

$$a \leq \mu g$$

La aceleración máxima que se puede aplicar es $\underline{\underline{a_{max} = \mu g}}$

Problema 2: La fuerza que un imán ejerce sobre un pequeño bloque de acero es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ambos, y vale 1,5 N cuando el bloque está situado a 250 mm del imán. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie es de 0.5. Si el bloque se deja libre en la anterior posición, determinar su velocidad cuando esté a 100 mm del imán si su masa es de 60 g.



$$F = \frac{k}{x^2}$$

① ¿Cuánto vale la constante k?

$$k = F \cdot x^2 = 1.5 \cdot (0.25)^2 \quad N \cdot m^2$$

$$= 0.09375 \quad N \cdot m^2$$

② Sobre el bloque están actuando cuatro fuerzas:

- El peso $m\vec{g}$

- La normal que ejerce la superficie sobre el objeto y que cancela el peso

- La atracción por el imán, que actúa a lo largo de x, $F = \frac{k}{x^2}$

- La fuerza de rozamiento, que se opone al movimiento respecto de la superficie $f_r = \mu \cdot N$

A lo largo de y, no hay fuerza neta:

$$\sum F_y = -mg + N = 0 \qquad N = mg$$

A lo largo de x si hay fuerza neta:

$$\sum F_x = \frac{k}{x^2} - \mu N = \frac{k}{x^2} - \mu mg$$

esta fuerza neta depende de la separación entre el objeto y el imán.

El cuerpo estará acelerado a lo largo de x, con una aceleración

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{1}{m}\left(\frac{k}{x^2} - \mu mg\right) = \frac{k}{mx^2} - \mu g$$

Si en el instante $t=0$ dejamos libre el objeto, $v_x = 0$, el cuerpo irá adquiriendo una velocidad a lo largo de x porque está acelerado en esa dirección.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow dv_x = a_x\,dt \Rightarrow \int_0^t dv_x = \int_0^t a_x\,dt$$

Tal cual está planteada, la integral de la derecha no se puede resolver directamente, ya que no conocemos la aceleración como función del tiempo.
La aceleración, en este problema cambia como función de la posición.

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\,\frac{dx}{dx} = \frac{dv_x}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = v_x \cdot \frac{dv_x}{dx}$$

$$a_x = v_x\,\frac{dv_x}{dx} = \frac{k}{mx^2} - \mu g$$

$$v_x\,dv_x = \left(\frac{k}{mx^2} - \mu g\right)dx$$

$$\int v_x\,dv_x = \int\left(\frac{k}{mx^2} - \mu g\right)dx$$

$$\frac{v_x^2}{2} = -\frac{k}{mx} - \mu g x + C$$

La constante de integración puede determinarse a partir de las condiciones iniciales: cuando la partícula se encuentra en la posición x_0 (a 250 mm del imán), la velocidad inicial es cero:

$$0 = -\frac{k}{m x_0} - \mu g x_0 + C$$

$$\Rightarrow C = \frac{k}{m x_0} + \mu g x_0$$

Y la solución de la integral puede escribirse como:

$$\frac{v_x^2}{2} = -\frac{k}{mx} - \mu g x + \frac{k}{m x_0} + \mu g x_0$$

$$= \frac{k}{m}\left[\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x}\right] + \mu g (x_0 - x)$$

Con lo que:

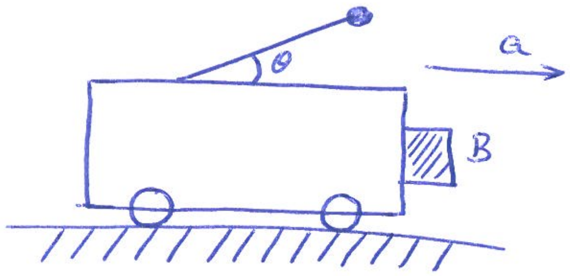
$$v_x = \sqrt{\frac{2k}{m}\left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x}\right) + 2\mu g (x_0 - x)}$$

Sustituyendo los dato del problema: $\begin{cases} x_0 = -0.25\,m \\ x = -0.10\,m \end{cases}$

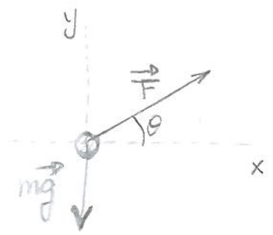
$$v_x = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.09375}{0.06}\left(\frac{1}{-0.25} - \frac{1}{-0.1}\right) + 2 \cdot 0.5 \cdot 9.80\,(-0.25 + 0.1)}$$

$$= 4.16\ m/s$$

Problema 3.-1 El extremo izquierdo de la barra de peso despreciable representada en la figura está articulada a un carretón. En su extremo derecho se halla sujeta una partícula pesada. Si el carretón tiene una aceleración a hacia la derecha, hállese el ángulo θ.



Dibujamos el diagrama de fuerzas de cuerpo aislado para la partícula pesada.



$\vec{F}$ = fuerza que la barra ejerce sobre la masa.

Descomponemos las fuerzas en las direcciones x e y y aplicamos la segunda ley de Newton.

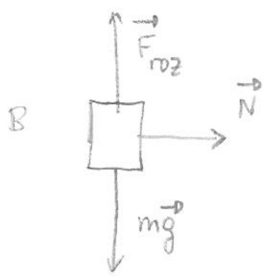
$$\sum F_y = F \cdot \operatorname{sen}\theta - mg = 0 \implies \operatorname{sen}\theta = \frac{mg}{F}$$

$$\sum F_x = F \cdot \cos\theta = m \cdot a \implies \cos\theta = \frac{ma}{F}$$

$$\underline{\underline{\tan\theta}} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta} = \frac{\frac{\cancel{m}g}{\cancel{F}}}{\frac{\cancel{m}a}{\cancel{F}}} = \underline{\underline{\frac{g}{a}}}$$

Si en la parte derecha del mismo se acopla un paquete B de masa M_B que posee un coeficiente de rozamiento con el carretón μ, ¿qué aceleración deberá adquirir éste para que el paquete no caiga?

Dibujando el diagrama de todas las fuerzas que actúan sobre el bloque, aplicando la segunda ley de Newton y teniendo en cuenta que el rozamiento es estático.



$$\sum F_x = N = M_B \cdot a$$

$$\sum F_y = F_{roz} - M_B g = 0$$

Como $F_{roz} \leq F_{\substack{\text{rozamiento} \\ \text{estática} \\ \text{máxima}}} = \mu \cdot N$, entonces

$$M_B g \leq \mu M_B a \implies \underline{\underline{a \geq \frac{g}{\mu}}}$$

Problema 4.- Admitiremos que un cuerpo que se mueve en el seno de un fluido experimenta una resistencia al avance proporcional al cuadrado de la velocidad v y a la superficie frontal S según una ley $F = K v^2 S$. Las aspas de un helicóptero, de 4 m de radio, giran en un momento determinado a 10 rev/s y tienen un perfil de 1,25 cm de grosor. Calcular la fuerza total de rozamiento y el momento de las fuerzas de rozamiento respecto al punto de giro del eje del motor. Tomar $K = 10^4 \text{ din} \cdot s^2/m^4$

Suponemos que el helicóptero tiene dos aspas.

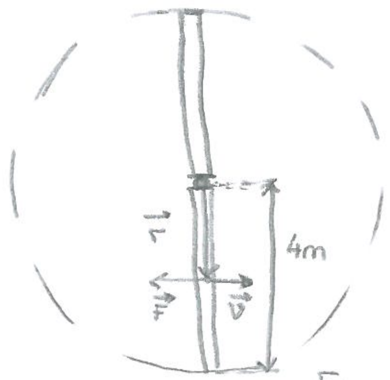


Figura 1

La vista lateral de una de las aspas sería

La superficie frontal del aspa será

$$S = (4 \cdot 0.0125)\ m^2 = 0.05\ m^2$$

Las aspas giran con una velocidad angular de 10 rev/s

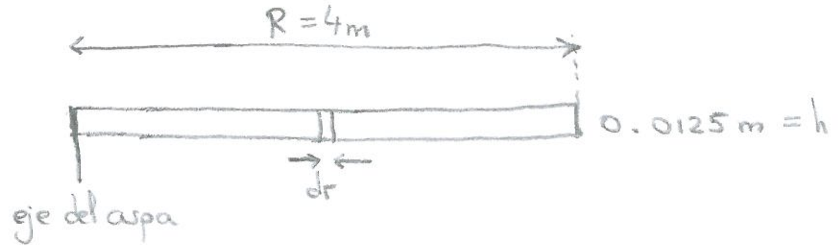
$$\omega = 10\ \frac{rev}{s} = 10 \cdot 2\pi\ \frac{rad}{s} = 20\pi\ rad/s$$

a) Calcular la fuerza total de rozamiento.

La fuerza de rozamiento dependerá del punto del aspa que estemos considerando, ya que el módulo de la velocidad con la que se mueve cada punto es diferente:

$$v = \omega \cdot r ,$$

donde r es la distancia al centro.



Un elemento diferencial de aspa, de anchura (0.0125m) y longitud dr situado a una distancia r del centro experimenta una resistencia al avance de

$$K v^2 S = K (\omega r)^2 \cdot dr \cdot h$$

$$= K \cdot h \omega^2 r^2 dr$$

Y para calcular la resistencia total habría que integrar sobre toda la longitud del aspa:

$$F = \int_0^R K h \omega^2 r^2 dr = K \cdot h \omega^2 \left. \frac{r^3}{3} \right]_0^R = K \cdot h \cdot \omega^2 \frac{R^3}{3}$$

Como $K = 10^4 \dfrac{din\ s^2}{m^4} = 10^4 \dfrac{din\ s^2}{m^4} \cdot \dfrac{10^{-5} N}{1\ din} = 0.1 \dfrac{N\ s^2}{m^4}$

$h = 0.0125\ m$

$\omega = 20\pi\ rad/s$

$R = 4\ m$

$$\boxed{F = 105.27\ N}$$

b) Calcular el momento de las fuerzas de rozamiento con respecto al punto de giro del eje del motor.

El momento de una fuerza viene definido por

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

donde $\vec{F}$ es la fuerza y $\vec{r}$ representa la posición de aplicación

Como se representa en la Figura 1, $\vec{r}$ y $\vec{F}$ son perpendiculares en el caso del movimiento de las aspas considerado, con lo que el módulo del momento de las fuerzas vendrá dado por:

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| = r \cdot K v^2 \cdot S$$

Para un segmento diferencial de aspa:

$$dM = r K v^2 \cdot dr \cdot h = K h \omega^2 r^3 dr$$

Y el momento total:

$$M = \int_0^R K h \omega^2 r^3 dr = K \cdot h \cdot \omega^2 \cdot \frac{R^4}{4}$$

Sustituyendo el valor de las diferentes variables:

$$\boxed{M = 315.82 \ N \cdot m}$$

Problema 5.- Una masa de 4 kg es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 60 m/s. La masa encuentra una resistencia del aire $F = -\frac{3v}{100}$ N. Calcular el tiempo que transcurre desde el lanzamiento hasta que alcanza la máxima altura. ¿Cuál es la máxima altura?

Sobre el cuerpo están actuando dos fuerzas que se oponen a su movimiento. Las dos están dirigidas verticalmente hacia abajo.

① Su peso: $F_1 = -mg$ (N)

② La resistencia del aire $F_2 = -\frac{3v}{100}$ (N)

La fuerza neta que actúa sobre el objeto será la suma de las dos:

$$F = F_1 + F_2 = -mg - \frac{3v}{100},$$

y por lo tanto su aceleración valdrá:

$$a = \frac{F}{m} = -g - \frac{3v}{100\,m}$$

Como

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = -\left[g + \frac{3v}{100\,m}\right] \Rightarrow \frac{dv}{\left[g + \frac{3v}{100\,m}\right]} = -dt$$

Integrando, teniendo en cuenta las condiciones iniciales:

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{\left[g + \frac{3v}{100\,m}\right]} = -\int_{0}^{t} dt$$

La primera integral puede hacerse mediante un cambio de variables

$$\int \frac{dv}{g+\frac{3}{100m}v} = \frac{100m}{3}\int \frac{dv'}{v'} = \frac{100m}{3}\ln v' = \frac{100m}{3}\ln\left[g+\frac{3}{100m}v\right]$$

$$v' = g+\frac{3}{100m}v$$

$$dv' = \frac{3}{100m}dv \Rightarrow dv = \frac{100m\,dv'}{3}$$

Teniendo en cuenta los límites de integración:

$$\frac{100m}{3}\ln\left[g+\frac{3}{100m}v\right] - \frac{100m}{3}\ln\left[g+\frac{3}{100m}v_0\right] = \frac{100m}{3}\ln\left[\frac{g+\frac{3}{100m}v}{g+\frac{3}{100m}v_0}\right] = -t$$

De la segunda integral

Cuando el objeto alcanza la altura máxima, su velocidad se anula

Si en la expresión anterior hacemos $v=0$, podemos calcular el tiempo.

$$\frac{100m}{3}\ln\left[\frac{g}{g+\frac{3}{100m}v_0}\right] = -t_{max\ altura}$$

$$\frac{100m}{3}\ln\left[\frac{1}{1+\frac{3}{100mg}v_0}\right] = \frac{100m}{3}\ln\left[\left(1+\frac{3}{100mg}v_0\right)^{-1}\right] =$$

$$= -\frac{100m}{3}\ln\left(1+\frac{3}{100mg}v_0\right) = -t$$

$$\Rightarrow \boxed{t_{max\ alt}} = \frac{100m}{3}\ln\left(1+\frac{3}{100mg}v_0\right) = \boxed{5,986\ s}$$

Para encontrar la altura en función del tiempo, despejamos la velocidad de la ecuación:

$$\frac{100\ m}{3} \ln\left[\frac{g+\frac{3}{100\ m} v}{g+\frac{3}{100\ m} v_0}\right] = -t$$

$$\ln\left[\frac{g+\frac{3}{100\ m} v}{g+\frac{3}{100\ m} v_0}\right] = -\frac{3}{100\ m}\cdot t$$

$$\frac{g+\frac{3}{100\ m} v}{g+\frac{3}{100\ m} v_0} = e^{-\frac{3}{100\ m}\cdot t}$$

$$g+\frac{3}{100\ m} v = \left(g+\frac{3}{100\ m} v_0\right) e^{-\frac{3}{100\ m} t}$$

$$\frac{3}{100 m} v = \left(g+\frac{3}{100 m} v_0\right) e^{-\frac{3}{100 m} t} - g$$

$$v(t) = \left(\frac{100\ m}{3}\right)\cdot\left[\left(g+\frac{3}{100 m} v_0\right) e^{-\frac{3}{100 m} t} - g\right]$$

Integrando y teniendo en cuenta las condiciones de contorno:

$$v = \frac{dy}{dt} \Rightarrow dy = v\, dt \Rightarrow \int_0^{y(t)} dy = \int_0^t v\, dt$$

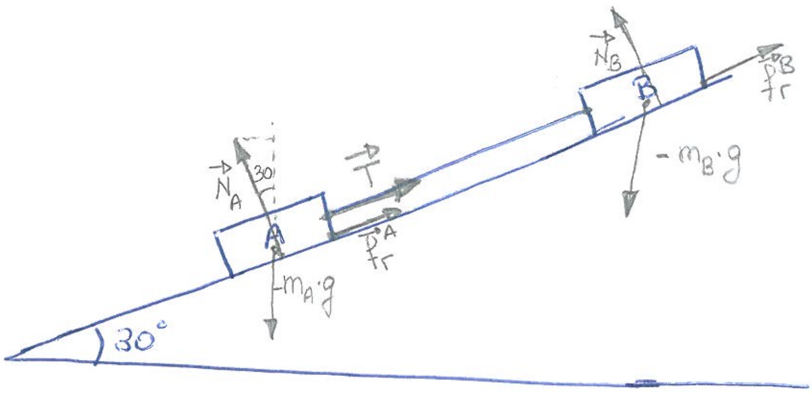
$$y(t) = \int_0^t \left(\frac{100 m}{3}\right)\cdot\left[\left(g+\frac{3}{100 m} v_0\right) e^{-\frac{3}{100\ m} t} - g\right] dt =$$

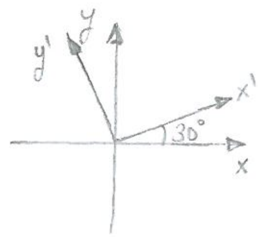
$$= \left(\frac{100\ m}{3}\right)^2 \left(g+\frac{3}{100 m} v_0\right)\cdot\left(1-e^{-\frac{3}{100 m} t}\right) - \frac{100\ m}{3} g t$$

Y sustituyendo el tiempo en el cual se alcanza la altura máxima:

$$\boxed{y_{max}} = y\left(t_{max\ alt}\right) = \boxed{178.2 \ m}$$

Problema 6.- El bloque A de 1 kg de masa está unido a una cuerda inextensible y sin masa al bloque B de 2 kg. Si el coeficiente de rozamiento dinámico entre A y el plano es 0.2 y entre B y el plano es 0.3, calcular: a) la aceleración de los dos bloques y b) la tensión de la cuerda.





Fuerzas que actúan sobre el cuerpo A en el sistema de referencia xy, si no hubiera cuerda:

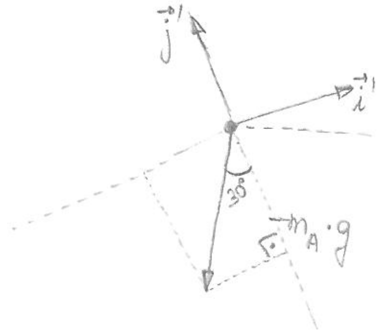
- El peso: $-m_A g \cdot \vec{j}$
- La normal: $\vec{N}_A = N_{A,x} \vec{i} + N_{A,y} \cdot \vec{j}$
- La fuerza de rozamiento: $\vec{f}_r^A = f^A_{r,x} \vec{i} + f^A_{r,y} \vec{j}$

Fuerzas que actúan sobre el cuerpo B en el sistema de referencia xy, si no hubiera cuerda:

- El peso: $-m_B \cdot g \vec{j}$
- La normal: $\vec{N}_B = N_{B,x} \vec{i} + N_{B,y} \vec{j}$
- La fuerza de rozamiento: $\vec{f}_r^B = f^B_{r,x} \vec{i} + f^B_{r,y} \vec{j}$

El problema se simplifica si rotamos el sistema de referencia 30°, y referimos todo al sistema de referencia x'y'. En este sistema de referencia, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo A si no hubiera cuerda son:

- El peso:



$$-m_A \cdot g \cdot \text{sen}\, 30\, \vec{i}' - m_A \cdot g \cdot \cos 30 \cdot \vec{j}'$$

- La normal: $\vec{N}_A = N_{A,y'} \cdot \vec{j}'$

- La fuerza de rozamiento: $\vec{f}_r^A = \mu \cdot N_{A,y'} \cdot \vec{i}'$

· La resultante de las fuerzas a lo largo de $\vec{j}'$ es:

$$\sum F_{y'}^A = N_{A,y'} - m_A g \cos 30 = 0 \Rightarrow N_{A,y'} = m_A g \cos 30$$

· La resultante de las fuerzas a lo largo de $\vec{i}'$ es:

$$\sum F_{x'}^A = -m_A g \,\text{sen}\, 30 + \mu_A N_{A,y'} = -m_A g \,\text{sen}\, 30 + \mu_A m_A g \cos 30$$

$$= m_A g \left(\mu_A \cos 30 - \text{sen}\, 30\right)$$

· Y la aceleración a lo largo de $\vec{i}'$ será:

$$a_{x'}^A = \frac{\sum F_{x'}^A}{m_A} = g \left(\mu_A \cos 30 - \text{sen}\, 30\right)$$

$$a_{x'}^A = 9.80 \cdot \left(0.2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right) = -3.20\ m/s^2$$

Si no hubiera cuerda, el cuerpo B estaría acelerado a lo largo de $\vec{i}'$

con una aceleración:

$$a_{x'}^{B} = \frac{\sum F_{x'}^{B}}{m_B} = g\,(\mu_B \cos 30 - \sin 30)$$

$$a_{x'}^{B} = 9.80 \cdot (0.3 \cos 30 - \sin 30) = -2.35\ m/s^2$$

Es decir, si no hubiera cuerda, el cuerpo A tendería a caer por la rampa con una aceleración mayor que el cuerpo B.

Si ahora unimos los dos cuerpos con una cuerda inextensible, los dos van a caer con la misma aceleración. Forman un sistema conjunto. El cuerpo B va a frenar la aceleración del cuerpo A.

Para calcular la aceleración del sistema conjunto tenemos que identificar todas las fuerzas externas que actúan sobre el sistema. Las fuerzas internas (las fuerzas que actúan entre los elementos del sistema) no se incluyen ya que no afectan al movimiento del sistema completo.

Las fuerzas externas que actúan sobre el sistema a lo largo de $\vec{j}'$ son:

$$\sum F_{y'} = N_{A,y'} - m_A g \cos 30 + N_{B\,y'} - m_B g \cos 30 = 0$$

Las fuerzas externas que actúan sobre el sistema a lo largo de $\vec{i}'$ son:

$$\sum F_{x'} = -m_A g \sin 30 + \mu_A m_A g \cos 30 - m_B g \sin 30 + \mu_B m_B g \cos 30$$

$$= g \cos 30\,(\mu_A m_A + \mu_B m_B) - g \sin 30\,(m_A + m_B)$$

Y la aceleración del sistema total:

$$a_{x'} = \frac{\sum F_{x'}}{(m_A+m_B)} = \frac{1}{(m_A+m_B)}\left[g\cos 30\,(\mu_A m_A + \mu_B m_B) - g\,\text{sen}\,30\,(m_A+m_B)\right]$$

Sustituyendo los datos del problema:

$$a_{x'} = -2.64 \ m/s^2$$

b) Calcular la tensión de la cuerda:

Si elegimos nuestro sistema como el cuerpo A únicamente, al balance de las fuerzas a lo largo de $\vec{i}\,'$ hay que sumarle la tensión de la cuerda:

$$\vec{T} = T_{x'}\,\vec{i}\,'$$

Con lo cual:

$$\sum F^A_{x'} = -m_A\, g\, \text{sen}\,30 + \mu_A\, m_A\, g \cos 30 + T_{x'}$$

$$= m_A\, g\,(\mu_A \cos 30 - \text{sen}\,30) + T_{x'}$$

$$\sum F^A_{x'} = m_A \cdot a_{x'} = m_A\, g\,(\mu_A \cos 30 - \text{sen}\,30) + T_{x'}$$

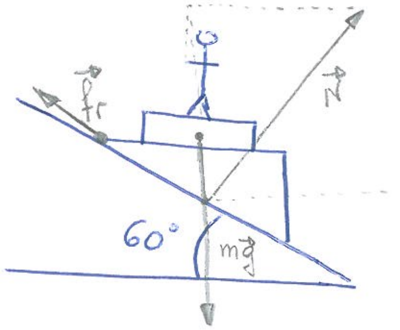
$$T_{x'} = m_A \cdot \left[a_{x'} - g\,(\mu_A \cos 30 - \text{sen}\,30)\right]$$

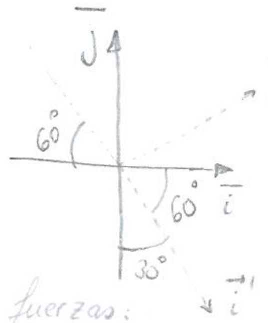
$$\underline{\underline{T_{x'}}} = 1 \cdot \left[-2.64 - (-3.20)\right] \text{kg}\cdot\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{0.56\ N}}$$

Problema 7.- Un hombre desciende por un plano inclinado 60° sobre una báscula horizontal. Sabiendo que su peso es de 70 kg y que el coeficiente de rozamiento entre la báscula y el plano es de 0.3, calcular:

a) la aceleración de bajada

b) lo que marca la báscula.





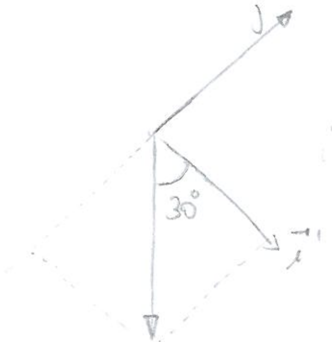
Sobre la báscula actúan las siguientes fuerzas:

a) el peso $-mg\vec{j}$

b) la normal $\vec{N} = N_x\vec{i} + N_y\vec{j}$

c) la fuerza de rozamiento $\vec{f}_{r} = f_{rx}\vec{i} + f_{ry}\vec{j}$

Si expresamos estas fuerzas en un sistema de referencia $(\vec{i}', \vec{j}')$ girado 60° con respecto al primero:



a) el peso: $+mg \cdot \cos 30\,\vec{i}' - mg \operatorname{sen} 30\,\vec{j}'$

b) la normal: $\vec{N} = N_{y'}\vec{j}'$

c) el rozamiento: $\vec{f}_{r} = -f_{rx'}\vec{i}'$

La resultante a lo largo de x' e y' será:

$$\sum F_{y'} = N_{y'} - mg \operatorname{sen} 30 = 0 \Rightarrow N_{y'} = mg \operatorname{sen} 30$$

$$\sum F_{x'} = mg\cos 30 - f_{rx'} = mg\cos 30 - \mu mg \operatorname{sen} 30 = mg\,(\cos 30 - \mu \operatorname{sen} 30)$$

Y, por la segunda ley de Newton:

$$\sum F_{x'} = m \cdot a_{x'}$$

$$a_{x'} = \frac{\sum F_{x'}}{m} = g\,(\cos 30 - \mu \operatorname{sen} 30)$$

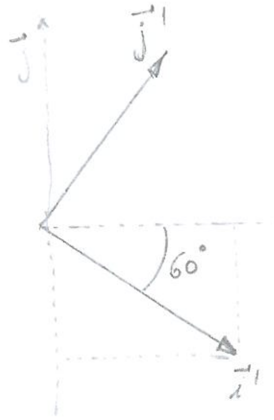
Sustituyendo los datos del problema:

$$a_{x'} = 9.80 \left(\sqrt{3}/2 - 0.3\,\frac{1}{2} \right) m/s^2$$

$$= 7.02 \; m/s^2$$

b) lo que marca la báscula:

Si pasamos la aceleración del sistema de coordenadas $(\vec{i}\,', \vec{j}\,')$ al $(\vec{i}, \vec{j})$



$$\vec{a} = a_{x'}\,\vec{i}\,'$$

$$= a_{x'} \cdot \cos 60\,\vec{i} - a_{x'} \cdot \operatorname{sen} 60\,\vec{j}$$

$$= 7.02 \cdot \frac{1}{2}\,\vec{i} - 7.02 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\,\vec{j} \quad (m/s^2)$$

$$= 3.51\,\vec{i} - 6.08\,\vec{j} \quad (m/s^2)$$

El peso que marcará la báscula será igual a la normal que la báscula tiene que ejercer sobre la persona:

$$\sum F_y = N_y - mg = m \cdot a_y$$

$$N_y = m\,(a_y + g) = 70\,kg \cdot (-6.08 + 9.80)\, m/s^2$$

$$= 260.4 \; N$$

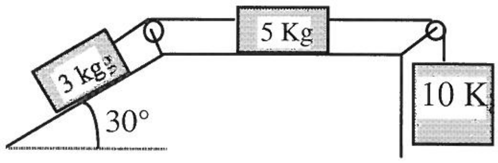
Si la báscula está calibrada para funcionar con $g = 9.80\, m/s^2$, 260.4 N equivale en kg a: $\frac{260.4\,N}{9.80\,m/s^2} = 26.57\,kg.$

Problema 8: Los tres bloques de la figura están conectados por media de cuerdas ligeras que pasan por poleas sin rozamiento. La aceleración del sistema es de 2 m/s^2 y las superficies son rugosas. Calcular:

(a) Las tensiones de las cuerdas.

(b) El coeficiente de rozamiento entre los bloques y la superficie (suponiendo μ igual para los dos bloques).

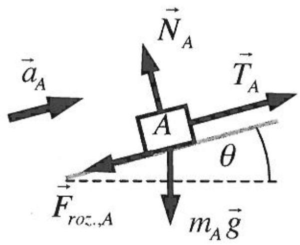
(Tomad $g = 10$ m/s^2)



Solución:

Comenzamos la resolución del problema dibujando los diagramas de cuerpo aislado para cada uno de los tres cuerpos.

Para el bloque A tendremos:



Si escogemos un sistema de coordenadas en el cuál el eje x sea paralelo al plano inclinado y el eje y perpendicular al mismo, podemos proyectar las fuerzas sobre cada uno de estos ejes y plantear la segunda ley de Newton.

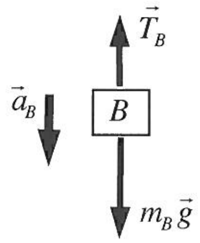
A lo largo del eje y:

$$N_A - m_A g\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad N_A = m_A g\cos\theta.$$

A lo largo del eje x:

$$T_A - F_{roz,A} - m_A g \sin\theta = m_A a_A \quad \Rightarrow$$
$$T_A - \mu N_A - m_A g \sin\theta = m_A a_A \quad \Rightarrow$$
$$T_A - \mu\, m_A g \cos\theta - m_A g \sin\theta = m_A a_A. \qquad (1)$$

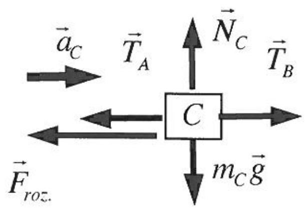
Para el bloque B tendremos:



$\vec{T}_A$ Para este bloque elegimos un sistema de coordenadas en el cuál el eje y sea vertical, y cuyo sentido positivo apunte hacia abajo. La segunda ley de Newton en este caso se transforma en:

$$m_B g - T_B = m_B a_B. \qquad (2)$$

Por último, para el bloque C, tendremos:



Para este bloque elegimos un sistema de coordenadas en el cuál el eje x sea horizontal (paralelo al plano), y eje y sea vertical (perpendicular al plano). En este caso, las ecuaciones de Newton toman la forma

A lo largo del eje y:

$$N_C - m_C g = 0 \quad \Rightarrow \quad N_C = m_C g \cos\theta.$$

A lo largo del eje x:

$$
\begin{aligned}
&T_B - T_A - F_{roz,C} = m_C a_C \quad \Rightarrow \\
&T_B - T_A - \mu N_C = m_C a_C \quad \Rightarrow \\
&T_B - T_A - \mu\, m_C g = m_C a_C. \qquad (3)
\end{aligned}
$$

Por último, sabemos que el módulo de la aceleración de los tres cuerpos es el mismo:

$$a_A = a_B = a_C. \qquad (4)$$

Así pues, tenemos que resolver el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (las tensiones de las cuerdas y el coeficiente de rozamiento):

$$
\begin{cases}
T_A - \mu\, m_A g \cos\theta - m_A g \sin\theta = m_A a, \\
m_B g - T_B = m_B a, \\
T_B - T_A - \mu m_C g = m_C a.
\end{cases}
$$

De la segunda ecuación deducimos que

$$T_B = m_B(g-a).$$

Sustituyendo en la tercera,

$$T_A = m_B(g-a) - m_C(\mu g + a).$$

Y finalmente, llevando esta expresión a la primera y despejando μ

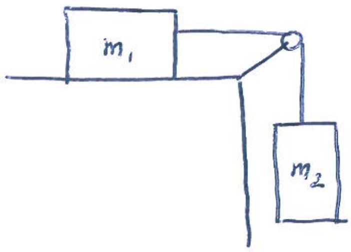
$$\mu = \frac{(m_B - m_A \sin\theta) - (m_A + m_B + m_C)\dfrac{a}{g}}{m_A \cos\theta + m_C}.$$

Sustituyendo los datos del problema:

$$
\begin{aligned}
&\mu = 0{,}645 \\
&T_A = 37{,}75\ \mathrm{N} \\
&\mathrm{T}_B = 80{,}0\ \mathrm{N}
\end{aligned}
$$

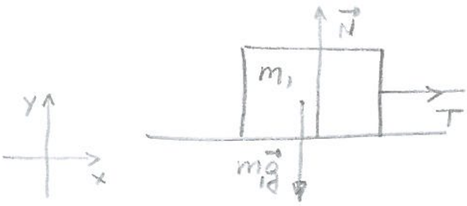
Problema 9 | Calcular las aceleraciones de m_1 y m_2 y la tensión de las cuerdas en los tres casos representados. Todas las poleas tienen peso despreciable y fricción nula. ¿Qué dispositivo acelera m_1 más rápidamente en caída libre?

a)



Dibujamos el diagrama de cuerpo aislado para cada uno de los dos objetos

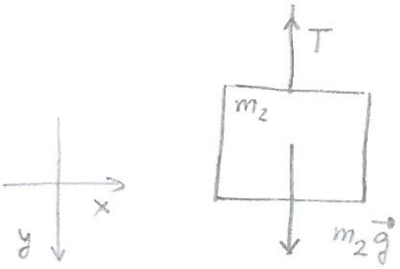
Para el cuerpo 1:



$$\sum F_y = N - m_1 g = 0 \Rightarrow N = m_1 g$$

$$\sum F_x = T = m_1 a_1$$

Para el cuerpo 2:



$$\sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_2$$

Como la cuerda es inextensible, la aceleración tiene que ser la misma:

$$a_1 = a_2$$

Luego:

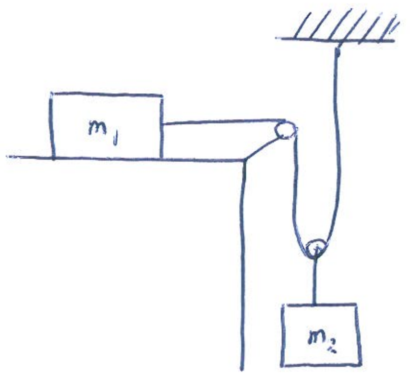
$$T = m_1 a$$

$$m_2 g - T = m_2 a \Rightarrow T = m_2 (g - a)$$

$$m_2 g - m_2 a = m_1 a \Rightarrow \boxed{a = \frac{m_2 g}{(m_1 + m_2)}}$$

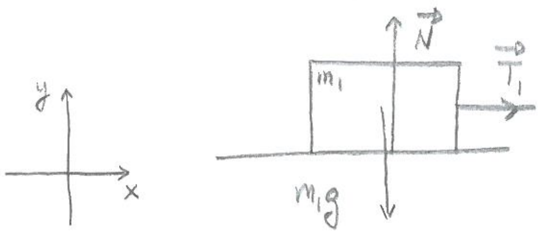
$$\boxed{T = m_2 g - \frac{m_2^2 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)}}$$

b)



Dibujamos el diagrama de los dos objetos y de la polea móvil.

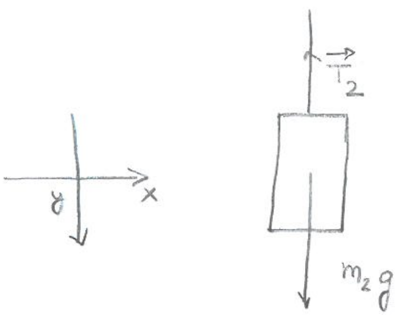
Para el cuerpo 1:



$$\sum F_y = N - m_1 g = 0 \Rightarrow N = m_1 g$$

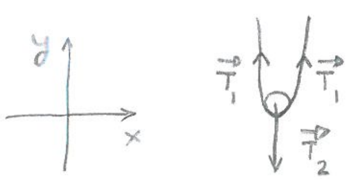
$$\sum F_x = T_1 = m_1 a_1$$

Para el cuerpo 2:



$$\sum F_y = -T_2 + m_2 g = m_2 a_2$$

Para la polea móvil



$$\sum F_y = 2T_1 - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = 2T_1$$

se supone que la polea carece de masa

Como la cuerda es inextensible, $a_2 = \dfrac{a_1}{2}$

Dicho de otra manera, si el objeto 1 se desplaza hacia la derecha una distancia Δx, el cuerpo 2 desciende $\dfrac{\Delta x}{2}$ en el mismo tiempo. (la parte de la cuerda 1 a la izquierda y a la derecha de la polea móvil aumenta $\dfrac{\Delta x}{2}$)

Así pues las 4 ecuaciones a resolver son:

$$T_1 = m_1 a_1 \qquad (1)$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \qquad (2)$$

$$T_2 = 2 T_1 \qquad (3)$$

$$a_2 = \frac{a_1}{2} \qquad (4)$$

Reemplazando (3) y (4) en (2):

$$m_2 g - 2T_1 = m_2 \frac{a_1}{2} \Rightarrow 2T_1 = m_2 g + \frac{m_2}{2} a_1$$

Y reemplazando en esta última ecuación T_1 (de la ecuación (1)).

$$2 m_1 a_1 = m_2 g + \frac{m_2}{2} a_1$$

$$4 m_1 a_1 = 2 m_2 g + m_2 a_1$$

$$(4m_1 + m_2) a_1 = 2 m_2 g$$

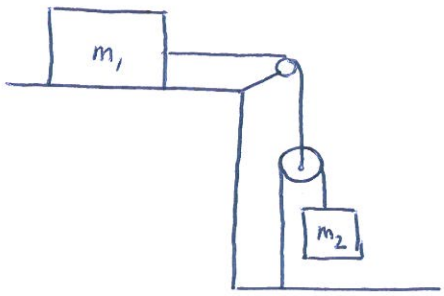
$$\boxed{a_1 = \frac{2 m_2 g}{(4m_1 + m_2)}}$$

$$\boxed{a_2 = \frac{a_1}{2}}$$

$$\boxed{T_1 = \frac{2 m_1 m_2 g}{(4m_1 + m_2)}}$$

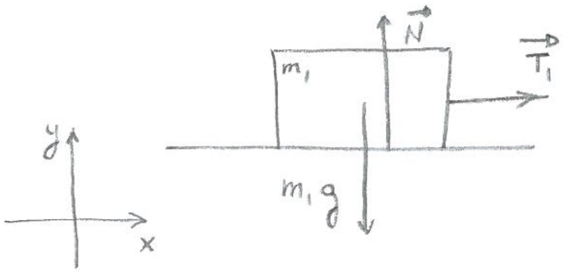
$$\boxed{T_2 = 2T_1}$$

c)



Dibujamos el diagrama de cuerpo aislado para cada uno de los dos objetos y para la polea móvil

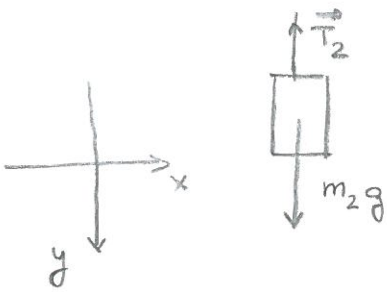
Para el cuerpo 1



$$\sum F_y = N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

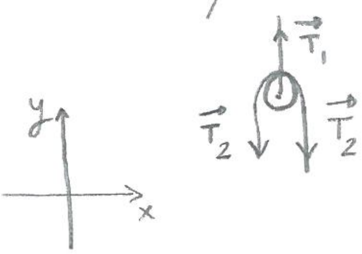
$$\sum F_x = T_1 = m_1 a_1$$

Para el cuerpo 2



$$\sum F_y = -T_2 + m_2 g = m_2 a_2$$

Para la polea móvil:



$$\sum F_y = T_1 - 2T_2 = 0$$

se supone que la polea carece de masa

Como las cuerdas son inextensibles, $a_2 = 2a_1$

(ver el argumento del apartado b)

Así las cuatro ecuaciones a resolver son:

$$T_1 = m_1 a_1 \qquad (1)$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \qquad (2)$$

$$T_1 = 2 T_2 \qquad (3)$$

$$a_2 = 2 a_1 \qquad (4)$$

Reemplazando (3) y (4) en (2)

$$m_2 g - \frac{T_1}{2} = 2 m_2 a_1$$

$$m_2 g - \frac{m_1 a_1}{2} = 2 m_2 a_1$$

$$2 m_2 g - m_1 a_1 = 4 m_2 a_1$$

$$2 m_2 g = (4 m_2 + m_1) a_1$$

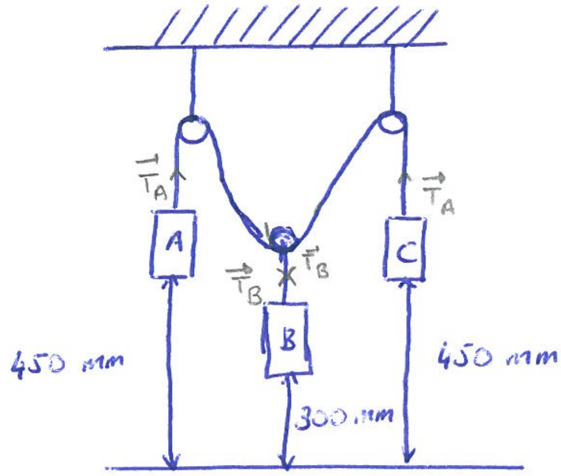
$$\boxed{a_1 = \frac{2 m_2 g}{4 m_2 + m_1}}$$

$$\boxed{a_2 = 2 a_1}$$

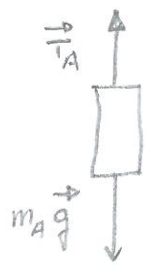
$$\boxed{T_1 = \frac{2 m_1 m_2 g}{4 m_2 + m_1}}$$

$$\boxed{T_1 = 2 T_2}$$

Problema 10.-1 Determinar las tensiones de las cuerdas y aceleración de cada uno de los bloques de las ~~masas~~ figura si las masas son: $m_A = 5$ kg, $m_B = 10$ kg, y $m_C = 10$ kg. ¿Cuál de ellos llegará al suelo primero?

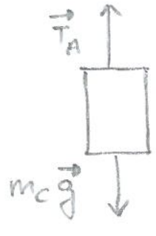


Dibujamos los diagramas de cuerpo aislado de los tres cuerpos y de la polea móvil. Proyectamos las fuerzas sobre los ejes cartesianos (x, y) y aplicamos la segunda ley de Newton.

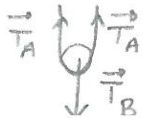


$$\sum F_y^A = T_A - m_A g = m_A \cdot a_A$$

$$\sum F_y^B = T_B - m_B g = m_B \cdot a_B$$



$$\sum F_y^C = T_A - m_C g = m_C \, a_C$$



$$\sum F_y^{polea} = 2T_A - T_B = m_{polea} \cdot \underbrace{a_{polea}}_{=0}$$

Suponemos que la masa de la

Además, como las cuerdas son inextensibles,

$$H - L_1 + 2L_2 + L_3 = \text{constante}$$

Por lo que derivando dos veces con respecto al tiempo, encontramos.

Tenemos que tener en cuenta que:

$$a_A + 2a_B + a_C = 0 \qquad a_A = \frac{d^2(H-L_1)}{dt^2} \quad a_B = \frac{d^2L_2}{dt^2}$$

$$a_C = \frac{d^2L_3}{dt^2}$$

Por lo tanto, las ecuaciones a resolver son:

$$T_A - m_A g = m_A \cdot a_A \quad (1)$$

$$T_B - m_B g = m_B \cdot a_B \quad (2)$$

$$T_A - m_C g = m_C\, a_C \quad (3)$$

$$2T_A - T_B = 0 \quad (4)$$

$$a_A + 2a_B + a_C = 0 \quad (5)$$

Operando: De (5)

$$a_A = -2a_B - a_C$$

Sustituyendo en (1)

$$T_A = m_A(a_A + g) = m_A(-2a_B - a_C + g)$$

De (2)

$$T_B = m_B(a_B + g)$$

Sustituyendo los valores de T_A y T_B en (4)

$$2m_A(-2a_B - a_C + g) - m_B(a_B + g) = 0$$

$$\underline{-4m_A a_B} - 2m_A a_C + 2m_A g \underline{- m_B a_B} - m_B g = 0$$

$$a_B(-4m_A - m_B) - 2m_A a_C + (2m_A - m_B)g = 0$$

$$-a_B(4m_A+m_B) = 2m_A a_c - (2m_A - m_B)g$$

$$a_B = -\frac{2m_A a_c - (2m_A - m_B)g}{(4m_A + m_B)} \qquad (6)$$

Despejando T_B en (2), T_A en (3) y sustituyendo en (4):

$$2m_c(a_c+g) - m_B(a_B+g) = 0$$

Sustituyendo el valor de a_B encontrado en (6)

$$2m_c(a_c+g) - m_B g - m_B \cdot \left[-\frac{2m_A a_c - (2m_A - m_B)g}{(4m_A+m_B)}\right] = 0$$

$$2m_c a_c + 2m_c g - m_B g + \frac{2m_B m_A}{4m_A+m_B} a_c - \frac{m_B}{(4m_A+m_B)}(2m_A - m_B)g = 0$$

$$\left(2m_c + \frac{2m_B m_A}{4m_A+m_B}\right) a_c = g \cdot \left(m_B - 2m_c + \frac{(2m_A - m_B)m_B}{4m_A+m_B}\right)$$

$$a_c = g \cdot \frac{\left(m_B - 2m_c + \frac{(2m_A - m_B)m_B}{4m_A+m_B}\right)}{2m_c + \frac{2m_B m_A}{4m_A+m_B}}$$

Sustituyendo los datos del problema,

$$\underline{a_c = -2{,}885 \ m/s^2}$$

Con este valor podemos calcular a_B a partir de (6):

$$\underline{a_B = -0{,}577 \ m/s^2}$$

Y a partir de (1):

$$\underline{a_A = 4{,}039 \ m/s^2}$$

Las tensiones se calculan a partir de (1) y (2)

$$\underline{T_A = 69{,}245 \ N} \qquad \underline{T_B = 138{,}495 \ N}$$

Si los cuerpos parten del reposo, podemos calcular el tiempo que tardan B y C en caer:

Para B:

$$y^B_{final} = 0$$

$$y^B_{inicial} = 0,3 m$$

$$v_0^B = 0$$

$$a^B = -0,577 \ m/s^2$$

$$0 = 0,3 - \frac{1}{2} 0,577 \ t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,3}{0,577}} = 1,020 \ s.$$

Para C:

$$y^C_{final} = 0$$

$$y^C_{inicial} = 0,45 \ m$$

$$v_0^C = 0$$

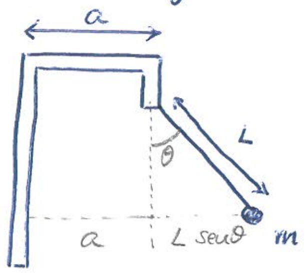
$$a^C = -2,885 \ m/s^2$$

$$0 = 0,45 - \frac{1}{2} 2,855 \ t_C^2 \Rightarrow t_C = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,45}{2,855}} = 0,561 \ s.$$

Por lo tanto, C llega antes al suelo.

Problema 11.- ¿Cuántas revoluciones por segundo ha de girar el aparato de la figura para que la cuerda forme un ángulo de 45° con la vertical? ¿Cuál será entonces la tensión de la cuerda?

Datos: $L = 20$ cm, $a = 0.1$ m y $m = 200$ g.



Si el aparato gira a ω rev/s, la partícula realizará un movimiento circular uniforme, con una velocidad

$$v = 2\pi\omega \cdot R$$

Tenemos que tener en cuenta en la expresión anterior que si ω viene dado en rev/s, hay que multiplicarlo por 2π para pasarlo a rad/s, y

$$R = a + L \operatorname{sen}\theta$$

Luego la partícula estará acelerada, con una aceleración dirigida hacia el eje de módulo $\frac{v^2}{R} = \frac{(2\pi\omega R)^2}{R} = 4\pi^2\omega^2 \cdot R$

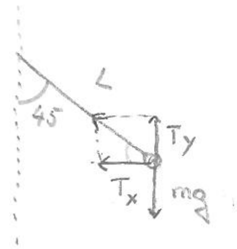
La componente horizontal de la tensión es la responsable de esa aceleración (es la única fuerza que actúa en la dirección horizontal)

$$T_x = m \cdot a_x = m \cdot 4\pi^2\omega^2 \cdot R$$

La componente vertical de la tensión cancela el peso.

$$T_y = m \cdot g$$

Cuando la cuerda forma un ángulo de 45° con la vertical



$$T_x = |\vec{T}| \cdot \cos 45^\circ = T \cos 45^\circ$$

$$T_y = |\vec{T}| \cdot \text{sen}\, 45^\circ = T\, \text{sen}\, 45^\circ$$

Luego:

$$T \cdot \text{sen}\, 45^\circ = mg \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{mg}{\text{sen}\, 45^\circ} = 2.77\ N}$$

$$T \cos 45^\circ = m\, 4\pi^2 \omega^2 \cdot R \quad \Rightarrow \quad \cancel{m} g \frac{\cos 45}{\text{sen}\, 45} = \cancel{m} \cdot 4\pi^2 \omega^2 \cdot R$$

$$\omega^2 = \frac{g}{4\pi^2 R} = \frac{g}{4\pi^2 (a + L\, \text{sen}\, 45)}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\omega = 1.01\ \text{rev/s}}$$

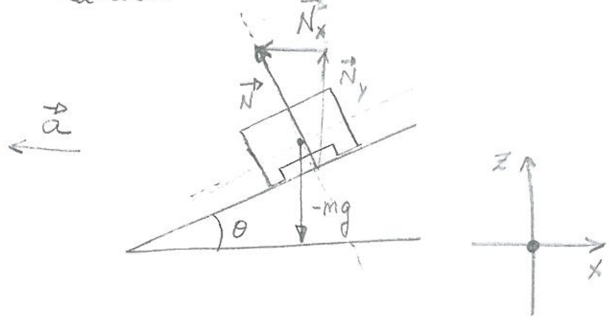
Problema 12.- Un automóvil da vueltas sobre una curva peraltada. El radio de curvatura de la carretera es R. El ángulo de peralte es θ, y el coeficiente de rozamiento es μ.

(a) Determinar la gama de velocidades que puede tener el vehículo sin derrapar.

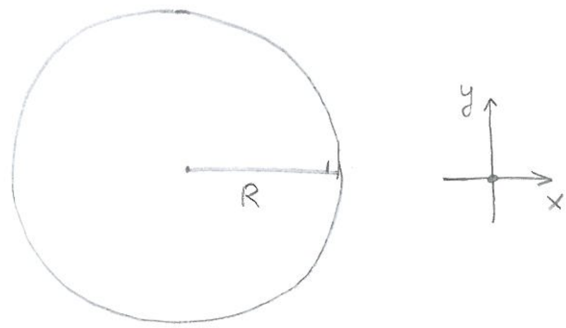
(b) Valor mínimo μ para que la celeridad mínima sea 0.

(c) Resolver el primer apartado si $R = 100$ m, $\theta = 15^\circ$ y $\mu = 0.1$

Vista lateral.



Vista desde arriba.



Si el coche da vueltas a celeridad constante, estará acelerado con una aceleración de módulo $a_c = \frac{v^2}{R}$ y dirigida siempre hacia el centro del círculo.

Para que el coche tenga esa aceleración, sobre el mismo tiene que estar actuando una fuerza de módulo $m\frac{v^2}{R}$ y dirigida hacia el centro del círculo.

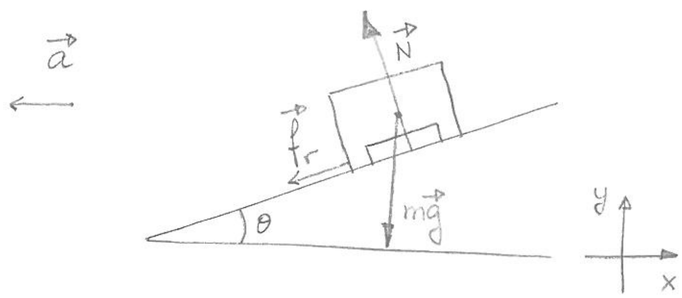
El origen de esa fuerza es doble:

① La fuerza de rozamiento estático: $f_r \leq \mu \cdot N$ entre el coche y la carretera.

② La componente de la fuerza normal $\vec{N}$ a lo largo de la horizontal

La dirección de la fuerza de rozamiento depende de la celeridad del coche.

Si toma la curva con <u>excesiva celeridad</u> va a derrapar hacia el exterior. La fuerza de rozamiento con el suelo se opone a dicho deslizamiento y apuntará entonces hacia el centro del círculo:



Dibujamos el diagrama de cuerpo aislado

Elegimos como sistema de coordenadas el cartesiano que se muestra en la figura

En este sistema de referencia:

- El peso, que apunta en la dirección y negativa: $-mg\vec{j}$
- La normal, que tiene componentes a lo largo de x y de y.

$$\vec{N} = N_x\vec{i} + N_y\vec{j} = -N\,\text{sen}\theta\,\vec{i} + N\cos\theta\,\vec{j}$$

- La fuerza de rozamiento, que tiene componentes a lo largo de x y de y:

$$\vec{f_r} = f_{r\,x}\vec{i} + f_{r\,y}\vec{j} = -f_r\cos\theta\,\vec{i} - f_r\,\text{sen}\theta\,\vec{j}$$

y cuyo módulo es

$$f_r \leq \mu N$$

Planteamos la segunda ley de Newton a lo largo de esas direcciones cartesianas. Asumiremos que la fuerza de rozamiento tiene el valor límite $f_{r\,max} = \mu N$, que alcanzará cuando la celeridad del coche sea la máxima posible antes de derrapar, v_{max}

$$\sum F_y = N\cos\theta - f_r\,\text{sen}\,\theta - mg = 0 \Rightarrow N\cos\theta - \mu N\,\text{sen}\,\theta - mg = 0$$

$$\sum F_x = -N\,\text{sen}\theta - f_r\cos\theta = ma = -m\frac{v^2}{R} \Rightarrow N\,\text{sen}\,\theta + \mu N\cos\theta = m\frac{v_{max}^2}{R}$$

De la primera ecuación podemos despejar la normal:

$$N\left(\cos\theta - \mu\ \mathrm{sen}\,\theta\right) = mg$$

$$N = \frac{mg}{\cos\theta - \mu\ \mathrm{sen}\,\theta}$$

y sustituir en la segunda:

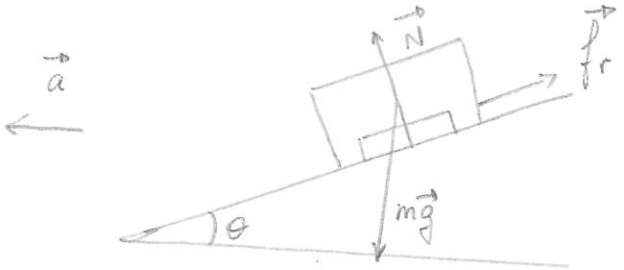
$$N \cdot \left(\mathrm{sen}\,\theta + \mu\ \cos\theta\right) = m\,\frac{v_{max}^2}{R}$$

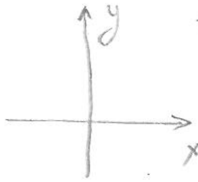
$$\cancel{m}g\ \frac{\mathrm{sen}\,\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\ \mathrm{sen}\,\theta} = \cancel{m}\ \frac{v_{max}^2}{R}$$

$$\Downarrow$$

$$\underline{\underline{v_{max} = \sqrt{gR\left(\frac{\mathrm{sen}\,\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\ \mathrm{sen}\,\theta}\right)}}}$$

Si la celeridad es demasiado baja, el coche tenderá a deslizarse hacia abajo por el peralte y la fuerza de rozamiento apuntará en sentido contrario al apartado anterior.





Igual que en el caso anterior, la fuerza de rozamiento tendrá un valor límite $f_{r\,max} = \mu N$ que se alcanzará cuando la velocidad sea mínima v_{min}

De forma análoga al caso anterior, podemos llegar a las siguientes ecuaciones (asumiendo una velocidad mínima):

$$\sum F_y = N \cdot \cos\theta + f_r \operatorname{sen}\theta - mg = 0 \Rightarrow N\cos\theta + \mu N \operatorname{sen}\theta - mg = 0$$

$$\sum F_x = -N \operatorname{sen}\theta + f_r \cos\theta = -ma = -m\frac{v_{min}^2}{R} \Rightarrow -N\operatorname{sen}\theta + \mu N \cos\theta = -m\frac{v_{min}^2}{R}$$

De la primera ecuación:

$$N(\cos\theta + \mu \operatorname{sen}\theta) = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta + \mu\operatorname{sen}\theta}$$

Sustituyendo en la segunda:

$$N(\mu\cos\theta - \operatorname{sen}\theta) = \cancel{m}g\,\frac{(\mu\cos\theta - \operatorname{sen}\theta)}{\cos\theta + \mu\operatorname{sen}\theta} = -\cancel{m}\frac{v_{min}^2}{R}$$

$$v_{min} = \sqrt{gR\left(\frac{\operatorname{sen}\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\operatorname{sen}\theta}\right)}$$

Juntando las expresiones de los dos apartados anteriores, el rango de velocidades permitido es:

$$\sqrt{gR\,\frac{\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta}} \le v \le \sqrt{gR\left(\frac{\operatorname{sen}\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\operatorname{sen}\theta}\right)}$$

b) Si la velocidad mínima es nula, tenemos que:

$$\sqrt{gR\left(\frac{\operatorname{sen}\theta-\mu\cos\theta}{\cos\theta+\mu\operatorname{sen}\theta}\right)}=0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta-\mu\cos\theta}{\cos\theta+\mu\operatorname{sen}\theta}=0 \implies \operatorname{sen}\theta-\mu\cos\theta=0 \implies \mu=\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$$

$$\boxed{\mu=\tan\theta}$$

c) Con los datos del problema el rango de velocidades permitido es.

$$12.66 \ m/s \le v \le 18.82 \ m/s$$

Problema 13.- El radio de una noria de feria mide 5 m y da una vuelta en 10 s.

a) Hállese la diferencia entre los pesos aparentes de un pasajero en los puntos más bajo y más alto, expresada como función del peso.

b) ¿Cuál debería ser el tiempo correspondiente a una vuelta para que el peso aparente en el punto más alto fuese nulo?

c) ¿Cuál sería entonces el peso aparente en el punto inferior?

El pasajero se mueve con un movimiento circular uniforme a celeridad

$$v = \omega \cdot R,$$

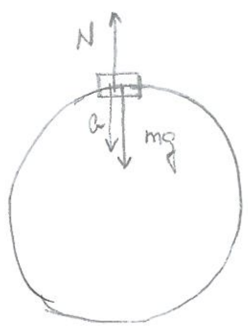
donde R es el radio de la noria. Si ω está medido en rev/s, entonces tenemos que multiplicarla por 2π para pasarla a rad/s.

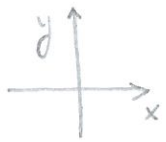
Entonces, en todo momento el pasajero estará acelerado con una aceleración de valor

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

y siempre dirigida hacia el centro de la noria

Sobre el pasajero actúan dos fuerzas, su peso y la normal que la silla ejerce sobre él. En el punto más alto:



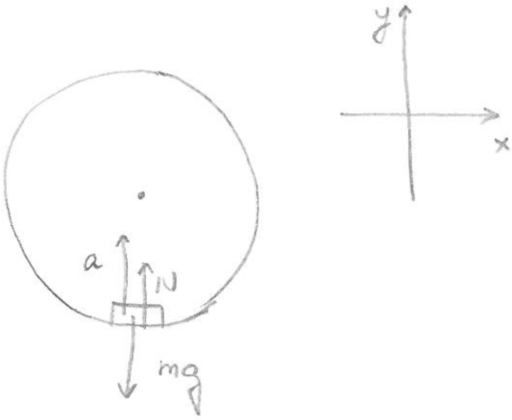


$$\sum F_y = -m\omega^2 R$$

$$N_{alto} - mg = -m\omega^2 R$$

$$N_{alto} = m(g - \omega^2 R)$$

En el punto más bajo:



$$\sum F_y = + m\omega^2 R$$

$$N_{bajo} - mg = m\omega^2 R$$

$$N_{bajo} = m(\omega^2 R + g)$$

La diferencia entre los pesos aparentes es:

$$N_{bajo} - N_{alto} = \cancel{mg} + m\omega^2 R - \cancel{mg} + m\omega^2 R = + 2m\omega^2 R$$

y expresado como función del peso:

$$\frac{N_{bajo} - N_{alto}}{mg} = + 2\frac{\cancel{m}\omega^2 R}{\cancel{m}g} = + \frac{2\omega^2 R}{g}$$

Sustituyendo los datos del apartado (a)

$$\omega = \frac{1\ rev}{10\ s} = \frac{2\pi}{10}\ \frac{rad}{s}$$

$$R = 5\ m$$

$$g = 9.80\ m/s^2$$

$$\boxed{\frac{N_{bajo} - N_{alto}}{mg} = + 0.403}$$

(b) Para que en el punto más alto el peso aparente sea nulo. ($N_{alto} = 0$)

$$\Rightarrow \quad -\cancel{m}g = -\cancel{m}\omega^2 R$$

$$\omega^2 = \frac{g}{R}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}}$$

Y el periodo:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = 4.48 \text{ s.}$$

(c) Entonces el peso aparente en el punto inferior vale:

$$\boxed{N_{bajo}} = m\omega^2 R + mg = m\frac{g}{\cancel{R}}\cancel{R} + mg = \boxed{2mg}$$