Problema 1.- Un objeto describe un MAS con $A = 63$ mm, $\omega = 4,1$ rad/s y $\alpha = 0$.

(a) Escribir las ecuaciones para la posición, velocidad y aceleración:

La solución del MAS viene dado por:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi) = 0,063 \cos(4,1\, t) \quad m$$

Derivando:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega \ \mathrm{sen}(\omega t + \phi) = -0,258 \ \mathrm{sen}(4,1\, t) \quad m/s$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \ \mathrm{sen}(\omega t + \phi) = -1,059 \cos(4,1\, t) \quad m/s^2$$

(b) Determinar el valor de las magnitudes anteriores para $t = 1,7$ s

Sustituyendo los datos del problema:

$A = 63$ mm $= 0,063$ m

$\omega = 4,1$ rad/s

$\alpha = 0$

$t = 1,7$ s

$x(t = 1,7s) = 0,0487$ m

$v(t = 1,7s) = -0,1638$ m/s

$a(t = 1,7s) = -0,8189$ m/s^2

Problema 2-1 Trazar y determinar las ecuaciones de la trayectoria de un punto si este se mueve según las ecuaciones:

a) $$x = a\ \text{sen}(\omega t)$$
$$y = a\ \text{sen}(2\omega t)$$

De la segunda ecuación:

$$y = a\ \text{sen}(2\omega t) = 2a\ \text{sen}(\omega t)\cos(\omega t)$$

Elevando al cuadrado:

$$y^2 = 4a^2\ \text{sen}^2(\omega t)\cos^2(\omega t) = 4a^2\ \text{sen}^2(\omega t)\cdot\left[1-\text{sen}^2(\omega t)\right] \quad (1)$$

De la primera ecuación.

$$\text{sen}(\omega t) = \frac{x}{a} \quad (2)$$

Sustituyendo (2) en (1):

$$y^2 = 4\cancel{a^2}\ \frac{x^2}{\cancel{a^2}}\cdot\left[1-\frac{x^2}{a^2}\right]$$

$$\underline{\underline{y^2 = 4x^2\left[1-\frac{x^2}{a^2}\right]}}$$

b) $$x = a\ \text{sen}(\omega t)$$
$$y = a\cos(2\omega t)$$

De la segunda ecuación:

$$y = a\cos(2\omega t) = a\cdot\left[\cos^2(\omega t)-\text{sen}^2(\omega t)\right]$$
$$= a\cdot\left[1-2\,\text{sen}^2(\omega t)\right] \quad (3)$$

Sustituyendo (2) en (3):

$$\underline{\underline{y = a\left(1-2\frac{x^2}{a^2}\right)}}$$

Problema 3: Un bloque descansa sobre un tablero de mesa que realiza un movimiento armónico simple de amplitud A y periodo T.

(a) Si la oscilación es vertical ¿cuál es el valor máximo de A que permitirá al bloque permanecer siempre en contacto con la mesa?
(b) Si la oscilación es horizontal y el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la mesa es μ, ¿cuál es el máximo valor de A para que el bloque no deslice?

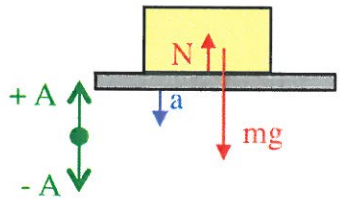
Solución:

(a) En un movimiento armónico simple,

$$\begin{aligned} x &= A\cos(\omega t), \\ v &= -A\omega\sin(\omega t), \\ a &= -A\omega^2\cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad a_{\max} = A\omega^2. \end{aligned}$$

En la parte superior de la oscilación, aplicando la segunda ley de Newton, y tomando como sentido positivo del eje y hacia arriba,

$$-mg + N = -ma \quad \Rightarrow \quad N = m(g-a).$$

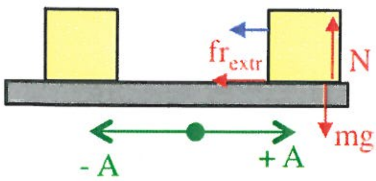


En esa parte (en la parte superior de la oscilación), la $a = a_{\max}$. La condición de contacto entre el bloque y la mesa es que la normal sea mayor o igual que cero.

$$N \geq 0 \quad \Rightarrow \quad g - a_{\max} \geq 0 \quad \Rightarrow \quad g - A\omega^2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{g}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} = \frac{gT^2}{4\pi^2}.$$

(b) La fuerza que produce la aceleración es la fuerza de rozamiento,

$$f_{\text{roz}} = ma = m\left[-A\omega^2\cos(\omega t)\right].$$



Esta fuerza tiene valor máximo en los extremos de la trayectoria,

$$f_{\mathrm{roz}}^{\mathrm{extremos}} = m A \omega^2 .$$

Además, la fuerza de rozamiento siempre tiene que ser menor que la fuerza de rozamiento máxima, $f_{\mathrm{roz}}^{\mathrm{max}} = \mu N$, con lo que

$$f_{\mathrm{roz}}^{\mathrm{extremos}} \leq f_{\mathrm{roz}}^{\mathrm{max}} \quad \Rightarrow \quad m A \omega^2 \leq \mu m g \quad \Rightarrow \quad A \leq \frac{\mu g}{\omega^2} = \frac{\mu g}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2} = \frac{\mu g T^2}{4\pi^2} .$$

Problema 4.- Un reloj de péndulo de periodo 1 s se dilata 0,1 mm por efecto de la temperatura de la habitación en la que se encuentra. Suponiendo que este efecto se mantiene constante, ¿en cuánto se adelantará o retrasará en 24 h?

El periodo de un péndulo viene dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

donde L es la longitud del péndulo y g la aceleración de la gravedad.

Si la longitud del péndulo se incrementa en 0.1 mm por efecto de la dilatación térmica, el periodo también se incrementará

$$T_{dilatado} = 2\pi\sqrt{\frac{(L+10^{-4})}{g}}$$

Tomando el cociente entre el periodo dilatado y el periodo sin dilatar:

$$\frac{T_{dilatado}}{T_{no\ dilatado}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{(L+10^{-4})}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{\frac{L+10^{-4}}{L}} = \sqrt{1+\frac{10^{-4}}{L}}$$

Así pues:

$$T_{dilatado} = \sqrt{1+\frac{10^{-4}}{L}} \cdot T_{no\ dilatado}$$

Como conocemos $T_{no\ dilatado} = 1$ s, podemos conocer la longitud del péndulo L:

$$T_{no\ dilatado} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \implies L = \frac{g\cdot(T_{no\ dilatado})^2}{(2\pi)^2} = 0.248 \text{ m}$$

Con lo que:

$$T_{dilatado} = \sqrt{1+\frac{10^{-4}}{0.248}} \cdot 1 \text{ s} = 1.000201 \text{ s}$$

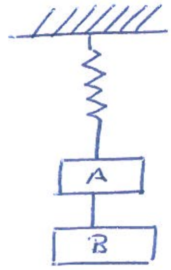
Si en un segundo se atrasa 0.000201 s, en un día (= 86.400 s) se atrasará 17.38.

Problema 5.-1 Se observa que el periodo de oscilación para la disposición presentada en la figura es de 0,6 s. Si después se quita el cilindro B, cuya masa es de 1,5 kg, se observa que el nuevo periodo es 0,5 s.

Determinar:

(a) la masa del bloque A.

(b) la constante elástica del muelle.



En la configuración 1.

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\frac{(M_A+M_B)}{k}} \implies T_1^2 = 4\pi^2 \frac{M_A+M_B}{k} \qquad (1)$$

En la configuración 2:

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi\sqrt{\frac{M_A}{k}} \implies T_2^2 = 4\pi^2 \frac{M_A}{k} \qquad (2)$$

Dividiendo estas dos ecuaciones:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{\cancel{4\pi^2}\,\frac{M_A+M_B}{\cancel{k}}}{\cancel{4\pi^2}\,\frac{M_A}{\cancel{k}}} = 1 + \frac{M_B}{M_A}$$

$$\frac{M_B}{M_A} = \frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 \implies M_A = \frac{M_B}{\left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1\right)}$$

Sustituyendo los datos del problema:

$$\underline{M_A = 3,41 \text{ kg}}$$

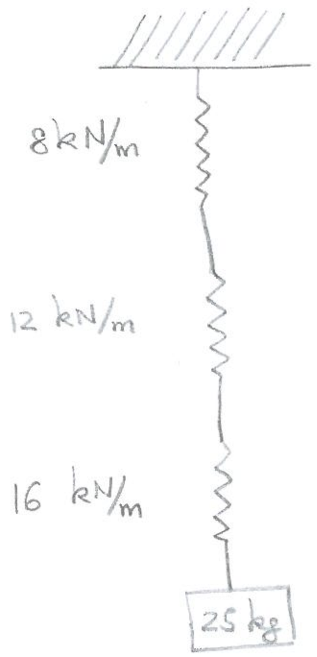
Y ahora sustituyendo este valor en la ecuación (2)

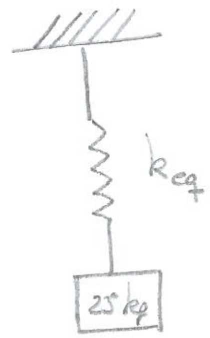
$$T_2^2 = 4\pi^2 \frac{M_A}{k} \implies k = \frac{4\pi^2 M_A}{T_2^2} = \underline{538 \ \frac{N}{m}}$$

Problema 6.- Un bloque de 25 kg se cuelga de una serie de resortes como se indica en la figura. Para cada una de las dos disposiciones determínese para el movimiento oscilatorio del bloque cuando se le desplaza de la posición de equilibrio y se le suelta:

(a) El periodo y la frecuencia.

(b) La velocidad y aceleración máximas del bloque si la amplitud del movimiento inicial fue de 30 mm.





Circuito equivalente:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$$

$$\Downarrow$$

$$k_{eq} = 3{,}692 \ kN/m$$

(a) $\Rightarrow \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{25 \ kg}{3692 \ N/m}} = 0{,}517 \ s$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3692 \ N/m}{25 \ kg}} = 12{,}15 \ rad/s$$

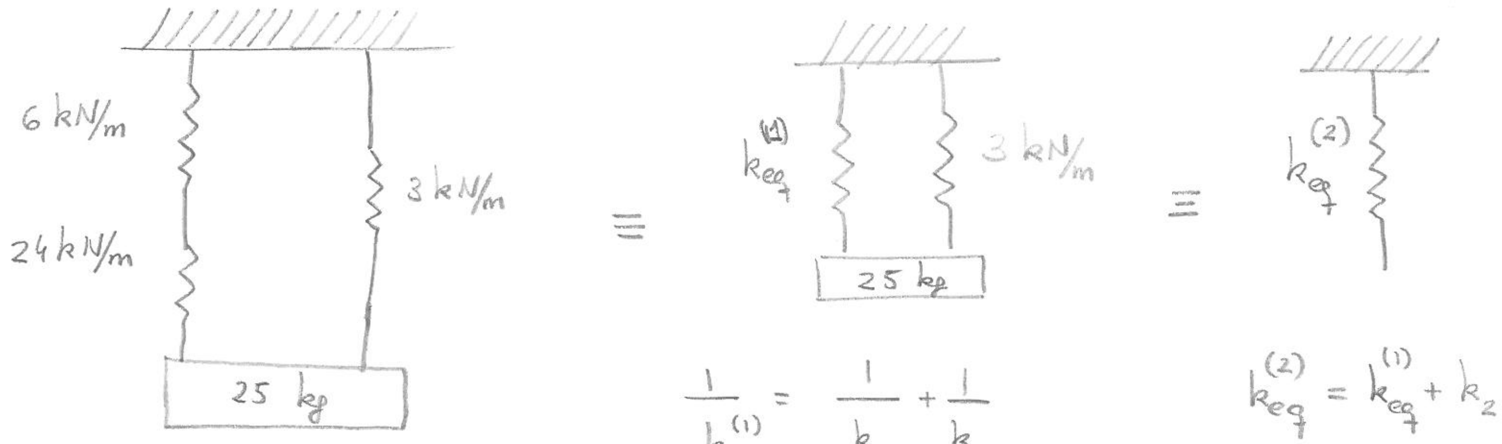
(b) Si $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$, y suponiendo que la fase inicial $\phi = 0$,

entonces:

$$x(t) = A\cos(\omega t)$$

$$v(t) = -A\omega \operatorname{sen}(\omega t) \Rightarrow |v_{max}| = A\omega = 0{,}365 \ m/s$$

$$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t) \Rightarrow |a_{max}| = A\omega^2 = 4{,}430 \ m/s^2$$



$$\frac{1}{k_{eq}^{(1)}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$k_{eq}^{(2)} = k_{eq}^{(1)} + k_2$$

$$k_{eq}^{(1)} = 4,8 \text{ kN/m}$$

$$k_{eq}^{(2)} = 7,8 \text{ kN/m}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,356 \text{ s}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 17,663 \text{ rad/s}$$

$$|v_{max}| = A\,\omega = 0,530 \text{ m/s}$$

$$|a_{max}| = A\,\omega^2 = 9,360 \text{ m/s}^2$$

Problema 7.- Una partícula de masa m se encuentra en un campo de energía potencial que solo depende de x de la forma $U = \frac{a}{x^2} - \frac{b}{x}$, donde a y b son ciertas constantes positivas. Hallar el periodo de oscilaciones de la partícula en su movimiento en la dirección x alrededor de las posiciones de equilibrio.

Sea x_0 la posición de equilibrio.

Expandiendo en serie de Taylor alrededor de la posición de equilibrio:

$$U(x) = U(x_0) + \left.\frac{dU}{dx}\right]_{x=x_0} (x-x_0) + \frac{1}{2} \left.\frac{d^2U(x)}{dx^2}\right]_{x=x_0} (x-x_0)^2 + \frac{1}{6} \left.\frac{d^3U(x)}{dx^3}\right]_{x=x_0} (x-x_0)^3 + \ldots$$

Esta expresión se puede simplificar porque:

1) En el mínimo, $\left.\frac{dU}{dx}\right]_{x=x_0} = 0$

2) Suponiendo que nos movemos alrededor del mínimo, y $(x-x_0)$ es pequeño, entonces $(x-x_0)^3 \ll (x-x_0)^2$

Entonces:

$$U(x) \simeq U(x_0) + \frac{1}{2} \left.\frac{d^2U(x)}{dx^2}\right]_{x=x_0} (x-x_0)^2$$

$$= U(x_0) + \frac{1}{2} k (x-x_0)^2$$

donde $k = \left.\frac{d^2U}{dx^2}\right]_{x=x_0}$.

Una vez conocida esta k, entonces podemos calcular el periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Para calcular k, necesitamos calcular la posición de equilibrio y evaluar la derivada segunda del potencial en esa posición.

Para conocer la posición de equilibrio derivamos una vez e igualamos a cero:

$$U(x) = ax^{-2} - bx^{-1}$$

$$\frac{dU}{dx} = -2ax^{-3} + bx^{-2}$$

En el mínimo, $x = x_0$ se verifica que:

$$-2a\,x_0^{-3} + b\,x_0^{-2} = 0 \Rightarrow -\frac{2a}{x_0} + b = 0 \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{2a}{b}}$$

Calculamos la derivada segunda:

$$\frac{d^2U}{dx^2} = 6ax^{-4} - 2bx^{-3}$$

Si evaluamos en el mínimo:

$$k = \left.\frac{d^2U}{dx^2}\right]_{x=x_0} = \frac{6ab^4}{16a^4} - \frac{2b\,b^3}{8a^3} = \frac{3}{8}\frac{b^4}{a^3} - \frac{1}{4}\frac{b^4}{a^3} = \frac{1}{8}\frac{b^4}{a^3}$$

Con lo que:

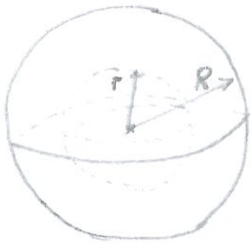
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{(2a)^3 m}{b^4}} = \frac{2\pi \cdot 2a \cdot}{b^2}\sqrt{2ma}$$

$$\boxed{T = \frac{4\pi a}{b^2}\sqrt{2ma}}$$

Problema 8.-1 Determinar cómo varía la aceleración de la gravedad en función de la distancia r al centro de la Tierra, supuesta ésta homogénea. Determinar cómo sería el movimiento de una partícula a través de un túnel que uniese los polos terrestres.

Para resolver este problema suponemos conocido el teorema que establece que el campo en el interior de una corteza esférica es cero

Así pues, en la figura la masa de la porción de esfera exterior a r no ejerce ninguna fuerza en su interior. Por consiguiente, sólo la masa M' dentro del radio r contribuye al campo gravitatorio en r.



Esta masa produce un campo igual al de una masa puntual M' situada en el centro de la esfera. Para una esfera uniforme, la fracción de masa total de la esfera que está dentro de r es igual al cociente entre el volumen de una esfera de radio r y el de una esfera de radio R. Por lo tanto, si M es la masa total de la esfera, M' vendrá dada por

$$M' = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} M$$

El campo gravitatorio a una distancia r es, por tanto

$$\underline{g_r} = -G\frac{M'}{r^2} = -G\frac{r^3}{r^2}\frac{M}{R^3} = \underline{-\frac{GM}{R^3}r} \qquad (r \leq R)$$

(b) La fuerza que sufrirá la partícula de masa m ($f = mg_r$) es una fuerza proporcional al radio, pero de signo contrario al mismo, por lo que el movimiento de la partícula será un movimiento oscilatorio armónico simple, cuyo $k = \frac{GMm}{R^3}$. El periodo vendrá dado por

$$\underline{T} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}} = \underline{84,3\ s}$$

Problema 9: Una partícula oscila armónicamente a lo largo del eje X junto a la posición de equilibrio $x = 0$. La frecuencia de las oscilaciones ω_0 = 4.00 rad/s. En cierto momento la posición de la partícula es de 25 cm y su velocidad 100 cm/s. Hallar la posición de la partícula y su velocidad 2.40 s más tarde si a) no existe rozamiento, b) el rozamiento produce un amortiguamiento débil tal que b/2m es 4 veces menor que el valor crítico. (c) ¿y si es 10 veces menor?

Solución:

En cada caso habrá que aplicar las condiciones iniciales a la ecuación de movimiento. Si ponemos en marcha el cronómetro en el instante inicial y llamamos t_1 al instante en el que nos piden la posición y la velocidad de la partícula:

a) M.A.S. sin rozamiento:

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= A\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v(t) &= \frac{dx}{dt} = -\omega_0 A\,\mathrm{sen}(\omega_0 t + \varphi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} x_0 &= A\cos(\varphi) \\ v_0 &= -\omega_0 A\,\mathrm{sen}(\varphi) \end{aligned}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} \varphi &= \mathrm{arctg}\left(-\frac{v_0}{x_0\omega_0}\right) = -\frac{\pi}{4} \\ A &= \frac{x_0}{\cos(\varphi)} = 35.36\text{ cm} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} x(t_1) &= A\cos(\omega_0 t_1 + \varphi) = \boxed{-29\text{ cm}} \\ v(t_1) &= -\omega_0 A\,\mathrm{sen}(\omega_0 t_1 + \varphi) = \boxed{-81\text{ cm/s}} \end{aligned}\right.$$

(b) M.A.S. con rozamiento subcrítico, $\gamma = b/2m = \omega_0/4 = 1\text{ rad/s}$, $\omega = \left(\omega_0^2 - \gamma^2\right)^{1/2} = \left(15\omega_o^2/16\right)^{1/2}$:

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \varphi) \\ v(t) &= \frac{dx}{dt} = -\gamma x - \omega Ae^{-\gamma t}\mathrm{sen}(\omega t + \varphi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} x_0 &= A\cos(\varphi) \\ v_0 &= -\gamma x_0 - \omega A\mathrm{sen}(\varphi) \end{aligned}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} \varphi &= \mathrm{arctg}\left(-\frac{v_0 + \gamma x_0}{x_0\omega}\right) = -0.91\text{ rad} \\ A &= \frac{x_0}{\cos(\varphi)} = 40.83\text{cm} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} x(t_1) &= Ae^{-\gamma t_1}\cos(\omega t_1 + \varphi) = -1.87\text{ cm} \\ v(t_1) &= -\gamma x(t_1) - \omega Ae^{-\gamma t_1}\mathrm{sen}(\omega t_1 + \varphi) = -10.51\text{ cm/s} \end{aligned}\right.$$

(c) Repitiendo el apartado (b) con un rozamiento subcrítico, $\gamma = b/2m = \omega_0/10 = 4/10$ rad/s , $\omega = \left(\omega_0^2 - \gamma^2\right)^{1/2} = \left(99\omega_o^2/100\right)^{1/2}$:

$$\left.\begin{array}{c} x(t) = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t + \varphi) \\ v(t) = \dfrac{dx}{dt} = -\gamma x - \omega A e^{-\gamma t}\mathrm{sen}(\omega t + \varphi) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} x_0 = A\cos(\varphi) \\ v_0 = -\gamma x_0 - \omega A\mathrm{sen}(\varphi) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \varphi = \mathrm{arctg}\left(-\dfrac{v_0 + \gamma x_0}{x_0\omega}\right) = -0.83\,\mathrm{rad} \\ A = \dfrac{x_0}{\cos(\varphi)} = \;37.27\,\mathrm{cm} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{c} x(t_1) = Ae^{-\gamma t_1}\cos(\omega t_1 + \varphi) = -10.84\ \mathrm{cm} \\ v(t_1) = -\gamma x(t_1) - \omega A e^{-\gamma t_1}\mathrm{sen}(\omega t_1 + \varphi) = -32.60\ \mathrm{cm/s} \end{array}\right.$$

Problema 10: Un vibrómetro es un aparato destinado a medir las amplitudes de las vibraciones y consiste, esencialmente, en una caja que contiene una varilla delgada a la cual está unida una masa *m*; la frecuencia natural del sistema masa-varilla es de 5 Hz. Al unir rígidamente el aparato a la carcasa de un motor que gira a razón de 600 rpm se observa que vibra con una amplitud de 1.6 mm respecto a la caja. Deducir la amplitud del movimiento vertical del motor.

Solución:

Llamemos x_1 al movimiento del vibrómetro respecto del S.R. del laboratorio (es el movimiento vertical del motor), x_2 al movimiento de la masa de la varilla respecto de la caja del vibrómetro y $x = x_1 + x_2$ al movimiento de la masa de la varilla respecto del laboratorio. Con los datos del enunciado:

$$x_1(t) = \delta_m \cos(\omega_f t) \quad , \quad x_2(t) = A\cos(\omega_f t + \varphi)$$

Cuando la carcasa del motor se mueve con un M.A.S. $x_1(t) = \delta_m \cos(\omega_f t)$ comunica a la masa de la varilla una fuerza oscilatoria: $F(t) = F_0 \cos(\omega_f t)$ con una amplitud F_0 relacionada con el desplazamiento del motor: $F_0 = k\delta_m$ donde *k* es la constante elástica del sistema varilla-masa. Si suponemos que no hay rozamiento o que es despreciable ($\gamma = 0$) el movimiento de la masa de la varilla vendrá dado por:

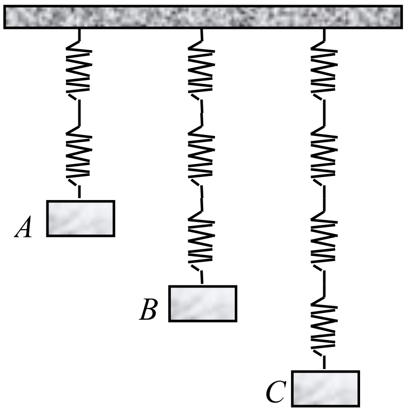
$$\left.\begin{array}{c} x(t) = B\,\mathrm{sen}(\omega_f t + \beta) \\ B = \dfrac{F_0 / m}{\left|\omega_0^2 - \omega_f^2\right|} = \dfrac{(k\delta_m)/m}{\omega_f^2 - \omega_0^2} = \dfrac{\delta_m \omega_0^2}{\omega_f^2 - \omega_0^2} \\ \beta = \mathrm{arctg}(-\infty) = -\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad x(t) = B\,\mathrm{sen}\left(\omega_f t - \frac{\pi}{2}\right) = B\cos(\omega_f t - \pi)$$

La composición de movimientos nos indica que $x_2 = x - x_1$, con lo que:

$$\begin{aligned} A\cos(\omega_f t + \varphi) &= B\cos(\omega_f t - \pi) - \delta_m \cos(\omega_f t) = \\ &= B\cos(\omega_f t - \pi) + \delta_m \cos(\omega_f t - \pi) = \\ &= (B + \delta_m)\cos(\omega_f t - \pi) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = -\pi \\ A = B + \delta_m = \dfrac{\delta_m \omega_0^2}{\omega_f^2 - \omega_0^2} + \delta_m \quad \Rightarrow \quad \delta_m = \left(\dfrac{A}{\omega_f^2}\right)(\omega_f^2 - \omega_0^2) = \boxed{1.2 \text{ mm}} \end{cases}$$

Problema 11: Tres cilindros idénticos se cuelgan de una barra por varios resortes también idénticos. Se sabe que la barra se mueve verticalmente de la forma $y = \delta_m \operatorname{sen}(\omega\, t)$. Si las amplitudes de vibración de los cilindros A y B son respectivamente 8 cm y 4 cm respectivamente determinar la amplitud de vibración del tercer cilindro.



Solución:

Cuando la barra donde están enganchados los muelles se mueve con un M.A.S. de amplitud δ_m comunica al objeto colgado una fuerza oscilatoria: $F(t) = F_0 \operatorname{sen}(\omega t)$ con una amplitud F_0 relacionada con el desplazamiento de la barra: $F_0 = k_{ef}\delta_m$ donde k_{ef} es la constante del muelle que sería elásticamente equivalente a toda la cadena de muelles entre la barra y el objeto colgado.

Para una sucesión de muelles en cadena se puede demostrar que la constante elástica efectiva del muelle equivalente a toda la sucesión es: $\frac{1}{k_{ef}} = \sum_i \frac{1}{k_i}$

En nuestro caso para cada cilindro la constante elástica efectiva será respectivamente $k/2$, $k/3$ y $k/4$ respectivamente.

La amplitud del movimiento oscilatorio forzado será (suponemos que el rozamiento no es importante):

$$A = \frac{F_0 / m}{\left|\omega_0^2 - \omega^2\right|} = \frac{k_{ef}\delta_m / m}{\left|\frac{k_{ef}}{m} - \omega^2\right|} = \frac{\delta_m}{\left|1 - \frac{m\omega^2}{k_{ef}}\right|}$$

Aplicándolo a los tres cilindros tendremos:

$$A_1 = \frac{\delta_m}{\left|1 - \frac{2m\omega^2}{k}\right|} = 8\,\text{cm} \qquad A_2 = \frac{\delta_m}{\left|1 - \frac{3m\omega^2}{k}\right|} = 4\,\text{cm} \qquad A_3 = \frac{\delta_m}{\left|1 - \frac{4m\omega^2}{k}\right|} = ?$$

En las expresiones anteriores hay dos incógnitas que no conocemos pero podemos calcular a partir de los datos: δ_m y $\frac{m\omega^2}{k}$. Para ello necesitamos saber si las expresiones dentro de los valores absolutos son positivas o negativas. De todos los posibles casos:

$1 < \dfrac{2m\omega^2}{k}$, $\dfrac{2m\omega^2}{k} < 1 < \dfrac{3m\omega^2}{k}$, $\dfrac{3m\omega^2}{k} < 1$, sólo el primero tiene sentido físico (los otros dos conducen a absurdos). Resolviendo el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas se obtiene que:

$$\delta_m = 8\,\text{cm} \quad , \quad \frac{m\omega^2}{k} = 1 \quad \Rightarrow \quad A_3 = \boxed{\frac{8}{3}\,\text{cm}}$$