Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Septiembre de 2020
Problemas (Dos puntos por problema).
Problemas propuestos por los Prof. Javier Sandonís y Jesús Rodríguez

Problema 1: Un coche de 3.5 m de largo viaja a velocidad cte. de 20 m/s y se acerca a un cruce de 20 m de ancho. El semáforo se pone en amarillo cuando el frente del coche está a 50 m del cruce. Si el conductor pisa el freno, el auto se frenará a –4,2 m/s², si pisa el acelerador, el auto acelerará a 1.5 m/s². El semáforo estará en amarillo durante 3 s. Ignorando el tiempo de reacción del conductor ¿Deberá éste pisar el freno o el acelerador?
Problema propuesto por el Prof. José Javier Sandonís.

Solución:

Vamos a situar nuestro origen de coordenadas en la posición del semáforo, el eje X orientado en el sentido del movimiento del coche y ponemos a cero nuestro cronómetro cuando el semáforo se pone en amarillo.

Escribamos las condiciones iniciales del movimiento y las ecuaciones de movimiento para el coche en el caso en que decida frenar:

$$\left.\begin{array}{c} x_0 = -50 \text{ m} \quad , \quad v_0 = 20 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \quad , \quad a = -4.2 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x(t) = x_0 + v_0\, t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + a\, t \end{array}\right.$$

El coche se detendrá en el instante t_d:

$$v(t_d) = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 + a\, t_d = 0 \quad \Rightarrow \quad t_d = -\frac{v_0}{a} = 4.76 \text{ s}$$

En ese momento su posición será:

$$x(t_d) = x_0 + v_0\, t_d + \frac{1}{2} a\, t_d^2 = -2.38 \text{ m}$$

El resultado es negativo, por lo tanto el coche frena antes de pasar el semáforo.

En el caso en que decida acelerar tenemos:

$$\left.\begin{array}{c} x_0 = -50 \text{ m} \quad , \quad v_0 = 20 \text{ m/s} \\ t_0 = 0 \quad , \quad a = 1.5 \text{ m/s}^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x(t) = x_0 + v_0\, t + \dfrac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + a\, t \end{array}\right.$$

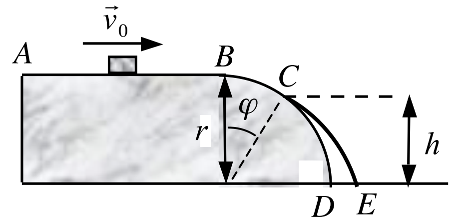
Y para $t = t_{rojo} = 3$ s la posición del coche será:

$$x(t_{rojo}) = x_0 + v_0\, t_{rojo} + \frac{1}{2} a t_{rojo}^2 = 16.75 \text{ m}$$

El coche por lo tanto pasaría el semáforo en ámbar, sin embargo no le ha dado tiempo de atravesar todo el cruce, lo cual puede entrañar cierto peligro.

De las dos opciones resulta por lo tanto más segura la de frenar el coche.

Problema 2: Un bloque pequeño desliza con velocidad v_0 sobre la superficie horizontal *AB*. Despreciando el rozamiento y sabiendo que $v_0 = \frac{1}{2}\sqrt{gr}$,
(a) expresar en función de *r* la altura *h* del punto *C* donde el bloque abandona la superficie cilíndrica *BD* (0,75 puntos),
(b) determinar la distancia *d* entre el punto *D* y el punto de impacto *E* con el suelo (0,75 puntos). (c) ¿Para que valor de v_0 *h* sería mínima y cuál sería su valor? (0,25 puntos)
(d) Si *r* = 0.8 m determínese el menor valor de v_0 para que se pierda el contacto en el punto *B* (0,25 puntos).
Problema propuesto por el Prof. José Javier Sandonís.



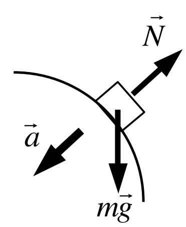
Solución:

a) Al no haber rozamientos apliquemos la conservación de la energía mecánica para el sistema Tierra-bloque entre el punto *A* y el punto *C* (tomamos el origen de energías potenciales gravitatorias a ras del suelo):

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgr = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh$$

$$\Rightarrow \quad v_C^2 = v_0^2 + 2g(r - h)$$

Dibujando el diagrama de las fuerzas que actúan sobre el objeto a medida que desciende y aplicando la segunda ley de Newton:



$$mg\cos\varphi - N = ma_n = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\varphi - m\frac{v^2}{r}$$

Cuando pasa por *C* la normal se anula y el objeto abandona la superficie:

$$mg\cos\varphi - m\frac{v_C^2}{r} = 0 \quad \Rightarrow \quad mg\left(\frac{h}{r}\right) - m\frac{\left[v_0^2 + 2g(r-h)\right]}{r} = 0$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{v_0^2 + 2gr}{3g} = \boxed{\frac{3}{4}r}$$

Y la velocidad en ese momento toma el valor:

$$v_C = \sqrt{v_0^2 + 2g(r-h)} = \sqrt{\frac{3}{4}gr}$$

b) Tomando el origen de coordenadas a ras del suelo debajo del punto B, el eje X hacia la derecha y el eje Y hacia arriba, y poniendo a cero el cronómetro en el instante en el que el objeto abandona la superficie, las condiciones iniciales del movimiento parabólico que va a realizar el objeto son:

$$x_0 = r\,\mathrm{sen}\varphi = \sqrt{r^2 - h^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}r \quad , \quad y_0 = h = \frac{3}{4}r$$

$$v_{x,0} = v_C\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{4}gr}\left(\frac{h}{r}\right) = \frac{\sqrt{27gr}}{8}$$

$$v_{y,0} = -v_C\,\mathrm{sen}\varphi = -\sqrt{\frac{3}{4}gr}\left(\frac{\sqrt{r^2-h^2}}{r}\right) = -\frac{\sqrt{21gr}}{8}$$

Las ecuaciones del movimiento serán:

$$\left.\begin{aligned} x &= x_0 + v_{x,0}t \\ y &= y_0 + v_{y,0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}\right\}$$

En el momento t_{suelo} en que llega al suelo:

$$y(t_{suelo}) = 0 \quad \Rightarrow \quad t_{suelo} = \frac{v_{y,0} + \sqrt{v_{y,0}^2 + 2gy_0}}{g} = \frac{1}{8}\left(3\sqrt{13} - \sqrt{21}\right)\sqrt{\frac{r}{g}}$$

(La otra solución da un tiempo negativo que no tiene sentido físico)

La distancia que nos piden será:

$$d = x(t_{suelo}) - x_D = x(t_{suelo}) - r = \ldots = \boxed{\left(\frac{7\sqrt{7} + 9\sqrt{39}}{64} - 1\right)r = 0.1676\,r}$$

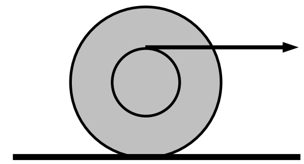
c) Utilizando la expresión encontrada en el primer apartado vemos que la altura mínima se alcanzaría cuando la velocidad inicial del objeto fuese prácticamente nula:

$$h = \frac{v_0^2 + 2gr}{3g} \quad \Rightarrow \quad h_{mín.} = \frac{v_{0,mín.}^2 + 2gr}{3g} = \frac{0 + 2gr}{3g} = \boxed{\frac{2}{3}r}$$

d) Si queremos que el contacto se pierda en B entonces $h = r$, con lo que:

$$h = \frac{v_0^2 + 2gr}{3g} = r \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_0 = \sqrt{gr}}$$

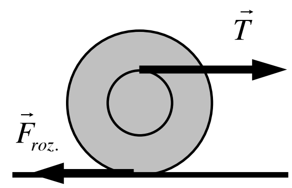
Problema 3: Un cilindro homogéneo pesado tiene una masa *M* y un radio *R*. Se ve acelerado por una fuerza *T* que se aplica mediante una cuerda arrollada a lo largo de un tambor ligero de radio *r* unido al cilindro (ver figura). El coeficiente de rozamiento estático es suficiente para que el cilindro ruede sin deslizar.



(a) Hallar la fuerza de rozamiento (0,5 puntos).
(b) Hallar la aceleración del centro del cilindro (0,5 puntos).
(c) ¿Es posible escoger *r* de forma que la aceleración sea mayor que *T*/*m*? ¿Cómo? (0,5 puntos)
(d) ¿Cuál es el sentido de la fuerza de rozamiento que aparece en el apartado c)? (0,5 puntos)
Nota: el momento de inercia de un cilindro con respecto a un eje que pasa por su centro es $I = \frac{1}{2} MR^2$
Problema propuesto por el Prof. José Javier Sandonís.

Solución:

a) y b) Aplicando la segunda ley de Newton para la traslación y para la rotación.



$$\left.\begin{aligned} T - F_{roz.} &= M\,a_{C.M.} \\ T\,r + F_{roz.}R = I\alpha &= \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\left(\frac{a_{C.M.}}{R}\right) = \frac{1}{2}MRa_{C.M.} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{roz.} = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{2r}{R}\right)T \qquad a_{C.M.} = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{r}{R}\right)\frac{T}{M}}$$

c) Si la aceleración es mayor que *T*/*M* tenemos que.

$$\frac{2}{3}\left(1 + \frac{r}{R}\right) \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{r \geq \frac{R}{2}}$$

d) Si sustituimos el resultado anterior en la expresión del módulo de la fuerza de rozamiento nos sale un valor negativo, lo cual es absurdo. Esto implica que en este último caso la fuerza de rozamiento no está orientada hacia la izquierda como se había supuesto en los cálculos iniciales, sino hacia la derecha, en el sentido del movimiento del cilindro. Es lógico, ya que si queremos que la aceleración sea mayor que *T*/*M* tenemos que tener una fuerza adicional que empuje hacia la derecha ayudando a la tensión *T*.