

Examen de Física-1, 1º del Grado en Ingeniería Química
Examen final. Septiembre de 2018
Cuestiones (Un punto por cuestión).

- Cuestión 1.** El vector de posición de un cuerpo de 2 kg de masa es $\mathbf{r} = (3t - 6) \mathbf{i} - 4t^3 \mathbf{j}$.
Hallar:
- a) El momento lineal y el momento angular que lleva la partícula respecto al origen (0,5 puntos).
 - b) La fuerza y el momento de la fuerza respecto al origen que actúan sobre la partícula (0,5 puntos).

Solución:

(a) Primero calculamos la velocidad: $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt = 3 \mathbf{i} - 12t^2 \mathbf{j}$ m/s

El momento lineal es: $\mathbf{P} = m\mathbf{v} = 2 [3t \mathbf{i} - 12t^2 \mathbf{j}] = 6 \mathbf{i} - 24t^2 \mathbf{j}$ kgm/s

El momento angular es $\mathbf{L} = |\mathbf{r} \wedge \mathbf{P}| = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3t-6 & -4t^3 & 0 \\ 6 & -24t^2 & 0 \end{vmatrix} = [(3t-6)(-24t^2) - (6)(-4t^3)] \mathbf{k}$

⇒

$$\mathbf{L} = (-48t^3 + 144t^2 \mathbf{k}) \text{ kgm}^2/\text{s}$$

(b) Podemos determinar la fuerza bien calculando la aceleración o bien a partir del momento lineal:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = d\mathbf{P}/dt = d(6 \mathbf{i} - 24t^2 \mathbf{j})/dt \Rightarrow \mathbf{F} = -48t \mathbf{j} \text{ kg m/s}^2$$

En cuanto al momento, $\mathbf{M} = |\mathbf{r} \wedge \mathbf{F}| = d\mathbf{L}/dt = d(-48t^3 + 144t^2 \mathbf{k})/dt \Rightarrow$

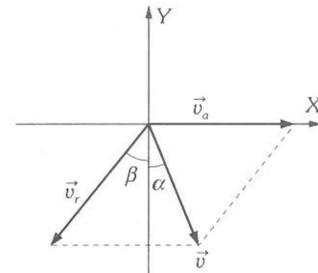
$$\mathbf{M} = (-144t^2 + 288t) \mathbf{k} \text{ kgm}^2/\text{s}^2$$

Cuestión 2: Un autobús marcha por una carretera recta en un día de lluvia. Un pasajero mide el ángulo que forman las gotas de lluvia con la vertical y obtiene que, cuando el autobús va a 80 km/h el ángulo es de 30° hacia la parte trasera, y cuando va a 100 km/h el ángulo aumenta a 45° . Calcular la velocidad de las gotas y el ángulo de caída medidos por un peatón parado en el arcén.

Problema tomado del libro Problemas de Física, S. Burbano de la Ercilla *et al.*, Editorial Tébar, 27ª Edición.

Solución:

Llamaremos \vec{v} a la velocidad de las gotas de lluvia respecto del observador fijo, \vec{V} a la velocidad del autobús con respecto al observador fijo, y \vec{v}' a la velocidad de las gotas de lluvia respecto del pasajero.



Como $\vec{v} = \vec{V} + \vec{v}'$, entonces las correspondientes ecuaciones expresadas en términos de las componentes a lo largo de los ejes cartesianos x (horizontal) e y (vertical) serán

$$v \sin \alpha \vec{i} - v \cos \alpha \vec{j} = -v' \sin \beta \vec{i} - v' \cos \beta \vec{j} + V \vec{i}$$

O, escrito en otra forma,

$$\begin{aligned} v \sin \alpha &= -v' \sin \beta + V, \\ -v \cos \alpha &= -v' \cos \beta. \end{aligned}$$

Ahora particularizamos estas ecuaciones a los dos casos que se nos indican en el enunciado:

Caso 1: cuando el autobús va a 80 km/h el ángulo es de 30° hacia la parte trasera

$$\beta = 30^\circ: \quad \begin{aligned} v \sin \alpha &= 80 - v' \sin 30^\circ = 80 - \frac{v'}{2}, \\ v \cos \alpha &= v' \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}v'}{2}. \end{aligned}$$

De la primera ecuación se deduce que

$$v' = 2(80 - v \sin \alpha),$$

y reemplazando esta ecuación en la segunda

$$v \cos \alpha = \sqrt{3}(80 - v \sin \alpha). \quad [1]$$

Caso 2: cuando el autobús va a 100 km/h el ángulo es de 45° hacia la parte trasera

$$\beta = 45^\circ: \quad v \sin \alpha = 100 - v' \sin 45^\circ = 100 - \frac{\sqrt{2}v'}{2},$$

$$v \cos \alpha = v' \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}v'}{2}.$$

De la primera ecuación se deduce que

$$v' = \frac{2}{\sqrt{2}}(100 - v \sin \alpha),$$

y reemplazando esta ecuación en la segunda

$$v \cos \alpha = (100 - v \sin \alpha). \quad [2]$$

De [1] y [2] resulta que:

$$\sqrt{3}(80 - v \sin \alpha) = (100 - v \sin \alpha),$$

$$v \sin \alpha = \frac{\sqrt{3} \times 80 - 100}{\sqrt{3} - 1} = 52,68. \quad [3]$$

Reemplazando [3] en [2]

$$v \cos \alpha = 100 - v \sin \alpha = 47,32 \quad [4]$$

Dividiendo [3] entre [4]

$$\tan \alpha = \frac{52,68}{47,32} \Rightarrow \alpha = 48^\circ.$$

Y sustituyendo este valor del ángulo en [4]

$$v = 70,8 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Cuestión 3: ¿Que condición tienen que cumplir las fuerzas que dan lugar a movimientos vibratorios armónicos simples (MAS)? (0,5 puntos). A partir de dicha fuerza, deduce la ecuación de la trayectoria de una partícula de masa m sometida a una fuerza de ese tipo (0,5 puntos).

Solución:

Las fuerzas tienen que ser directamente proporcionales a la separación de la posición de equilibrio x , y tales que traten de oponerse a que la partícula se aleje de esa posición, es decir del tipo : $F = -Kx$

Por la 2ª ley de Newton, $F = ma$. Si además $F = -Kx$, $\Rightarrow ma = -kx \Rightarrow m(d^2x/dt^2) = -kx$
 \Rightarrow

$$(d^2x/dt^2) + (k/m)x = 0$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo grado, cuya solución es una función sinusoidal del tipo:

$$x = A \cos [\sqrt{(K/m)t} + \alpha]$$

Por lo tanto la partícula describirá un MAS de frecuencia angular $\omega = \sqrt{(K/m)}$

Cuestión 4: Un tramo rectilíneo de 220 m del oleoducto de Alaska estaba a -51°C antes de que por él circulara petróleo a una temperatura máxima de 63°C . El oleoducto está envuelto con un aislante, de forma que el acero del conducto y el petróleo tienen la misma temperatura.

- (a) ¿Cuánto se dilata el tramo cuando la temperatura pasa de -51°C a 63°C ? (0,5 puntos)
- (b) El tramo de oleoducto que va sobre la superficie terrestre tiene 676 km de longitud. Si la temperatura del tramo aumenta de -51°C a 63°C , ¿cuánto se dilatará? (0,5 puntos)

Nota: Utilizar $\alpha = 11 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$.

Problema tomado del libro Física para la Ciencia y la Tecnología, Volumen 1, Tipler and Mosca, Editorial Reverté, Sexta edición.

Solución:

- (a) El cambio de longitud debido a un cambio de temperatura el producto de α , L y ΔT ,

$$\Delta L = \alpha L \Delta T,$$

Como el cambio de temperatura es de 114 K (equivalente a un cambio de temperatura de 114°C), podemos calcular el cambio de longitud

$$\Delta L = (11 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}) (220\text{ m}) (114\text{ K}) = 0,28\text{ m}.$$

- (b) El cambio en la longitud es proporcional a la longitud. Utilizamos esto para calcular el cambio de longitud del tramo de 676 km

$$\frac{\Delta L_2}{L_2} = \frac{\Delta L_1}{L_1} \Rightarrow \Delta L_2 = \frac{\Delta L_1}{L_1} L_2 = 860\text{ m}.$$

Instrucciones para realizar el examen:

1. Según está regulado por el **Real Decreto 1125/2003, art 5.4**: Los resultados obtenidos por el alumno en cada una de las materias del plan de estudios se calificarán en función de la siguiente escala numérica de 0 a 10, con expresión de un decimal, a la que podrá añadirse su correspondiente calificación cualitativa:

0–4,9: Suspenso (SS). 5,0–6,9: Aprobado (AP). 7,0–8,9; Notable (NT). 9,0–10: Sobresaliente (SB)

2. El examen se realizará con bolígrafo azul o negro.

3. Se explicará cuál es el proceso y el razonamiento seguido en la resolución de todos los problemas y cuestiones. Qué leyes físicas se han aplicado y por qué, etc.

4. La mayoría de las magnitudes físicas tienen un valor numérico y una unidad. Se puntuará negativamente no poner las unidades correctas.

5. Las magnitudes vectoriales vendrán expresadas por el correspondiente símbolo con una flecha encima. Se puntuará negativamente no identificar oportunamente las magnitudes vectoriales.

6. Se evitarán tachones y borrones.

7. También se evitará cortar los problemas y su resolución parcial en páginas diferentes salteadas.

8. Quedamente absolutamente prohibido el acceso a cualquier tipo de dispositivo electrónico que no sea una calculadora de mano sin conexión a internet.