Examen de Física-1, 1° del Grado en Ingeniería Química
Examen final. Septiembre de 2014
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1 (Primer parcial): Un satélite de telecomunicaciones se mueve con celeridad constante en una órbita circular alrededor del centro de la Tierra y cerca de la superficie de la Tierra. Si su aceleración tiene por módulo $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$, determinar:

(a) El módulo de su velocidad (0.5 puntos).
(b) El tiempo que invierte en una revolución completa (0.5 puntos).

Nota: el radio de la Tierra es 6370 km.

Solución:

(a) El satélite se mueve con un movimiento circular uniforme, con lo cual su aceleración siempre apunta hacia el centro de la Tierra y tiene por módulo

$$a_\mathrm{c} = \frac{v^2}{r} = g,$$

luego

$$v = \sqrt{rg} = \sqrt{\left(6370 \times 10^3\ \mathrm{m}\right) \times 9.81\ \mathrm{m/s^2}} = 7905\ \mathrm{m/s} = 7.905\ \mathrm{km/s}.$$

(b) Para calcular el valor del periodo T es

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 5060\ \mathrm{s} = 84.3\ \mathrm{min}.$$

Cuestión 2 (Primer parcial): Determinar la profundidad de un pozo si el sonido producido por una piedra que se suelta en su brocal, al chocar con el fondo, se oye 2 s después de ser soltada.

Nota: tomad como velocidad del sonido: 340 m/s y g = 9,8 m/s^2.

Solución:

Llamamos h a la profundidad del pozo. En los dos segundos transcurridos:

1. La piedra ha llegado desde el brocal hasta el fondo del pozo en un movimiento de caída libre (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado con aceleración g).
2. El sonido producido al llegar al fondo del pozo ha ascendido de nuevo hasta la superficie con un movimiento rectilíneo y uniforme a la velocidad del sonido, v_{sonido}.

Evidentemente, $t = t_1 + t_2$.

Calculemos estos dos tiempos por separado. Para el movimiento de caída libre,

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2. \qquad (1)$$

Para el movimiento de ascensión del sonido,

$$h = v_{\text{sonido}} t_2. \qquad (2)$$

Igualando (1) y (2),

$$v_{\text{sonido}} t_2 = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\text{sonido}} \left(t - t_1\right) = \frac{1}{2} g t_1^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} g t_1^2 + v_{\text{sonido}} t_1 - v_{\text{sonido}} t = 0.$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado

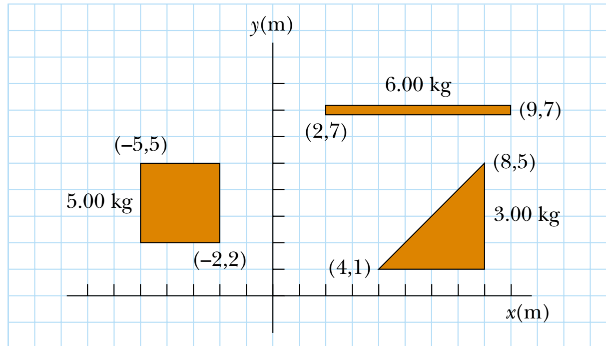
$$t_1 = \frac{-v_{\text{sonido}} \pm \sqrt{v_{sonido}^2 + 4\frac{1}{2} g v_{\text{sonido}} t}}{2\frac{1}{2} g} = 1.95\ \text{s}.$$

La segunda solución es negativa y carece de sentido físico.

Una vez conocido t_1, podemos hallar $t_2 = 0.05\ \text{s}$. Y con la ecuación (2), calculamos la profundidad del pozo

$$h = v_{\text{sonido}} t_2 = 18.54\ \text{m}.$$

Cuestión 3 (Segundo parcial): En la figura se ven tres objetos planos uniformes: una varilla, un triángulo rectángulo y un cuadrado. Sus masas y sus coordenadas (en m) se indican en la misma. Determina el centro de gravedad del objeto formado por los tres cuerpos.



Solución:

Asumiendo que el campo gravitacional es uniforme, el centro de masas y el centro de gravedad coinciden.
Por simetría, es trivial deducir cuales son las coordenadas del centro de masas del cuadrado y de la varilla:

$$x_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{cuadrado}} = -3{,}5 \text{ m}, \qquad y_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{cuadrado}} = 3{,}5 \text{ m}.$$
$$x_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{varilla}} = 5{,}5 \text{ m}, \qquad y_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{varilla}} = 7{,}0 \text{ m}.$$

Para calcular la coordenada x del centro de masas de un triángulo rectángulo, dividimos el triángulo en pequeños cuadrados de anchura dx y de altura dy. La masa de cada cuadrado es igual al área del cuadrado multiplicado por la densidad σ del material del que está hecho el triángulo,

$$dm = \sigma dx\, dy.$$

La densidad del material igual a la masa total del triángulo dividido por su área, de tal manera que

$$dm = \sigma \; dx\, dy = \left(\frac{M}{\frac{1}{2}ab} \right) dx\, dy = \frac{2M}{ab} dx\, dy.$$

En la ecuación anterior, a se corresponde con la base del triángulo ($a = 4\,\text{m}$) y b es la altura del mismo ($b = 4\,\text{m}$). Los valores numéricos resultan de una mera exploración de la figura.

Entonces, la coordenada x del centro de masas de un triángulo rectángulo vendrá dada por

$$x_{\mathrm{CM}}^{\mathrm{triángulo}} = \frac{1}{M} \int x\, dm = \frac{1}{M} \int_{x=4}^{x=8} \int_{y=1}^{y} x \frac{2M}{ab} dx\, dy = \frac{2}{ab} \int_{x=4}^{x=8} \int_{y=1}^{y} x\, dx\, dy = \frac{2}{ab} \int_{x=4}^{x=8} x\left(y-1\right) dx.$$

Para evaluar esta integral tenemos que expresar y como función de x. La línea que representa la hipotenusa del rectángulo tiene como pendiente b/a y tiene como ordenada en el origen -3. De esta manera, la ecuación de esta línea es

$$y = -3 + \frac{b}{a}x.$$

Sustituyendo este valor de y en la integral nos queda

$$\begin{aligned}
x_{\mathrm{CM}}^{\text{triángulo}} &= \frac{2}{ab}\int_{x=4}^{x=8} x(y-1)\,dx = \frac{2}{ab}\int_{x=4}^{x=8} x\left(-3+\frac{b}{a}x-1\right)dx = \frac{2}{ab}\int_{x=4}^{x=8} x\left(-4+\frac{b}{a}x\right)dx \\
&= -\frac{8}{ab}\int_{x=4}^{x=8} x\,dx + \frac{2}{a^2}\int_{x=4}^{x=8} x^2\,dx = -\frac{8}{ab}\left.\frac{x^2}{2}\right|_4^8 + \frac{2}{a^2}\left.\frac{x^3}{3}\right|_4^8 = \\
&= -\frac{8}{4\times 4}\frac{\left(8^2-4^2\right)}{2} + \frac{2}{4^2}\frac{\left(8^3-4^3\right)}{3} = 6{,}67\ \text{m}.
\end{aligned}$$

De forma análoga se podría calcular la coordenada y del centro de masas del triángulo

$$\begin{aligned}
y_{\mathrm{CM}}^{\text{triángulo}} &= \frac{1}{M}\int y\,dm = \frac{1}{M}\int_{x=4}^{x=8}\int_{y=1}^{y} y\frac{2M}{ab}\,dx\,dy = \frac{2}{ab}\int_{x=4}^{x=8}\int_{y=1}^{y} y\,dx\,dy = \frac{2}{ab}\int_{x=4}^{x=8}\frac{\left(y^2-1\right)}{2}dx \\
&= \frac{1}{ab}\int_{x=4}^{x=8}\left[\left(-3+\frac{b}{a}x\right)^2-1\right]dx = \frac{1}{ab}\int_{x=4}^{x=8}\left(9+\frac{b^2}{a^2}x^2-6\frac{b}{a}x-1\right)dx = \frac{1}{ab}\int_{x=4}^{x=8}\left(8+\frac{b^2}{a^2}x^2-6\frac{b}{a}x\right)dx \\
&= \frac{8}{ab}\int_{x=4}^{x=8} dx + \frac{b}{a^3}\int_{x=4}^{x=8} x^2\,dx - \frac{6}{a^2}\int_{x=4}^{x=8} x\,dx = \frac{8}{ab}\left.x\right|_4^8 + \frac{b}{a^3}\left.\frac{x^3}{3}\right|_4^8 - \frac{6}{a^2}\left.\frac{x^2}{2}\right|_4^8 \\
&= \frac{8}{4\times 4}(8-4) + \frac{4}{4^3}\frac{\left(8^3-4^3\right)}{3} - \frac{6}{4^2}\frac{\left(8^2-4^2\right)}{2} = 2{,}33\text{m}.
\end{aligned}$$

Una vez calculados los centros de masas de las tres figuras por separado, podemos

calcular el centro de masas del objeto formado por los tres objetos.

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i x^i_{\mathrm{CM}}}{\sum_i m_i} = \frac{\left(m_{\text{triángulo}} x^{\text{triángulo}}_{\mathrm{CM}} + m_{\text{varilla}} x^{\text{varilla}}_{\mathrm{CM}} + m_{\text{cuadrado}} x^{\text{cuadrado}}_{\mathrm{CM}}\right)}{\left(m_{\text{triángulo}} + m_{\text{varilla}} + m_{\text{cuadrado}}\right)}$$

$$= \frac{\left(3{,}0\ \mathrm{kg} \times 6{,}67\ \mathrm{m}\ + 6{,}0\ \mathrm{kg} \times 5{,}50\ \mathrm{m} + 5{,}0\ \mathrm{kg} \times \left(-3{,}50\ \mathrm{m}\right)\right)}{\left(3{,}0\ \mathrm{kg} + 6{,}0\ \mathrm{kg} + 5{,}0\ \mathrm{kg}\right)} = 2{,}54\ \mathrm{m}.$$

$$y_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i y^i_{\mathrm{CM}}}{\sum_i m_i} = \frac{\left(m_{\text{triángulo}} y^{\text{triángulo}}_{\mathrm{CM}} + m_{\text{varilla}} y^{\text{varilla}}_{\mathrm{CM}} + m_{\text{cuadrado}} y^{\text{cuadrado}}_{\mathrm{CM}}\right)}{\left(m_{\text{triángulo}} + m_{\text{varilla}} + m_{\text{cuadrado}}\right)}$$

$$= \frac{\left(3{,}0\ \mathrm{kg} \times 2{,}33\ \mathrm{m}\ + 6{,}0\ \mathrm{kg} \times 7{,}00\ \mathrm{m} + 5{,}0\ \mathrm{kg} \times \left(3{,}50\ \mathrm{m}\right)\right)}{\left(3{,}0\ \mathrm{kg} + 6{,}0\ \mathrm{kg} + 5{,}0\ \mathrm{kg}\right)} = 4{,}75\ \mathrm{m}.$$

Cuestión 4 (Segundo parcial): Se corta un agujero cuadrado de 8,0 cm de lado en una lámina de cobre.

- **(a) Calcular el cambio en el área del agujero si la temperatura de la lámina se incrementa 50.0 K.**
- **(b) Este cambio representa un incremento o una disminución en el área englobada por el agujero?**

Nota: El coeficiente de dilatación lineal para el cobre es de $\alpha = 17,0 \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$

Solución:

(a) El incremento del área de un objeto debido a su temperatura viene dado por

$$\Delta A = 2\alpha A_i \Delta T,$$

donde α es el coeficiente medio de dilatación lineal (para el cobre toma un valor de $\alpha = 17,0 \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$), A_i es el área inicial y ΔT es el incremento de temperatura.

Sustituyendo los datos de nuestro problema

$$\Delta A = 2\left(17.0 \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}\right)\left(0,080\,\mathrm{m}^2\right)\left(50,0\,{}^{\circ}\mathrm{C}\right) = 1.09 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^2 = 0,109\ \mathrm{cm}^2.$$

(b) Como la longitud de cada lado del agujero se ha incrementado, entonces este cambio de área representa un aumento en el área del agujero.

Instrucciones para realizar el examen:

1. Según está regulado por el **Real Decreto 1125/2003, art 5.4:** Los resultados obtenidos por el alumno en cada una de las materias del plan de estudios se calificarán en función de la siguiente escala numérica de 0 a 10, con expresión de un decimal, a la que podrá añadirse su correspondiente calificación cualitativa:

0−4,9: Suspenso (SS). 5,0−6,9: Aprobado (AP). 7,0−8,9; Notable (NT). 9,0−10: Sobresaliente (SB)

2. El examen se realizará con bolígrafo azul o negro.

3. Se explicará cuál es el proceso y el razonamiento seguido en la resolución de todos los problemas y cuestiones. Qué leyes físicas se han aplicado y por qué, etc.

4. La mayoría de las magnitudes físicas tienen un valor numérico y una unidad. Se puntuará negativamente no poner las unidades correctas.

5. Las magnitudes vectoriales vendrán expresadas por el correspondiente símbolo con una flecha encima. Se puntuará negativamente no identificar oportunamente las magnitudes vectoriales.

6. Se evitarán tachones y borrones.

7. También se evitará cortar los problemas y su resolución parcial en páginas diferentes salteadas.

8. Quedamente absolutamente prohibido el acceso a cualquier tipo de dispositivo electrónico que no sea una calculadora de mano sin conexión a internet.