Examen de Física-1, 1° del Grado en Ingeniería Química
Examen final. Septiembre de 2013
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1 (Primer parcial): Consideremos un sistema compuesto por un núcleo de un elemento químico de número atómico Z y un electrón. La función energía potencial electrostática viene dado por

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r},$$

donde ε_0 es la permitividad del vacío, e es la carga del protón y r es la distancia al núcleo. Calculad la fuerza que actúa sobre el electrón asociada a dicho potencial.

Solución:

Si conocemos la función de energía potencial, podemos calcular la fuerza que actúa entre los elementos del sistema sin más que calcular el gradiente y cambiarlo de signo,

$$\vec{F} = -\nabla U.$$

En coordenadas cartesianas:

$$\vec{F} = -\nabla U = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\right)U. \qquad (1)$$

Como la distancia del electrón al núcleo viene dada por $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \left(x^2+y^2+z^2\right)^{1/2}$, podemos calcular la componente x de la fuerza como

$$F_x = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2}\right) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\partial}{\partial x}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} =$$
$$= -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{2x}{\left(x^2+y^2+z^2\right)^{3/2}} = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{r^3}.$$

De manera análoga se calcularían las componentes y y z de la fuerza. Sustituyendo en la Ecuación (1), llegaríamos al resultado final

$$\vec{F} = -\nabla U = -\left(\vec{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}\right)U =$$
$$= -\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\frac{x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}}{r^3} = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3} = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{u}_{\vec{r}}}{r^2},$$

donde $\vec{u}_{\vec{r}}$ es un vector unitario en la dirección del radio vector $\vec{r}$.

Cuestión 2 (Primer parcial): (a) Enuncia <u>claramente</u> las tres leyes de Newton. (0,3 puntos) (b) Supongamos una partícula libre (no sujeta a ninguna interacción). ¿Qué podemos decir de su momento lineal?. (0,1 puntos) (c) Supongamos un sistema compuesto por dos partículas que pueden interaccionar entre sí, pero que están aisladas del entorno que las rodea. Es decir, las partículas ejercen fuerzas entre sí, pero sobre el sistema no se ejerce ninguna fuerza externa. A partir del principio de conservación del momento lineal para este sistema de dos partículas, deducir la tercera ley de Newton. (0,6 puntos).

Solución:

(a) Las leyes de Newton son:
1ª Ley: Todo cuerpo continúa en su estado inicial de reposo o de movimiento con velocidad uniforme, a menos que sobre él actúe una fuerza externa neta o no equilibrada. Esto significa que si tenemos una partícula libre (no sujeta a ninguna interacción) ésta se mueve con velocidad constante. A esta ley se le conoce con el nombre de Ley de la Inercia.

2ª Ley: la tasa de la variación de la cantidad de movimiento de una partícula con respecto al tiempo es igual a la fuerza neta que actúa sobre la partícula,

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

A esta ley se la conoce con el nombre de Ley fundamental de la Dinámica.

En sistemas no relativistas, esta ley puede enunciarse como: la aceleración de un objeto es inversamente proporcional a su masa y directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}.$$

Para que se produzca una variación en la velocidad es necesario aplicar una fuerza. La masa representa la inercia del cuerpo a cambiar su estado de movimiento.

3ª Ley: Las fuerzas siempre actúan por pares. Si un objeto A ejerce una fuerza sobre un objeto B ($\vec{F}_{\mathrm{AB}}$), este ejerce una fuerza sobre A ($\vec{F}_{\mathrm{BA}}$) del mismo módulo y dirección, pero de sentido contrario.

$$\vec{F}_{\mathrm{AB}} = -\vec{F}_{\mathrm{BA}}$$

A esta ley se la denomina también ley de acción y reacción.

(b) Si tenemos una partícula libre (no sujeta a ninguna interacción), sobre ella no actúa fuerza alguna y, por lo tanto, su velocidad y su momento lineal permanecen constantes.

$$\vec{p} \text{ constante} \quad \Rightarrow \quad m\vec{v} \text{ constante} \Rightarrow \quad \vec{v} \text{ constante} \quad \left(1^{\circ} \text{ ley de Newton}\right)$$

(c) Si tenemos dos partículas aisladas, el momento lineal total del sistema también se conserva

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{constante}.$$

Estas partículas están aisladas del entorno, pero interaccionan entre sí. Si suponemos que esas dos partículas interaccionan durante un incremento de tiempo infinitesimal dt, su momento lineal total antes y después de la interacción va a ser el mismo,

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1^{\,'} + \vec{p}_2^{\,'} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_1 - \vec{p}_1^{\,'} = \vec{p}_2^{\,'} - \vec{p}_2 \quad \Rightarrow \quad d\vec{p}_1 = -d\vec{p}_2.$$

Dividiendo por dt

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}.$$

Y aplicando la segunda ley de Newton se llega a

$$\vec{F}_{21} = \frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt} = -\vec{F}_{12},$$
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}.$$

Que es la tercera ley de Newton.

Cuestión 3 (Segundo parcial): Dos barras idénticas y homogéneas de longitud l están unidas por un extremo formando un ángulo de 90°. Determinar la posición del centro de masas (x_c, y_c) del conjunto en función de la longitud l, tomando como origen del sistema de referencia el punto de unión entre las dos barras y las direcciones de las mismas como ejes cartesianos.

Solución:

Supongamos una de las barras está dirigida a lo largo del eje x (barra 1). Como la barra es homogénea, su centro de masas se hallará en el punto medio y tendrá por coordenadas

$$(x_{c1}, y_{c1}) = \left(\frac{l}{2}, 0\right).$$

La segunda de las barras estará dirigida a lo largo del eje y (barra 2). La posición de su centro de masas vendrá dada por

$$(x_{c2}, y_{c2}) = \left(0, \frac{l}{2}\right).$$

Podemos calcular la posición del centro de masas del sistema compuesto a partir de

$$x_c = \frac{x_{c1}m_1 + x_{c2}m_2}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{l}{2} l\lambda}{2l\lambda} = \frac{l}{4},$$

$$y_c = \frac{y_{c1}m_1 + y_{c2}m_2}{m_1 + m_2} = \frac{\frac{l}{2} l\lambda}{2l\lambda} = \frac{l}{4}.$$

donde λ es la densidad lineal de las barras (constante y la misma en las dos barras al ser estas iguales y homogéneas).
Por lo tanto,

$$(x_c, y_c) = \left(\frac{l}{4}, \frac{l}{4}\right).$$

Cuestión 4 (segundo parcial): Enuncia claramente la ley cero, junto con la primera y la segunda ley de la termodinámica. (0,5 puntos). (b) Define el rendimiento térmico de una máquina térmica. ¿Sería posible construir una máquina con un rendimiento del 100 %? . Razona la respuesta. (0,5 puntos).

Solución:

(a) La ley cero de la termodinámica dice que si dos objetos A y B, considerados por separado, están en equilibrio térmico con un tercer objeto C, entonces A y B están en equilibrio térmico entre sí.

La primera ley de la temodinámica dice que la variación de la energía interna, ΔE_{int}, de un sistema es igual a la suma de la energía transferida a través de los límites del sistema por medio de calor, Q, y la transferida por medio de trabajo, W.

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W$$

La segunda ley de la termodinámica dice que es imposible construir una máquina térmica que, funcionando de manera cíclica, sólo produzca el efecto de absorber energía de un foco y convertirla en igual cantidad de trabajo.

(b) El rendimiento térmico de una máquina térmica, η, se define como el cociente entre el trabajo neto realizado por la máquina y la energía absorbida del foco caliente durante un ciclo

$$\eta = \frac{W_{\text{maq}}}{|Q_c|} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|}.$$

Una máquina térmica solo podría tener un rendimiento del 100% ($\eta = 1$) si $Q_f = 0$, es decir, si no se cede ninguna energía al foco frío. En otras palabras, una máquina térmica de rendimiento perfecto tendría que ceder en forma de trabajo mecánico toda la energía que absorbe. La segunda ley afirma que es imposible construir dicha máquina.

Instrucciones para realizar el examen:

1. Según está regulado por el **Real Decreto 1125/2003, art 5.4:** Los resultados obtenidos por el alumno en cada una de las materias del plan de estudios se calificarán en función de la siguiente escala numérica de 0 a 10, con expresión de un decimal, a la que podrá añadirse su correspondiente calificación cualitativa:

0−4,9: Suspenso (SS). 5,0−6,9: Aprobado (AP). 7,0−8,9; Notable (NT). 9,0−10: Sobresaliente (SB)

2. El examen se realizará con bolígrafo azul o negro.

3. Se explicará cuál es el proceso y el razonamiento seguido en la resolución de todos los problemas y cuestiones. Qué leyes físicas se han aplicado y por qué, etc.

4. La mayoría de las magnitudes físicas tienen un valor numérico y una unidad. Se puntuará negativamente no poner las unidades correctas.

5. Las magnitudes vectoriales vendrán expresadas por el correspondiente símbolo con una flecha encima. Se puntuará negativamente no identificar oportunamente las magnitudes vectoriales.

6. Se evitarán tachones y borrones.

7. También se evitará cortar los problemas y su resolución parcial en páginas diferentes salteadas.

8. Quedamente absolutamente prohibido el acceso a cualquier tipo de dispositivo electrónico que no sea una calculadora de mano sin conexión a internet.