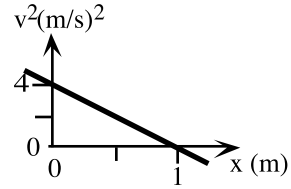
Examen de Física-1, 1° del Grado en Ingeniería Química
Examen final. Septiembre de 2011
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1 (Primer parcial): Dada la dependencia de la velocidad con la posición en un movimiento rectilíneo mostrada por la siguiente gráfica, determinar la dependencia con el tiempo de la aceleración, velocidad y posición del móvil, sabiendo que $x(0) = 0.75\ \mathrm{m}$. **Representa las gráficas** $x(t)$, $v(t)$, y $a(t)$.



Solución:

Una de las ecuaciones conocidas de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es

$$v_2^2 - v_1^2 = 2\,a\left(x_2 - x_1\right). \qquad (1)$$

Es decir, la velocidad al cuadrado es directamente proporcional al desplazamiento, tal como se observa en la gráfica. Para conocer la aceleración a, aplicamos la Ec. (1) entre los puntos 1, con $(v_1^2 = 4\ \mathrm{m^2/s^2}, x_1 = 0)$, y 2, con $(v_2^2 = 0, x_2 = 1\ \mathrm{m})$.

$$\left(0-4\right) = 2a\left(1-0\right) \quad \Rightarrow \quad a = -2\ \mathrm{m/s^2}.$$

Por otra parte, nos dicen que para $t = 0$ la posición vale $x = 0.75\ \mathrm{m}$. Si nos fijamos en la gráfica, vemos que para $x = 0.75\ \mathrm{m}$ le corresponde un valor de $v^2 = 1\ \mathrm{m^2/s^2} \Rightarrow v = \pm 1\ \mathrm{m/s}$. Otra forma sería, a partir de la recta representada en la gráfica $\left(v^2 = 4 - 4x\right)$ en la cual, si damos un valor a x de 0.75, obtenemos que $v^2 = 1\ \mathrm{m^2/s^2} \Rightarrow v = \pm 1\ \mathrm{m/s}$. Es decir, la velocidad inicial puede ser positiva o negativa.

Por tanto, los datos para tiempo igual a 0 son:

$$x_0 = 0.75\ \mathrm{m}$$
$$v_0 = \pm 1\ \mathrm{m/s}$$

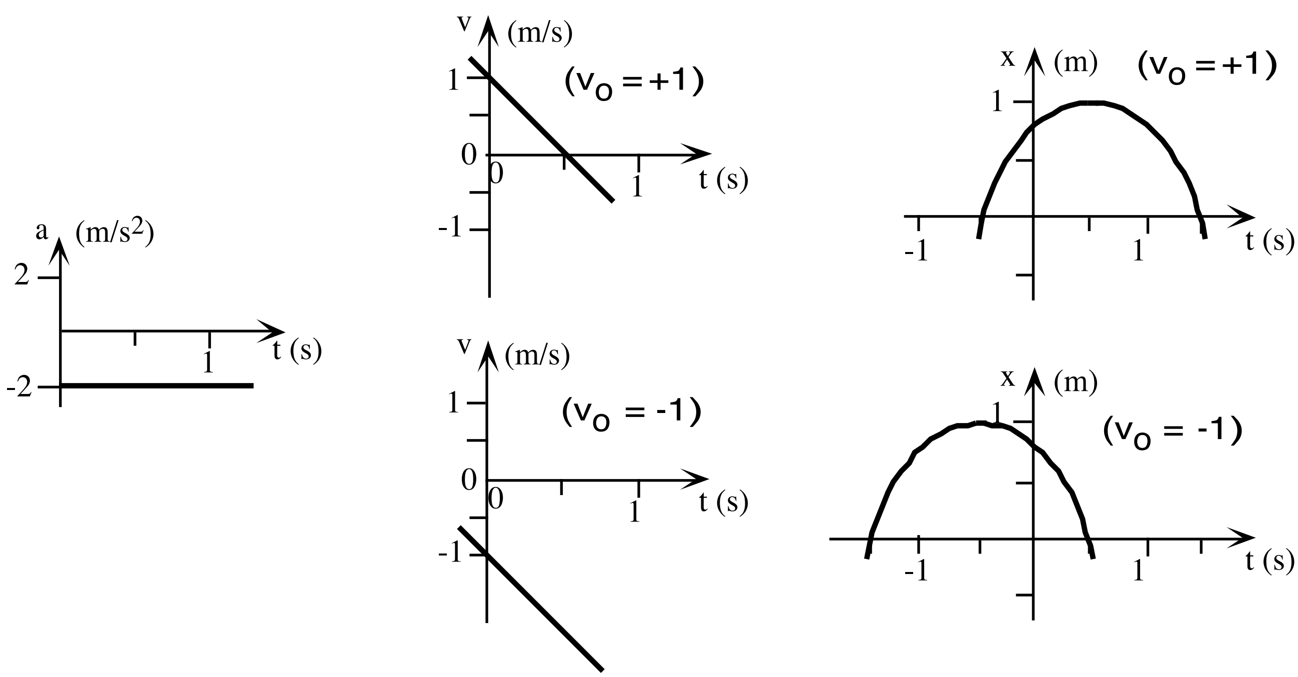
Y las ecuaciones de movimiento:

$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Se escriben de la forma

$$v = \pm 1 - 2t$$
$$x = 0.75 \pm t - t^2$$

Ahora simplemente tenemos que representar las gráficas de forma adecuada, donde para la aceleración solo hay una posibilidad, mientras que para la velocidad y la posición tenemos dos:



Cuestión 2 (Primer parcial): Un cubo de 15 kg es levantado 4m aplicándole una fuerza vertical F cuyo módulo constante es de 180 N. Determinar:

(a) El trabajo que realiza la fuerza F.

(b) El trabajo que realiza el peso.

(c) La velocidad que alcanzará el cubo si inicialmente estaba en reposo.

Nota: Tomad $g = 10\ \text{m/s}^2$.

(Problema adaptado con permiso de la colección elaborada por Ricardo Cabrera, http://neuro.qi.fcen.uba.ar/ricuti/intro_NMS.html)

Solución:

Lo primero, dibujamos un esquema con las distintas fuerzas y desplazamientos que aparecen en el problema

Como se trata de fuerzas constantes y desplazamientos rectilíneos, podemos aplicar la siguiente formula para el cálculo del trabajo de cada una de las fuerzas

$$W_F = F\ \Delta x \cos\alpha,$$

donde α es el ángulo que (en cada caso) forman la fuerza que estamos considerando con el desplazamiento.

(a) En el primer caso, $\alpha = 0$ y $\cos\alpha = 1$, con lo que el trabajo realizado por la fuerza F sobre el objeto vale

$$W_F = 180\ \text{N} \times 4\ \text{m} \times 1 = 720\ \text{J}.$$

(b) En el segundo caso, $\alpha = 180^\circ$ y $\cos\alpha = -1$, con lo que el trabajo realizado por el peso sobre el objeto vale

$$W_F = 150 \text{ N} \times 4 \text{ m} \times (-1) = -600 \text{ J}.$$

(c) Por ultimo, podemos aplicar el teorema que vincula la fuerza resultante, R, con la energía cinética. La resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto es una fuerza vertical que apunta hacia arriba de modulo 30 N.

El trabajo que realiza esta fuerza resultante sera igual a la variación de la energía cinética

$$W_{\text{Res}} = \Delta E_{\text{c}},$$
$$R\,\Delta x \cos\alpha = \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_i^2.$$

Como de nuevo, $\alpha = 0$, y además la velocidad inicial es cero, entonces,

$$R\,\Delta x = \frac{1}{2} m v_f^2,$$
$$v_f = \sqrt{\frac{2\,R\,\Delta x}{m}} = 4 \text{ m/s}.$$

Cuestión 3 (Segundo parcial): Una esfera de masa m_1 choca centralmente contra otra de masa m_2. Después del choque m_1 queda en reposo. ¿Cuál es la relación entre las masas si el coeficiente de restitución es e?. La masa m_2 está inicialmente en reposo. (Nota: el coeficiente de restitución se define como $e=-\dfrac{v_2^{'}-v_1^{'}}{v_2-v_1}$ **)**

Solución:

Aplicando la definición del coeficiente de restitución, $e=-\dfrac{v_2^{'}-v_1^{'}}{v_2-v_1}$, y teniendo en cuenta que $v_2=0$, y $v_1^{'}=0$, entonces

$$e=-\frac{v_2^{'}}{-v_1}=\frac{v_2^{'}}{v_1} \quad \Rightarrow \quad v_2^{'}=e\,v_1\,. \quad (1)$$

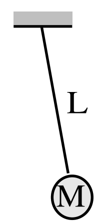
Además, sabemos que en la colisión, se tiene que conserver el momento lineal,

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1^{'}+m_2v_2^{'} \quad \Rightarrow \quad m_1v_1=m_2v_2^{'} \quad (2)$$

Sustituyendo el valor de $v_2^{'}$ de la Ec. (1) en la Ec. (2),

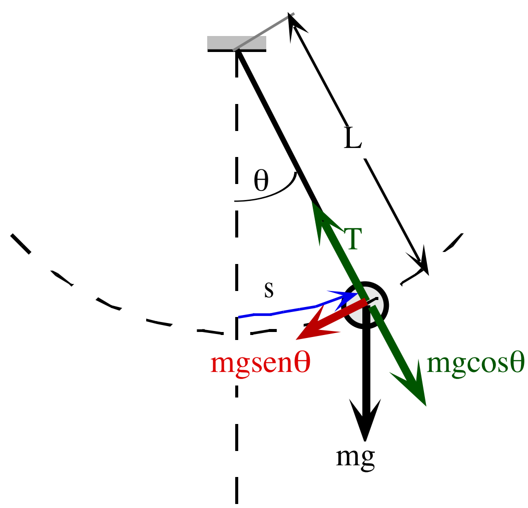
$$m_1v_1=m_2e\,v_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1}{m_2}=e\,.$$

Cuestión 4 (segundo parcial): Construimos un péndulo suspendiendo una masa M de un hilo de longitud L. Demostrar el tipo de movimientos que realiza para ángulos pequeños. Encontrar su periodo



Solución:

Al desplazar la masa de su posición de equilibrio, la componente tangencial del peso origina una aceleración tangencial.



Si aplicamos la segunda ley de Newton en la dirección tangencial,

$$F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt} = m\frac{d^2 s}{dt^2} = mL\frac{d^2\theta}{dt^2}. \qquad (1)$$

La componente tangencial de la fuerza vale

$$F_t = -mg\sin\theta, \qquad (2)$$

donde el signo menos en la fuerza se introduce debido al hecho de que cuando el ángulo es positivo, la fuerza es negativa. En otras palabras, la fuerza se opone al crecimiento del ángulo.

Sustituyendo la Ec. (2) en la Ec. (1)

$$-mg\sin\theta = mL\frac{d^2\theta}{dt^2}. \qquad (3)$$

Para ángulos pequeños, medidos en radianes, podemos usar la aproximación $\sin\theta \approx \theta$, con lo que la Ec. (3) se simplifica

$$-mg\theta = mL\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0. \qquad (4)$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo grado, cuya solución es

$$\theta = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}\, t + \alpha\right),$$

donde θ_0 y α son constantes de integración.

Por lo tanto, la masa M realizará un movimiento oscilatorio armónico simple, de amplitud θ_0, fase inicial α, y frecuencia angular $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$. Por lo tanto el periodo del movimiento vendrá dado por

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$