Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2022
Problemas (Dos puntos por problema).

Problema 1: El patio de juegos de una escuela, está en el techo plano del edificio, a 6 m por encima del nivel de la calle. Una barandilla de protección de 1 m de alto rodea el patio. Una pelota ha caído a la calle, y un transeúnte chuta la pelota para devolverla, con un ángulo de 53º sobre la horizontal en un punto a 24 metros de la base de la pared del edificio. La pelota tarda 2,2 s en llegar a un punto verticalmente por encima de la barandilla. Calcular:
(a) La velocidad con la que fue lanzada la pelota (0,5 puntos).
(b) La distancia vertical con la que la pelota rebasa la barandilla (0,5 puntos).
(c) ¿A qué distancia horizontal desde la pared del edificio impacta la pelota con el patio? (0,5 puntos)
(d) ¿Cuál es el ángulo que forma la velocidad de la pelota con la vertical en el momento del impacto? (0,5 puntos)

Solución:

(a) En el eje horizontal, el movimiento es rectilíneo y uniforme con velocidad constante

$$v_x = v_i \cos\theta.$$

Si tarda un tiempo $t = 2{,}2$ s en recorrer una distancia de $d = 24$ m, entonces

$$d = v_x t = v_i \cos\theta \, t \quad \Rightarrow \quad v_i = \frac{d}{\cos\theta \, t} = 18{,}13 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

(b) En el eje vertical el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado, con $v_{0,y} = v_i \sin\theta$ y $a_y = -g$. Si tomamos como origen de alturas el suelo de la calle, y después de $t = 2{,}2$ s la altura de la pelota será

$$y = y_0 + v_{0,y} t - \frac{1}{2} g t^2 = v_i \sin\theta \, t - \frac{1}{2} g t^2 = 8{,}13 \text{ m}.$$

Por lo tanto, la pelota rebasará la barandilla por 1,13 m.

(c) El tiempo de vuelo de la pelota se puede calcular teniendo en cuenta que la altura final es de $y_f = 6{,}0$ m.

$$y_f = v_i \sin\theta \, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{1}{2} g t^2 - v_i \sin\theta \, t + y_f = 0$$

$$t = \frac{v_i \sin\theta \pm \sqrt{v_i^2 \sin^2\theta - 4\frac{1}{2} g y_f}}{2\frac{1}{2}g} = 2{,}46 \text{ s.}$$

La segunda solución ($t = 0{,}50$ s) no tiene sentido físico puesto que nos dicen que el tiempo que tarda la pelota en llegar a la posición de la barandilla es más grande (de 2,2 s).

En este tiempo recorre una distancia horizontal

$$x(t = 2{,}46\ s) = v_i \cos\theta\ t = 26{,}79 \text{ m.}$$

Luego llega al suelo a una distancia de 2,73 m de la pared del edificio.

(d) Las componentes de la velocidad en el instante en el que la pelota impacta con el suelo son

$$v_x(t = 2{,}46\ s) = v_i \cos\theta = 10{,}91 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$v_y(t = 2{,}46\ s) = v_i \sin\theta - gt = -9.59 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

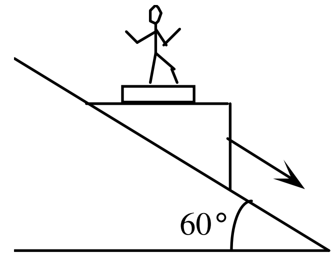
Por lo tanto, el ángulo que forma con el suelo es

$$\theta_{\text{final}} = \arctan\frac{v_y}{v_x} = -41{,}32°.$$

Problema 2: Un hombre desciende por un plano inclinado 60º sobre una báscula horizontal. Sabiendo que la masa del hombre es de 70 kg y que el coeficiente de rozamiento entre la báscula y el plano es de 0,3, calcular:

(a) La aceleración de la bajada (0,5 puntos)

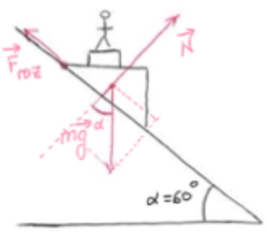
(b) El peso que marca la báscula (1,5 puntos)



Solución:

(a) Para el primer apartado tomaremos un sistema de referencia con el eje x a lo largo del plano inclinado, sentido positivo hacia abajo, y el eje y perpendicular al plano inclinado, sentido positivo hacia arriba.

Dibujamos el diagrama de fuerzas de cuerpo aislado que actúan sobre la báscula, proyectamos las fuerzas en las direcciones de los ejes y aplicamos la segunda ley de Newton a lo largo de cada eje.



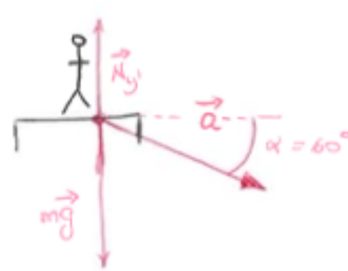
$$\sum F_x = mg\sin\alpha - F_{\text{roz}} = mg\sin\alpha - \mu N = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma_x.$$

$$\sum F_y = N - mg\cos\alpha = ma_y = 0 \qquad \Rightarrow \qquad N = mg\cos\alpha.$$

De la primera de estas ecuaciones deducimos que la aceleración con la que la báscula cae por el plano inclinado toma el valor

$$a_x = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 7.02 \text{ m/s}^2.$$

(b) El peso que marcará la báscula se corresponde con la normal que ejerce sobre el hombre. Esta normal está dirigida en la dirección vertical, sentido positivo hacia arriba. Por ello, en esta segunda parte del problema cambiaremos el sistema de ejes para que el eje x' esté dirigido en la dirección horizontal (sentido positivo hacia la derecha) y el eje y' esté dirigido en la dirección vertical (sentido positivo hacia arriba). En este nuevo sistema de ejes, el hombre tendrá por tanto una aceleración en ambos ejes que toma el valor



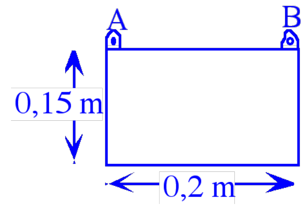
$$a_{x'} = a_x\cos\alpha = 3.51 \text{ m/s}^2,$$
$$a_{y'} = -a_y\sin\alpha = -6.08 \text{ m/s}^2.$$

En este nuevo sistema de ejes, la normal que la báscula ejerce sobre el hombre se puede calcular como

$$\sum F_{y'} = N_{y'} - mg = ma_{y'} \quad \Rightarrow \quad N_{y'} = m\left(a_{y'} + g\right) = 70 \times (-6.08 + 9.81)\ \mathrm{N}$$
$$= 260{,}88\ \mathrm{N}.$$

Cuyo equivalente en kilogramos es 26,59 kg.

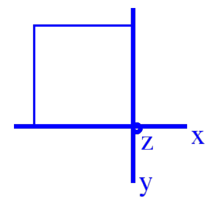
Problema 3: Una placa rectangular de 20 kg de masa está suspendida de los puntos A y B, como indica la figura.



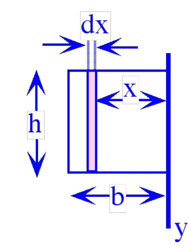
(a) Determinar el momento de inercia de la placa respecto un eje perpendicular a la misma que pasa por el punto B. Suponer que la placa es uniforme.
Si se rompe el pasador A:
(b) ¿Cuál será la aceleración angular de la placa en el instante inicial? (1 punto)
(c) ¿Cuál será la velocidad angular de la misma cuando pase por la posición de equilibrio? (1 punto)

Problema propuesto por los profesores José Javier Sandonís y Jesús Rodríguez

Solución:



(a) En teoría se ha visto que cuando tenemos una lámina plana, el momento de inercia respecto a un eje perpendicular a la misma, I_z, es la suma de los momentos de inercia de la lámina respecto a dos ejes contenidos en el plano de la misma, que sean perpendiculares entre si, I_x e I_y, y que se corten en el punto por donde pasa el eje I_z.



$$I_z = I_x + I_y.$$

$$I_y = \int_0^b dm\, x^2 = \int_0^b \sigma x^2 dS = \int_0^b \sigma h x^2 dx = \sigma h \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^b = \frac{1}{3}\sigma h \frac{b^3}{3} = \frac{1}{3}\sigma h b b^2 = \frac{1}{3}\sigma S b^2 = \frac{1}{3} m b^2.$$

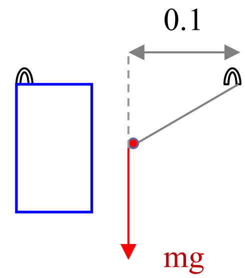
Por analogía, el momento de inercia respecto al eje x, será

$$I_x = \frac{1}{3} m h^2$$

El momento de inercia respecto al eje z será:

$$I_Z = \frac{1}{3} m\, b^2 + \frac{1}{3} m\, h^2 = \frac{1}{3} m\,(b^2 + h^2) = \frac{1}{3} 20\,(0.2^2 + 0.15^2) = 0.4167 \text{ kg m}^2$$

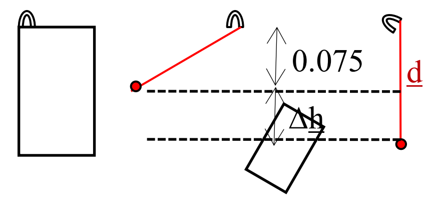
(b) Para calcular la aceleración angular aplicamos la segunda ley de Newton para las rotaciones $\sum \vec{M} = I\vec{\alpha}$, todo respecto al punto B. La única fuerza que origina momento respecto del punto B es el peso aplicado en el centro de masas. Como la placa es homogénea el centro de masas coincide con el centro geométrico de la misma. Teniendo esto en cuenta, la segunda ley de Newton para las rotaciones se transforma en



$$0.1mg = 0.4167\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{20\times 9.81\times 0.1}{0.4167}\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 47.09\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}.}$$

El momento del peso apunta hacia fuera del plano del papel (dirección positiva), por lo que la aceleración angular es positiva. La placa rotará en sentido antihorario.

(c) Cuando la placa rota, el centro de masas, que al ser uniforme está situado en el centro, cambia su altura. La variación de altura entre la posición inicial y cuando el centro de masas está en la posición más baja (justo en la vertical con el punto B) es



$$\boxed{\Delta h = d - 0.075 = 0.5\times\sqrt{0.2^2 + 0.15^2} - 0.075 = 0.05 \text{ m}}$$

La energía potencial gravitatoria se transforma en energía cinética de rotación:

$$mg\Delta h = 1/2\ I\ \omega^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \sqrt{\frac{2mg\Delta h}{I}} = \sqrt{\frac{2\bullet 20\bullet 9.81\bullet 0.05}{0.467}} = 6.86 \text{ rad/s}}$$