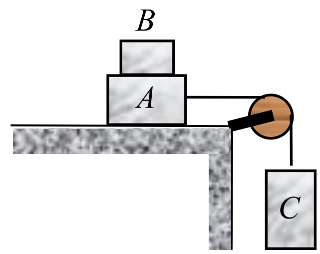
Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2021
Problemas (Dos puntos por problema).

Problema 1: El bloque *B* de masa m_B descansa sobre el *A*, de masa m_A, que a su vez está sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre *A* y *B* es μ_e. Suponemos nulo el coeficiente de rozamiento dinámico entre el bloque *A* y el suelo. Un hilo atado a *A* pasa por una polea, sin masa ni rozamiento, con el bloque *C* colgado en el otro extremo.



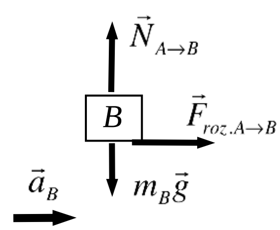
(a) ¿Cuál es la aceleración máxima del sistema que hace que *A* y *B* se muevan juntos cuando el sistema se libera desde el reposo?
(b) ¿Cuál es la tensión de la cuerda en dicho caso?
(c) ¿Qué valor de masa m_C debe tener *C* para producir esta aceleración?
Expresar los resultados en función de m_A, m_B y μ_e.
Problema propuesto por los profesores José Javier Sandonís y Jesús Rodríguez

---

Solución:

a) Cada bloque va a realizar un movimiento rectilíneo. Debemos tomar un sentido positivo de movimiento para cada uno de ellos (como cuando uno tomaba un sistema de referencia para los movimientos unidimensionales). Al final el signo del resultado nos informará del sentido de movimiento. Vamos a tomar en nuestro caso el sentido positivo de movimiento hacia la derecha para *A* y para *B* y hacia abajo para el bloque *C*.

Dibujando el diagrama de fuerzas para el cuerpo *B*:

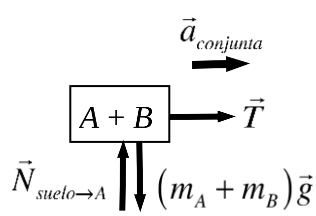


$$\vec{F}_{roz.A\to B} = m_B\vec{a}_B$$

$$\Rightarrow \quad a_{B,máx} = \frac{F_{roz.A\to B,máx}}{m_B} = \frac{\mu_e N_{A\to B}}{m_B} = \frac{\mu_e m_B g}{m_B} = \boxed{\mu_e g}$$

Ésta es la máxima aceleración de *B* y por lo tanto la máxima aceleración conjunta que pueden tener *A* y *B*, y la máxima aceleración descendente para el bloque *C*.

b) Dibujando el diagrama de fuerzas para el conjunto *A* y *B*:



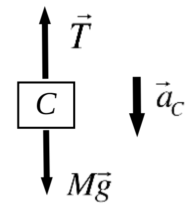
$$\vec{T} = (m_A + m_B)\vec{a}_{conjunta}$$

$$\Rightarrow \quad T_{máx} = (m_A + m_B)a_{\substack{conjunta\\ máxima}} = \boxed{\mu_e(m_A + m_B)g}$$

c) Dibujando el diagrama de fuerzas para el cuerpo C:

$$m_C\vec{g}+\vec{T}=m_C\vec{a}_C \quad \Rightarrow \quad m_C g - T = m_C a_C$$

$$\Rightarrow \quad m_C=\frac{T}{g-a_C} \quad \Rightarrow \quad m_{C\,máx}=\frac{T_{máx}}{g-a_{C,máx}}=\boxed{\left(\frac{\mu_e}{1-\mu_e}\right)\left(m_A+m_B\right)}$$



Problema 2: Una saltadora de 60.0 kg salta de un puente unida a él por una cinta elástica de 10.0 m de largo. Ella llega al punto más bajo de su movimiento a 35.0 m debajo del puente antes de regresar. Su movimiento se puede descomponer en una caída libre de 10.0 m y una segunda parte de 25.0 m de M.A.S.

(a) ¿Durante qué intervalo está ella en caída libre? (0,3 puntos)

(b) Use el principio de conservación de la energía para hallar la constante elástica de la cinta (0,5 puntos)

(c) ¿Cuál es la ubicación del punto de equilibrio donde la fuerza elástica equilibra la fuerza gravitatoria sobre la saltadora? (0,3 puntos)

(d) ¿Cuál es la frecuencia angular de la oscilación? (0,3 puntos)

(e) ¿Qué intervalo de tiempo se requiere para que la cinta se estire 25.0 m durante dicho M.A.S.? (0,6 puntos)

Problema propuesto por los profesores José Javier Sandonís y Jesús Rodríguez

---

Solución:

a) Si tomamos el origen de alturas en la posición del puente, ponemos en ese momento a cero el cronómetro y consideramos que la velocidad vertical inicial era nula, cuando ha descendido a una altura de –10 m tenemos que:

$$y_{\substack{caida\\libre}} = -\frac{1}{2} g t^2_{\substack{caida\\libre}} \quad \Rightarrow \quad t_{\substack{caida\\libre}} = \boxed{1.429\ \text{s}}$$

b) Igualando la energía total del sistema (cinética, pot. gravitatoria y pot elástica) al principio y al final, y llamando *h* a la diferencia de altura entre el puente y el punto más bajo (35 m) y $x_{máx.}$ al máximo alargamiento de la cinta elástica (25 m):

$$\Delta\left(K + U_{grav.} + U_{elást.}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta K + \Delta U_{grav.} + \Delta U_{elást.} = 0$$

$$\Rightarrow \quad 0 - mgh + \frac{1}{2} k x^2_{máx.} = 0 \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2mgh}{x^2_{máx.}} = \boxed{65.86\ \text{N/m}}$$

c) En la situación de equilibrio:

$$F_{elást.} = F_{grav.} \quad \Rightarrow \quad k x_{equil.} = mg \quad \Rightarrow \quad x_{equil.} = \frac{mg}{k} = \boxed{8.93\ \text{m}}$$

Es decir a 18.93 m por debajo del puente.

La parte de M.A.S. que realiza la saltadora tiene una amplitud de $A = x_{máx.} - x_{equil.} = 16.07\ \text{m}$.

d) La frecuencia angular de la oscilación viene dada por: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \boxed{1.048\ \text{rad/s}}$

e) Si ponemos a cero el cronómetro cuando la saltadora se encuentra en el punto más bajo y medimos posiciones respecto a la posición de equilibrio y con sentido positivo hacia abajo, la ecuación del M.A.S. será (téngase en cuenta que en el punto más bajo la distancia a la posición de equilibrio es máxima):

$$y(t) = A\cos(\omega t)$$

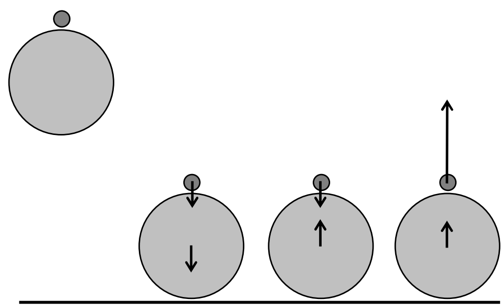
Cuando la cinta empezó a estirarse la saltadora se encontraba a 8.93 m por encima del punto de equilibrio, $y_{inicial} = -8.93\ \mathrm{m}$, y eso ocurrió en el instante:

$$y_{inicial} = A\cos(\omega t_{inicial}) \quad \Rightarrow \quad t_{inicial} = -2.062\ \mathrm{s}$$

con lo que el intervalo de tiempo durante el cual se estiró 25 m la cinta fue: $\boxed{2.062\ \mathrm{s}}$

Problema 3: Una pelota de tenis de $m_{\text{tenis}} = 57.0$ g de masa se sostiene justo encima de un balón de baloncesto de $m_{\text{baloncesto}}$ =590 g de masa. Con sus centros verticalmente alineados, ambos se liberan desde el reposo en el mismo momento, para caer una distancia de h_0 =1.20 m. Encuentre la magnitud de la velocidad hacia abajo con la que el balón llega al suelo.
Suponga una colisión elástica con el suelo que instantáneamente invierte la velocidad del balón mientras la pelota de tenis aún se mueve hacia abajo. A continuación, las dos bolas se encuentran en una colisión elástica. ¿A que altura rebota la pelota de tenis?

Solución:



Las dos pelotas caen juntas desde una altura h_0.

Aplicando la ley de conservación de la energía, sabemos que en el momento de impactar contra el suelo el balón de baloncesto ha adquirido una velocidad $-v_0 = \sqrt{2gh_0}$. Se ha tomado que el eje vertical crece hacia arriba.

La pelota de baloncesto rebota elásticamente contra el suelo, invirtiendo el sentido de su velocidad. Véase el panel central de la figura.

Entonces, la pelota de tenis que aún se mueve hacia abajo con velocidad $-v_0$ choca contra la pelota de baloncesto que se está moviendo hacia arriba con velocidad $+v_0$. Llamemos a las velocidades de las dos pelotas después del choque v_{tenis} y $v_{\text{baloncesto}}$. Por el principio de conservación del momento lineal

$$m_{\text{tenis}}(-v_0) + m_{\text{baloncesto}} v_0 = m_{\text{tenis}} v_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}} v_{\text{baloncesto}}.$$

Además, como la colisión es elástica, se conserva la energía cinética

$$\frac{1}{2} m_{\text{tenis}} v_0^2 + \frac{1}{2} m_{\text{baloncesto}} v_0^2 = \frac{1}{2} m_{\text{tenis}} v_{\text{tenis}}^2 + \frac{1}{2} m_{\text{baloncesto}} v_{\text{baloncesto}}^2$$

Agrupando términos en las dos ecuaciones, linealizando la segunda y dividiendo ambas ecuaciones (ver razonamiento detallado en las transparencias de teoría), llegamos a

$$v_{\text{tenis}} = \left(\frac{m_{\text{tenis}} - m_{\text{baloncesto}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}\right)(-v_0) + \left(\frac{2m_{\text{baloncesto}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}\right)v_0 = \frac{3m_{\text{baloncesto}} - m_{\text{tenis}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}v_0,$$

$$v_{\text{baloncesto}} = \left(\frac{m_{\text{baloncesto}} - m_{\text{tenis}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}\right)v_0 + \left(\frac{2m_{\text{tenis}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}\right)(-v_0) = \frac{3m_{\text{baloncesto}} - 3m_{\text{tenis}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}v_0.$$

Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica tras el choque, podemos calcular la altura a la cual rebota la pelota de tenis

$$h = \frac{v_{\text{tenis}}^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{3m_{\text{baloncesto}} - m_{\text{tenis}}}{m_{\text{tenis}} + m_{\text{baloncesto}}}\right)^2 v_0^2.$$