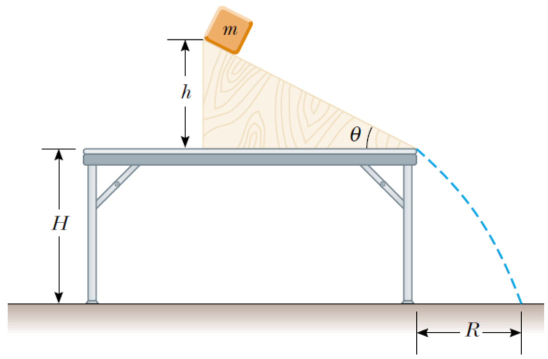
Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2020
Problemas (Dos puntos por problema).

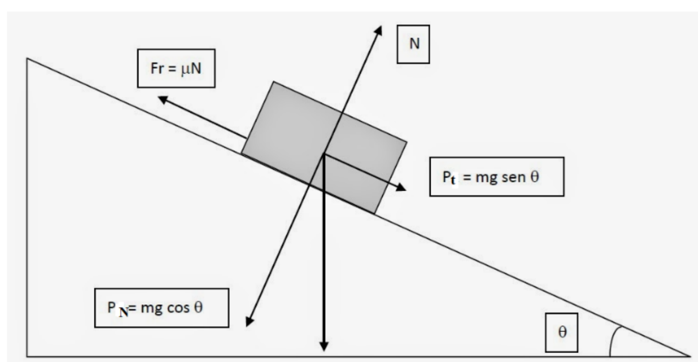
Problema 1: Un bloque de masa m=2 kg se suelta desde el reposo en h=0,5 m en lo alto de un plano inclinado de θ=30º como se muestra la figura. El plano inclinado es rugoso con un coeficiente de rozamiento μ=0,1 y está fijo sobre una mesa de altura H=2 m. (a) ¿Qué movimientos realiza el bloque desde que se suelta hasta que impacta en el suelo? (0,2 puntos) (b) Calcular la aceleración del bloque cuando se desliza por el plano inclinado (0,5 puntos) (c) Calcular las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el instante de abandonar el plano. (0,5 puntos) (d) ¿A qué distancia de la mesa caerá el bloque al suelo? (0,5 puntos) (e) ¿Cuánto tiempo transcurre desde que se suelta el bloque hasta que impacta en el suelo? (0,2 puntos) (f) ¿Qué ocurre si aumentamos la masa del bloque? ¿Y si la disminuimos? (0,1 puntos).



Solución:

(a) En el plano inclinado describe un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, cuya aceleración la podemos obtener aplicando la segunda ley de Newton al bloque. Cuando abandona el plano realiza un movimiento parabólico hasta impactar con el suelo.

(b) El bloque se desliza bajo la acción de las fuerzas de la figura, aplicando la ley de Newton:



$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \quad P_t - F_r = ma \quad N - P_N = 0$$

$$como \quad F_r = \mu N = \mu P_N$$

$$P_t - \mu P_N = ma$$

$$mgsen\theta - \mu mg\cos\theta = ma$$

$$a = g(sen\theta - \mu\cos\theta) = 4{,}05 m/s^2$$

(c) Cuando llega al final del plano la distancia recorrida es de $e = \dfrac{h}{sen30} = 1m$

Aplicando las ecuaciones del movimiento

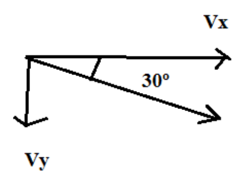
$v = at$

$e = \dfrac{1}{2}at^2$

Sustituyendo datos obtenemos el módulo de la velocidad al final del plano inclinado y el tiempo invertido.

v= 2,84m/s y t= 0,7 s

La velocidad del bloque forma un ángulo de 30º por debajo de la horizontal por tanto sus componentes horizontal y vertical serán:



V_x= vcos30= 2,46 m/s

V_y= - vsen30= -1,42 m/s

(d) Aplicamos las ecuaciones del movimiento parabólico, tomando el origen del sistema de referencia el punto en el que el bloque abandona el plano.

$x = V_x t$

$y = V_y t - \dfrac{1}{2}gt^2$

Sabemos V_x V_y y= - 2m cuando llega al suelo. Podemos calcular la distancia x=R y el tiempo de vuelo

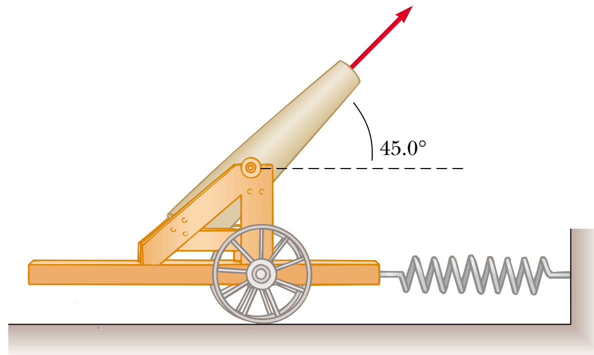
R= 1,25 m y t=0,51 s

(e) El tiempo total será la suma de los dos anteriores

t= 0,7+0,5 =1,2 s

(f) La masa no influye en ninguno de los cálculos realizados, por tanto da igual aumentar o disminuir la masa.

Problema 2: Un cañón está rígidamente unido a un carro, que se puede mover sin rozamiento a lo largo de rieles horizontales, pero está conectado a un poste por medio de un gran muelle, inicialmente sin estirar y con una contante recuperadora k = 2,00 ×10^4 N/m. El cañón dispara un proyectil de 200 kg, con un módulo de velocidad inicial de 125 m/s dirigido 45º sobre la horizontal.



(a) Si la masa del cañón y su carro es de 5000 kg, encuentre la velocidad de retroceso del cañón. (0,5 puntos).
(b) Determine la compresión máxima del resorte. (0,5 puntos).
(c) Encuentre la fuerza máxima que el muelle ejerce sobre el carro. (0,5 puntos).
(d) Considere el sistema formado por el cañón, carro y obús ¿Se conserva el momento lineal del sistema durante el disparo? ¿Por qué? (0,5 puntos).

(Problema extraído del Serway, Raymod A. Serway y John W. Jewett, Jr. Cengage Learning , ISBN 978-970-686-822-0. Séptima edición).

Solución:

(a) Justo en el instante del disparo, sobre el sistema compuesto por el cañón, el carro y el obús no actúa ninguna fuerza externa a lo largo de la dirección horizontal (que denotaremos por x), por lo que el momento lineal en esa dirección entre los instantes justo antes y justo después del disparo se conserva,

$$p_{xf} = p_{xi} \qquad \Rightarrow \qquad m_{\text{obús}} v_{\text{obús}} \cos 45^{\circ} + m_{\text{cañón-carro}} v_{\text{cañón-carro}}^{\text{retroceso}} = 0,$$

$$v_{\text{cañón-carro}}^{\text{retroceso}} = -\frac{m_{\text{obús}} v_{\text{obús}} \cos 45^{\circ}}{m_{\text{cañón-carro}}} = -3.54 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

(b) Usando la ley de conservación de la energía para el sistema compuesto por el cañón, el carro, y el muelle entre el instante justo después del disparo y el instante en el cuál el cañón se ha detenido (muelle en máxima compresión), obtenemos

$$K_{\mathrm{f}} + U_{\text{pot. gravitatoria,f}} + U_{\text{pot.elástica,f}} = K_{\mathrm{i}} + U_{\text{pot. gravitatoria,i}} + U_{\text{pot.elástica,i}},$$

$$0 + 0 + \frac{1}{2} k x_{\max}^{2} = \frac{1}{2} m_{\text{cañón-carro}} \left(v_{\text{cañón-carro}}^{\text{retroceso}} \right)^{2} + 0 + 0,$$

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{m_{\text{cañón-carro}} \left(v_{\text{cañón-carro}}^{\text{retroceso}} \right)^{2}}{k}} = 1.77\ m.$$

(c) La fuerza máxima que el muelle ejerce sobre el carro vendrá dada precisamente para esa posición, y su módulo tomará el valor determinado por la ley de Hooke

$$\left| F_{s,\max} \right| = k x_{\max} = 3.54 \times 10^{4}\,\mathrm{N}.$$

La dirección será a lo largo del eje x, con sentido negativo.

(d) En el sistema formado por el cañón, el carro y el obús no se conserva el momento lineal total durante el disparo. Recordemos que el momento lineal es un vector y tendrá por tanto dos componentes. A lo largo de la dirección vertical sobre el sistema está actuando una fuerza externa: la normal que está ejerciendo el suelo y que previene de un hundimiento por parte del cañón. <u>Por lo tanto, el momento no se conserva en la dirección vertical.</u>

El muelle no tiene tiempo de comprimirse durante el disparo. Por lo tanto, no hay fuerza externa en la dirección horizontal sobre el sistema formado por el cañón, el carro y el obús entre los instantes justamente anterior y posterior al disparo. Por ello, <u>el momento lineal sí se conserva en la dirección horizontal</u>, como se ha aplicado en el apartado (a).

Problema 3: Una rueda cuyo eje tiene un radio de 4 cm y es horizontal, se hace girar por la acción de un peso suspendido de una cuerda arrollada al eje. El peso necesario en la cuerda para vencer el rozamiento es p = 100 g. Se agregan 175 g más y el peso total, p = 275 g, cae verticalmente una altura h = 3,6 m en t = 15 s. Hallar:

(a) el momento de inercia de la rueda (0,75 puntos)

(b) el radio de giro (0,75 puntos)

(c) su energía cinética cuando gira a 120 revoluciones por minuto (0,5 puntos).

Suponer la masa del eje despreciable y la de la rueda igual a 10 kg

Solución:

(a) Podemos conocer la aceleración lineal del peso a partir de la distancia caída y del tiempo tardado en recorrerla. Tomaremos el eje y con sentido positivo hacia abajo, y el origen de coordenadas en la posición inicial del peso. Como se trata de un movimiento rectilíneo y uniforme y el peso parte desde el reposo,

$$h = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \times 3.6\ \text{m}}{(15\ \text{s})^2} = 0.032 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Como sabemos el radio del eje al que está enrollado el peso, podemos conocer la aceleración angular de un punto del perímetro

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{0.032\ \text{m/s}^2}{0.04\ \text{m}} = 0.8\ \text{s}^{-2}.$$

Por la segunda ley de Newton de las rotaciones sabemos que

$$\sum \tau_{\text{ext}} = I\alpha.$$

De las fuerzas externas, el peso de la rueda no produce momento alguno puesto que se supone aplicado en el centro de masas, localizado en el eje. La fuerza de rozamiento produce un momento que cancela con el momento producido por el peso de los primeros 100 g. Por lo tanto, el único momento externo que queda es el producido por los 175 g extras. Como el peso está aplicado en el perímetro del eje, de 0.04 m de radio, y en ese punto el peso y el radio son perpendiculares entre sí,

$$I = \frac{\sum \tau_{\text{ext}}}{\alpha} = \frac{0.175\ \text{kg} \times 9.81\ \text{m/s}^2 \times 0.04\ \text{m}}{0.8\ \text{s}^{-2}} = 85.84 \times 10^{-3}\ \text{kg} \times \text{m}^2.$$

(b) El radio de giro se define como la distancia a la que tendríamos que colocar toda la masa del cuerpo (suponiendo que está concentrada en un único punto) para obtener el mismo momento de inercia.

$$I = MK^2 \quad \Rightarrow \quad K = \sqrt{\frac{I}{M}} = \sqrt{\frac{85.84 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg} \times \mathrm{m}^2}{10\ \mathrm{kg}}} = 0.0926\ \mathrm{m} = 9{,}26\ \mathrm{cm}.$$

(c)La energía cinética de rotación vendrá dada por

$$E_{cin} = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(85.84\,\mathrm{kg} \times \mathrm{m}^2\right) \times \left(\frac{120 \times 2\pi}{60}\ \mathrm{rad/s}\right)^2 = 6.78\ \mathrm{J}.$$