Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2020
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: Siendo $\vec{A} = (2y+3)\vec{\imath} + xz\,\vec{\jmath} + (yz-x)\,\vec{k}$ hallar $\int_C \vec{A}\cdot d\vec{r}$ a lo largo de la trayectoria C: $x = 2t^2, y = t, z = t^3$ desde $t = 0$ hasta $t = 1$
Problema propuesto en el final de Enero de 2020

Solución:

Independientemente de cual sea la trayectoria seguida, tendremos que:

$$\int_C \vec{A}\cdot d\vec{r} = \int_C \left[(2y+3)\vec{\imath} + xz\,\vec{\jmath} + (yz-x)\,\vec{k}\right]\cdot\left(dx\,\vec{\imath} + dy\,\vec{\jmath} + dz\,\vec{k}\right) =$$
$$\int_C [(2y+3)dx + xz\,dy + (yz-x)\,dz] \qquad (1)$$

Para cada caso en particular:

$$x = 2t^2, \qquad dx = 4t\,dt$$
$$y = t, \qquad dy = dt$$
$$z = t^3, \qquad dz = 3t^2 dt$$

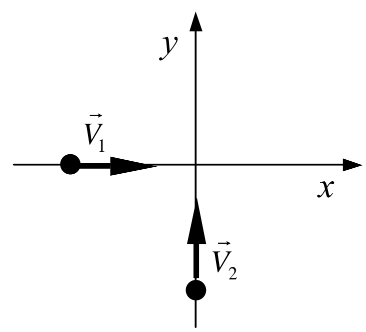
Sustituyendo en (1):

$$\int_C \vec{A}\cdot d\vec{r} = \int_0^1 [(2t+3)4t\,dt + 2t^2t^3\,dt + (tt^3 - 2t^2)\,3t^2dt] = \frac{288}{35}$$

La circulación de un campo vectorial a lo largo de una trayectoria es un escalar. Dar como resultado un vector es un error grave que anula por completo el ejercicio.

Cuestión 2: Las partículas 1 y 2 se mueven con velocidades constantes v_1 y v_2 por dos líneas rectas, mutuamente perpendiculares, hasta su punto de intersección O. En el momento $t_0 = 0$ las partículas se encontraban a las distancias l_1 y l_2 de O. ¿Al cabo de qué tiempo la distancia entre las partículas resultará ser mínima? ¿Cuál será dicha distancia?

Solución:



Teniendo en cuenta las condiciones que nos dan en el enunciado, los vectores de posición de las dos partículas serán:

$$\vec{r}_1 = (-l_1 + v_1 t)\,\hat{i} \quad , \quad \vec{r}_2 = (-l_2 + v_2 t)\,\hat{j}$$

La distancia entre las partículas será.

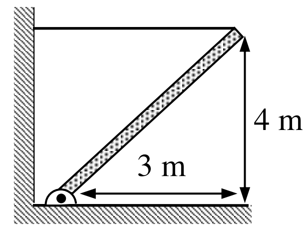
$$l(t) = r_{21} = |\vec{r}_{21}| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \sqrt{(-l_1 + v_1 t)^2 + (-l_2 + v_2 t)^2}$$

La distancia será mínima cuando:

$$\left.\frac{dl}{dt}\right|_{t = t_{mín.}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \ldots \quad t_{mín.} = \frac{l_1 v_1 + l_2 v_2}{v_1^2 + v_2^2}$$

$$\Rightarrow \quad l_{mín.} = l(t_{mín.}) = \ldots = \boxed{\frac{|l_1 v_2 - l_2 v_1|}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}}$$

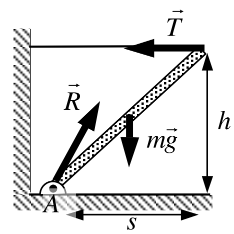
Cuestión 3: Una barra uniforme de 5 m de longitud y una masa total de 150 kg se une al suelo mediante una articulación mientras se sujeta por un cable horizontal, como se muestra en la figura.



(a) Cuál es la tensión del cable? (0,4 puntos)
(b) ¿Cuál es la aceleración angular de la barra en el instante en que se suelta el cable? (0,3 punto)
(c) ¿Cuál es la velocidad angular de la barra cuando llega a la posición horizontal? (0,3 puntos)
Nota 1: El momento de inercia de una varilla homogénea con respecto a un eje que pasa por su extremo es $I = \frac{1}{3}Ml^2$.

Solución:

a) Dibujando todas las fuerzas y planteando las ecuaciones de la estática:



$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} R_y - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_y = mg \\ R_x - T = 0 \quad \Rightarrow \quad R_x = T \end{cases}$$

$$\sum_i \vec{\tau}_i^{\,A} = 0 \quad \Rightarrow \quad mg\left(\frac{s}{2}\right) - Th = 0$$

$$\Rightarrow \quad T = mg\left(\frac{s}{2h}\right) = \boxed{\frac{3}{8}mg = 551.25\ \text{N}}$$

b) Si escogemos como sentido positivo de giro el horario, planteando la segunda ley de Newton para la rotación (la única fuerza que produce momento de fuerzas respecto a A es el peso):

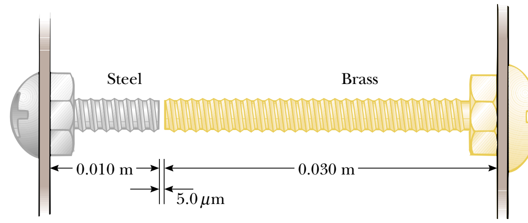
$$mg\left(\frac{s}{2}\right) = I_A\alpha \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{1}{2}\frac{mgs}{I_A} = \frac{1}{2}\frac{mgs}{\left(\frac{1}{3}ml^2\right)} = \boxed{\frac{3}{2}\frac{s}{l^2}g = 1.764\ \text{rad}/\text{s}^2}$$

c) La única fuerza externa que realiza trabajo durante la rotación de la barra es el peso. Como es una fuerza conservativa podemos aplicar la conservación de la energía:

$$E_{inicial} = E_{final} \quad \Rightarrow \quad mg\left(\frac{h}{2}\right) = \frac{1}{2}I_A\omega^2$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{mgh}{I_A}} = \sqrt{\frac{mgh}{\frac{1}{3}ml^2}} = \boxed{\frac{\sqrt{3gh}}{l} = 2.17\ \text{rad}/\text{s}}$$

Cuestión 4: Un dispositivo electrónico ha sido diseñado de manera muy deficiente, de tal forma que dos tornillos anclados a diferentes partes del dispositivo casi se tocan en su interior, como indica la figura. Los tornillos, de acero (Steel) y cobre (brass), están a diferente potencial eléctrico y, si se tocan, se produciría un corto-circuito que dañaría el dispositivo. Si la distancia inicial entre los dos tornillos es de 5,0 μm a 27°C, ¿a qué temperatura se tocarán los tornillos?



Nota: el coeficiente de dilatación térmica del acero es de $\alpha_{\text{acero}} = 11 \times 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}$, y el del cobre $\alpha_{\text{cobre}} = 19 \times 10^{-6}\ °\text{C}^{-1}$

Problema extraido del Serway, "Física para Ciencias e Ingeniería", vol. 1. 6ª edición. Thomson 2005

Solución:

Podemos conceptualizar la situación imaginando los dos extremos de los tornillos expandiéndose en la zona de separación según aumentamos la temperatura. Categorizamos este fenómeno como un problema de expansión térmica, en el cual la suma de los cambios de longitud de los dos tornillos debe ser igual a la longitud de la distancia inicial entre sus extremos. Para analizar el problema, escribimos esta condición matemáticamente

$$\Delta L_{\text{cobre}} + \Delta L_{\text{acero}} = \alpha_{\text{cobre}} L_{i,\text{cobre}} \Delta T + \alpha_{\text{acero}} L_{i,\text{acero}} \Delta T = 5{,}0 \times 10^{-6}\ \text{m}.$$

Despejando ΔT,

$$\Delta \text{T} = \frac{5{,}0 \times 10^{-6}\ \text{m}}{\alpha_{\text{cobre}} L_{i,\text{cobre}} + \alpha_{\text{acero}} L_{i,\text{acero}}} = 7{,}4°\text{C}.$$

De esta manera, la temperatura a la cual los dos tornillos se tocarán será

$$T = 27°\text{C} + 7{,}4°\text{C} = 34{,}4°\text{C}.$$

Habría que tener cuidado, ya que esta es una temperatura que se puede alcanzar fácilmente si el aire acondicionado se estropea o si estamos en un caluroso día de verano.