**Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química**
**Examen final. Enero de 2019**
**Cuestiones (Un punto por cuestión).**

**Cuestión 1: La órbita de la Luna respecto a la Tierra es aproximadamente circular, con un radio promedio de $3,84 \times 10^8$ m. A la Luna le toma 27,3 días para completar una revolución alrededor de la Tierra. Encuentre (a) la rapidez orbital media de la Luna (0,5 puntos) y (b) su aceleración centrípeta (0,5 puntos).**

**Solución:**

(a) Como la órbita de la Luna puede considerarse como circular, sabemos que recorre una distancia igual a la circunferencia de radio $R = 3{,}84 \times 10^8$ m en un periodo de $T =$ 27,3 días. Por lo tanto, podemos calular la celeridad (o rapidez) media como

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \times 3{,}84 \times 10^8 \mathrm{m}}{27{,}3\ \text{días} \times \frac{24\ \text{horas}}{1\ \text{día}} \times \frac{3600\ \mathrm{s}}{1\ \text{hora}}} = 1022.9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

(b) En un movimiento circular uniforme, la aceleración centrípeta viene dada por

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{(1022.9\ \mathrm{m/s})^2}{3.84 \times 10^8 \mathrm{m}} = 2.72 \times 10^{-3}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

**Cuestión 2: La ecuación vectorial de la posición de una partícula como función del tiempo respecto de un determinado sistema de referencia inercial S, viene dada en el SI por** $\vec{r} = \left(3t - t^2\right)\vec{i} + \left(4t - 1\right)\vec{j} - \left(3t^2 - 2\right)\vec{k}$**. Un segundo sistema de referencia S' se mueve respecto del primero con movimiento de traslación pura y velocidad** $\vec{v} = -1\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ (m/s)**, coincidiendo con S en t=0. Determinar la velocidad y la aceleración descritas desde el sistema S'.**

**Problema extraído del libro de S. Burbano de Ercilla et al., Problemas de Física, 27ª Edición, Editorial Tébar.**

**Solución:**

La velocidad y la aceleración de la partícula vista desde el sistema S son

$$\vec{v} = (3 - 2t)\vec{\imath} + 4\vec{\jmath} - 6t\,\overrightarrow{k},$$
$$\vec{a} = -2\vec{\imath} + 6\vec{k}.$$

Como

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{V}t,$$

entonces

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{V}t = (4t - t^2)\vec{\imath} + (t - 1)\vec{\jmath} - (3t^2 + 2t - 2)\vec{k}$$

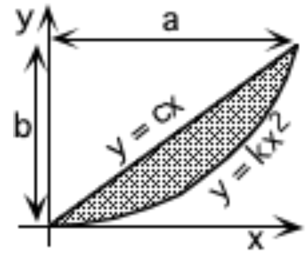
Si derivamos con respecto del tiempo, obtenemos $\vec{v}\,'$ y $\vec{a}\,'$,

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{V} = (4 - 2t)\vec{\imath} + \vec{\jmath} - (6t + 2)\vec{k},$$
$$\vec{a}\,' = \vec{a} = -2\vec{\imath} - 6\vec{k}.$$

Todas las magnitudes están medidas en el Sistema internacional.

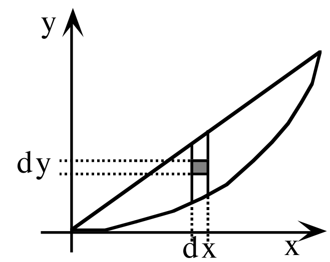
**Cuestión 3: Determinar el centro de gravedad de las placa de la figura en función de a y de b.**

**Problema propuesto por el Prof. Jesús Rodríguez**




**Solución:**

Recordando la definición de centro de masas de una superficie homogénea $x_{CM} = \dfrac{\int x \, da}{\int da}$ y teniendo en cuenta que $da = dx \, dy$, donde este diferencial de área se integra en el área sombreada delimitada por una recta y una parábola de coeficientes $c = b/a$ y $k = b/a$ respectivamente, llegamos a la ecuación de partida:




$$\boxed{x_{CM}} = \frac{\iint x\,dx\,dy}{\iint dx\,dy} = \frac{\int_0^a x\,dx \int_{kx^2}^{cx} dy}{\int_0^a dx \int_{kx^2}^{cx} dy} = \frac{\int_0^a x\,dx \Big[y\Big]_{kx^2}^{cx}}{\int_0^a dx \Big[y\Big]_{kx^2}^{cx}} = \frac{\int_0^a x\,dx\,(cx - kx^2)}{\int_0^a dx(cx - kx^2)} =$$

donde primero hemos integrado dy entre la parábola ($kx^2$) y la recta ($cx$) y posteriormente integraremos la variable x entre o y a.

$$= \frac{\int_0^a (cx^2 - kx^3)\,dx}{\int_0^a (cx - kx^2)\,dx} = \frac{\left[c\dfrac{x^3}{3}\right]_0^a - \left[k\dfrac{x^4}{4}\right]_0^a}{\left[c\dfrac{x^2}{2}\right]_0^a - \left[k\dfrac{x^3}{3}\right]_0^a} = \frac{c\dfrac{a^3}{3} - k\dfrac{a^4}{4}}{c\dfrac{a^2}{2} - k\dfrac{a^3}{3}} = \frac{\dfrac{b}{a}\dfrac{a^3}{3} - \dfrac{b}{a^2}\dfrac{a^4}{4}}{\dfrac{b}{a}\dfrac{a^2}{2} - \dfrac{b}{a^2}\dfrac{a^3}{3}} =$$

$$= \frac{ba^2\left(\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{4}\right)}{ba\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3}\right)} = \frac{\dfrac{1}{12}ba^2}{\dfrac{1}{6}ba} = \boxed{\frac{1}{2}a}$$

Procediendo de forma análoga para la coordenada y:

$$\boxed{y_{CM}} = \frac{\iint y\,dx\,dy}{\iint dx\,dy} = \frac{\int_0^a dx \int_{kx^2}^{cx} y\,dy}{\int_0^a dx \int_{kx^2}^{cx} dy} = \frac{\int_0^a dx \left[\frac{y^2}{2}\right]_{kx^2}^{cx}}{\int_0^a dx \left[y\right]_{kx^2}^{cx}} = \frac{\int_0^a dx\ \frac{(c^2x^2 - k^2x^4)}{2}}{\int_0^a dx(cx - kx^2)} =$$

$$= \frac{\left[\frac{c^2}{2}\frac{x^3}{3}\right]_0^a - \left[\frac{k^2}{2}\frac{x^5}{5}\right]_0^a}{\left[c\frac{x^2}{2}\right]_0^a - \left[k\frac{x^3}{3}\right]_0^a} = \frac{\frac{c^2}{2}\frac{a^3}{3} - \frac{k^2}{2}\frac{a^5}{5}}{c\frac{a^2}{2} - k\frac{a^3}{3}} = \frac{\frac{b^2}{\cancel{a^2}\,2}\ \frac{a^3}{3} - \frac{b^2}{\cancel{a4}\,2}\ \frac{a^5}{5}}{\frac{b}{a}\frac{a^2}{2} - \frac{b}{a^2}\frac{a^3}{3}} =$$

$$= \frac{b^2a\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{10}\right)}{ba\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\frac{2}{30}b^2a}{\frac{1}{6}ba} = \frac{6}{15}\,b = \boxed{0.4\ b}$$

**Cuestión 4: Un sistema consiste en 3 kg de agua. Sobre él se realiza un trabajo de 25 kJ agitándolo con una rueda de paletas. Durante ese tiempo, 15 kcal de calor se escapan del sistema debido a un deficiente aislamiento. ¿Cuál es la variación de la energía interna del Sistema?**
**Nota: 1 cal = 4,18 J**

**Problema extraído del Tipler-Mosca, Física, 6a Edición, Editorial Reverté**

**Solución:**

Expresaremos todas las energía en Julios y aplicaremos el primer principio de la Termodinámica, que nos dice que

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W,$$

donde $\Delta E_{\text{int}}$ es la variación de la energía interna y $Q$ y $W$ son, respectivamente el calor y el trabajo que han traspasado las fronteras del sistema.

El calor se extrae del sistema; por tanto el calor añadido es negativo

$$Q = -15\ \text{kcal} = (-15\ \text{kcal})\left(\frac{4{,}18\ \text{kJ}}{1\ \text{kcal}}\right) = -62{,}7\ \text{kJ}.$$

El trabajo realizado sobre el sistema es positivo,

$$W = +25\ \text{kJ}.$$

Por lo tanto la variación de la energía interna será

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W = (-62{,}7\ \text{kJ}) + (+25\ \text{kJ}) = -37{,}7\ \text{kJ}.$$

La pérdida de calor es mayor que el trabajo ganado y, por lo tanto, la variación de la energía interna es negativa.