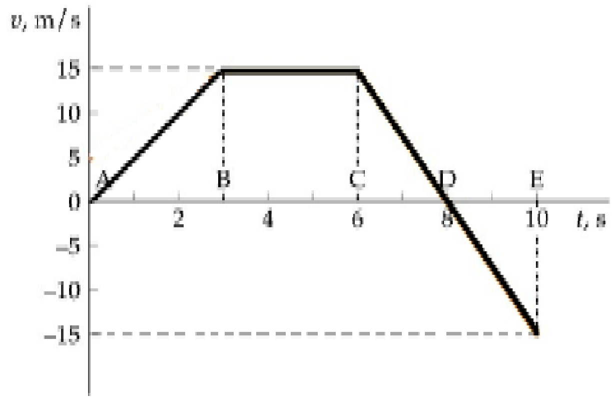
Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2018
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: El movimiento unidimensional de una partícula viene representado en la gráfica adjunta. Representar las aceleraciones (0,5 puntos) y el desplazamiento (0,5 puntos) de la partícula en función del tiempo.



Solución:

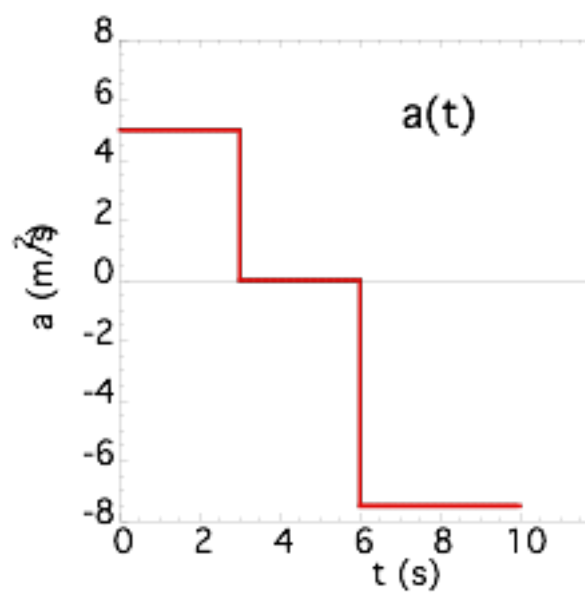
a) En el tramo AB, la velocidad crece linealmente, por lo que el movimiento es uniformemente acelerado:

$$\boxed{a_{AB}} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{15}{3} \boxed{= 5 \text{ m/s}^2}$$

En el tramo BC la velocidad es constante, por lo que la aceleración vale 0: $\boxed{a_{BC} = 0 \text{ m/s}^2}$

Finalmente en el tramo CE la velocidad disminuye de forma lineal, por lo que el movimiento es uniformemente decelerado:

$$\boxed{a_{CE}} = \frac{v_C - v_E}{t_C - t_E} = \frac{-30}{4} \boxed{= -7.5 \text{ m/s}^2}$$

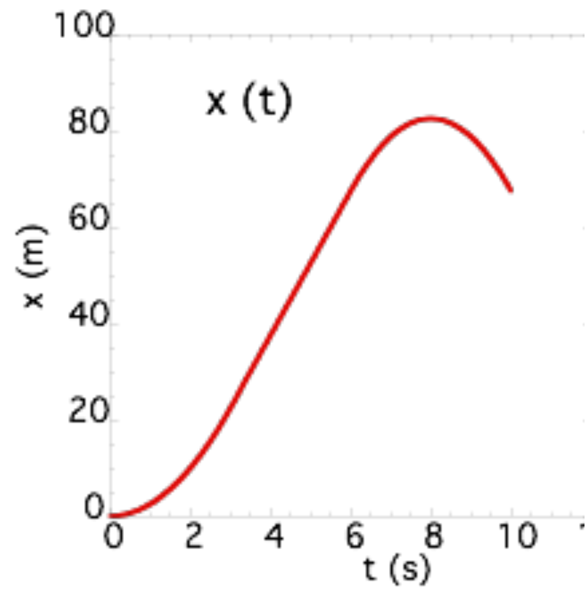


b) En el tramo AB

$\boxed{x_{AB}} = x_A + v_A\,(t - t_A) + ½\, a_{AB}\,(t - t_A)^2 =$

$0 + 0 + ½\; 5\; t^2 = \boxed{2.5\; t^2 \text{ m}}$

para $t_B = 3$ s $\boxed{x_B = 22.5 \text{ m}}$



En el tramo BC,

$\boxed{x_{BC}} = x_B + v_{BC}\,(t - t_B) = \boxed{22.5 + 15\,(t - 3) \text{ m}}$

Para $t_C = 6$ s, $\boxed{x_C} = 22.5 + 15\,(6\text{-}3) = \boxed{67.5 \text{ m}}$

En el tramo CE

$\boxed{x_{CE}} = x_C + v_C\,(t - t_C) + ½\, a_{CE}\,(t - t_C)^2 =$

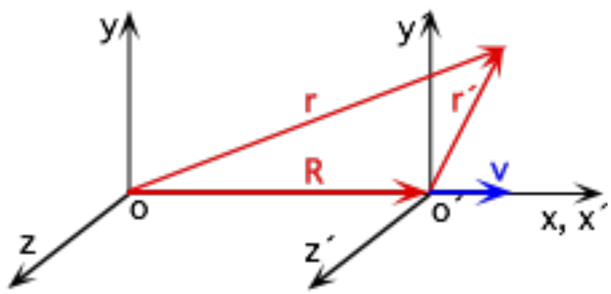
$\boxed{67.5 + 15\,(t\text{-}6) + ½\,(\text{-}7.5)\,(t - 6)^2 \text{ m}}$

Cuestión 2: a) Relación entre las coordenadas espaciales, velocidades y aceleraciones en el movimiento relativo de traslación uniforme (Transformaciones Galileanas) (0,6 puntos).
b) ¿Cuándo no se pueden utilizar estas trasformaciones, y hay que utilizar las de Lorentz? Da una idea de porqué. (0,4 puntos)

Solución:

Supongamos que tenemos dos sistemas de referencia con los ejes paralelos y uno moviéndose respecto al otro a lo largo de la dirección x con una velocidad : $\mathbf{v} = v\mathbf{i}$

Supongamos también que para t = 0 el origen de coordenadas de ambos sistemas o y o´ coinciden.



En un cierto instante de tiempo la separación entre los dos orígenes será
$\mathbf{R} = \mathbf{oo'} = \mathbf{v}t = vt\,\mathbf{i}$

La posición de una partícula respecto al sistema o viene descrita por un vector de posición **r**, mientras que respecto al sistema o´ el vector de posición será **r´.**

La relación entre los vectores de posición en ambos sistemas es

$$\boxed{\mathbf{r} = \mathbf{R} + \mathbf{r}'} \Rightarrow \begin{cases} x = vt + x' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

Solo es diferente la coordenada x. Derivando la relación vectorial de las posiciones:

$$\mathbf{V} = d\mathbf{r}/dt = d\mathbf{R}/dt + d\mathbf{r}'/dt = \mathbf{v} + \mathbf{V}' \Rightarrow \begin{cases} Vx = v + V'x \\ Vy = V'y \\ Vz = V'z \end{cases}$$

Solo es diferente la componente x de la velocidad. Derivando la relación vectorial de las velocidades:

$$\mathbf{a} = d\mathbf{V}/dt = d\mathbf{v}/dt + d\mathbf{V}'/dt$$

Pero al ser un movimiento de traslación uniforme: $d\mathbf{v}/dt = 0$ y $d\mathbf{V}'/dt = \mathbf{a}'$ por lo que
$\boxed{\mathbf{a} = \mathbf{a}'}$

Este es un resultado muy importante, ya que la aceleración es un invariante en los sistemas que se mueven con velocidades uniformes unos respecto de otros (sistemas inerciales).

Las transformaciones de Galileo dejan de ser validas cuando las velocidades entre los sistemas de referencia se acercan a la velocidad de la luz. En ese caso tenemos que utilizar las transformaciones de Lorentz. La razón está en que la luz tiene que llevar la misma velocidad para los dos sistemas de referencia, y esto solo se cumple si aplicamos las transformaciones de Lorentz.

Para velocidades de desplazamiento entre sistemas pequeñas ($v \ll c$) aunque apliquemos las transformaciones de Galileo, la luz lleva prácticamente la misma velocidad c para los dos sistemas. Sin embargo, si v tiende a c, al aplicar las transformaciones de Galileo, encontraríamos claramente diferentes velocidades para la luz en los dos sistemas y ello nos obliga a utilizar Lorentz.

Cuestión 3: Un cuerpo oscila con MAS a lo largo del eje *x*. Su posición viene dada por: $x = 4\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ **donde todas las magnitudes están medidas en el S.I. Calcular:**

a) La velocidad y la aceleración en cualquier instante *t* (0,5 puntos).
b) La amplitud, la frecuencia y el periodo del movimiento (0,5 puntos).

Solución:

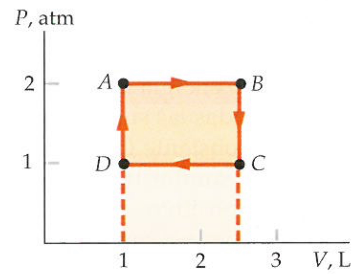
a) La velocidad y la aceleración las calculamos derivando la posición:

$$\boxed{v = \frac{dx}{dt}} = \boxed{-4\pi \operatorname{sen}\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)} \qquad \boxed{a = \frac{dv}{dt}} = \boxed{-4\pi^2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)}$$

b) Teniendo en cuenta que $x = A\cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \delta\right) = A\cos(2\pi \nu t + \delta)$, comparamos con la ecuación del movimiento, obteniendo:

$$\boxed{\begin{array}{l} A = 4 \text{ m} \\ T = 2 \text{ segundos} \\ \nu = 0.5 \text{ Hz} \end{array}}$$

Cuestión 4: Un gas ideal experimenta un proceso cíclico A-B-C-D-A, como indica la Figura. El gas inicialmente tiene un volume de 1 l y una presión de 2 atm, y se expansiona a presión constante hasta que su volumen es de 2,5 l, después de lo cual se enfría a volume constante hasta que su presión es 1 atm. Entonces se comprime a presión constante hasta que su volumen es de nuevo 1 l. Finalmante, se calienta a volumen constante hasta volver a su estado original. Determinar el trabajo total realizado sobre el gas y el calor total añadido durante el ciclo.

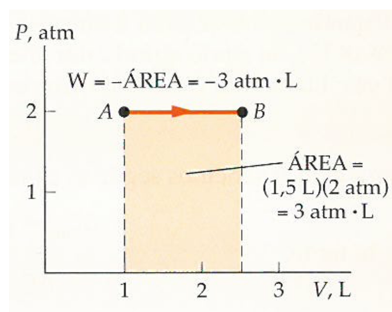


Nota: 1 atm l = 101,3 J

Problema extraído del Tipler-Mosca, Física, 6a Edición, Editorial Reverté

Solución:

De A a B, el proceso es una expansión isóbara (la presión es constante), de modo que el trabajo realizado sobre el gas es negativo. El trabajo realizado sobre el gas es igual al área sombreada bajo la recta AB de la Figura, cambiada de signo



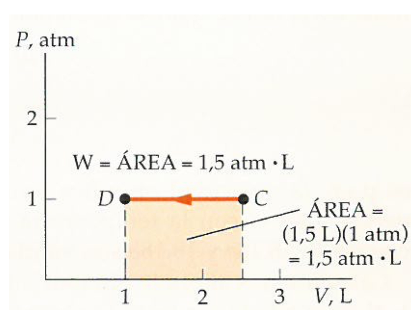
$$W_{\mathrm{AB}} = -P\Delta V = -P(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}}) = -(2{,}0\ \mathrm{atm})\times(2{,}5\ \mathrm{l} - 1{,}0\ \mathrm{l}) = -3{,}00\ \mathrm{atm\ l}.$$

Podemos convertir estas unidades de trabajo a Julios

$$W_{\mathrm{AB}} = 3{,}00\ \mathrm{atm\ l}\times\frac{101{,}3\ \mathrm{J}}{1\mathrm{atm\ l}} = -304\ \mathrm{J}.$$

De B a C, el gas se enfría a volumen constant y el trabajo es cero, $W_{\mathrm{BC}} = 0$.

Como el gas experimenta una compresión isóbara de C a D, el trabajo realizado sobre é les positive y viene dada por el área bajo la línea CD mostrada en la Figura.



$$W_{\mathrm{CD}} = -P\Delta V = -P(V_{\mathrm{D}} - V_{\mathrm{C}}) = -(1{,}0\ \mathrm{atm})\times(1{,}0\ \mathrm{l} - 2{,}5\ \mathrm{l}) = 1{,}50\ \mathrm{atm\ l}{=}152\ \mathrm{J}.$$

Dado que al volver a su estado original A, el gas se calienta a volumen constant, no se realiza trabajo en este proceso,

$$W_{\mathrm{DA}} = 0.$$

El trabajo total realizado sobre el gas es la suma de los trabajos realizados en cada uno de los pasos,

$$W_{\mathrm{total}} = W_{\mathrm{AB}} + W_{\mathrm{BC}} + W_{\mathrm{CD}} + W_{\mathrm{DA}} = -304\ \mathrm{J} + 0 + 152\ \mathrm{J} + 0 = -152\ \mathrm{J}.$$

Dado que el gas vuelve a su estado inicial, el cambio total en la energía interna es cero,

$$\Delta E_{\mathrm{int}} = 0.$$

La cantidad de calor transferida al gas se deduce del primer principio de la termodinámica,

$$\Delta E_{\mathrm{int}} = Q + W,$$

de donde

$$Q = \Delta E_{\mathrm{int}} - W = 0 - (-152\ \mathrm{J}) = 152\ \mathrm{J}.$$