Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Examen final. Enero de 2015
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: Un punto material de masa m inicialmente en el origen de coordenadas, se mueve con una velocidad inicial $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$. Si se le somete a una fuerza $\vec{F} = -F_0\vec{i} + F_0\vec{j}$, determinar la trayectoria del punto $\vec{r}(t)$ para todo instante t .
(Cuestión extraída del examen de Enero de 2014 del grado de Ingeniería Química de la Universidad Politécnica de Madrid).

Solución: Aplicando la segunda ley de Newton, podemos conocer la aceleración de la partícula, que vendrá dada por

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{F_0}{m}\vec{i} + \frac{F_0}{m}\vec{j}.$$

Integrando la aceleración calculamos la velocidad

$$\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t)\,dt = \int\left(-\frac{F_0}{m}\vec{i} + \frac{F_0}{m}\vec{j}\right)dt = -\frac{F_0}{m}t\,\vec{i} + \frac{F_0}{m}t\,\vec{j} + \vec{C}_1.$$

Podemos calcular la constante de integración a partir de las condiciones iniciales,

$$\vec{v}(t=0) = \vec{C}_1 = v_0\vec{i},$$

De donde llegamos a la conclusión de que

$$\vec{v}(t) = \left(-\frac{F_0}{m}t + v_0\right)\vec{i} + \frac{F_0}{m}t\,\vec{j}.$$

Integrando la velocidad calculamos la posición

$$\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t)\,dt = \int\left[\left(-\frac{F_0 t}{m} + v_0\right)\vec{i} + \frac{F_0 t}{m}\vec{j}\right]dt = \left(-\frac{F_0 t^2}{2m} + v_0 t\right)\vec{i} + \frac{F_0 t^2}{2m}\vec{j} + \vec{C}_2.$$

De nuevo podemos calcular la constante de integración a partir de las condiciones iniciales

$$\vec{r}(t=0) = \vec{C}_2 = 0.$$

Con lo que llegamos a la conclusión de que $\vec{r}(t) = \left(-\dfrac{F_0 t^2}{2m} + v_0 t\right)\vec{i} + \dfrac{F_0 t^2}{2m}\vec{j}.$

Cuestión 2: Una partícula de masa m se mueve a lo largo del eje Ox bajo la acción de una fuerza que deriva de un potencial unidimensional dado por $U(x) = -\frac{U_0}{\sqrt{a^2+x^2}}$, con U_0 y a constantes positivas. Determinar el punto de equilibrio estable (posición y valor del potencial en ese punto).
(Cuestión extraída del examen de Enero de 2014 del grado de Ingeniería Química de la Universidad Politécnica de Madrid).

Solución:

Para encontrar los puntos de equilibrio, tenemos que hallar los puntos en los que la fuerza (menos el gradiente del potencial) se hace cero. Para ello, primero calculamos la derivada del potencial,

$$\frac{dU}{dx} = \frac{d}{dx}\left[-\frac{U_0}{\sqrt{a^2+x^2}}\right] = \frac{d}{dx}\left[-U_0\left(a^2+x^2\right)^{-1/2}\right] = \frac{U_0}{2}\left(a^2+x^2\right)^{-3/2} 2x = \frac{U_0 x}{\sqrt[3]{\left(a^2+x^2\right)}}.$$

Esta función se hace cero en $x=0$ y en $x \to \infty$.

Para ver si son máximos o mínimos tenemos que calcular la derivada segunda,

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left[U_0 x\left(a^2+x^2\right)^{-3/2}\right] = U_0\left(a^2+x^2\right)^{-3/2} - 3U_0 x^2\left(a^2+x^2\right)^{-5/2},$$

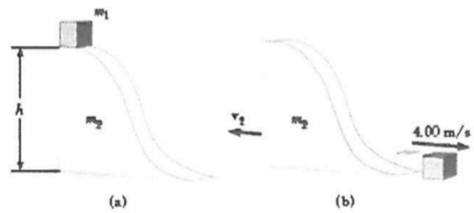
y evaluamos en la posición en la que la derivada primera se hacía cero

$$\left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_{x=0} = \frac{U_0}{a^3} > 0$$

Luego $x=0$ es un punto de equilibrio estable.

En ese punto, el potencial toma el valor $U\left(x=0\right) = -\frac{U_0}{a}$, luego el punto de equilibrio estable será $\left(0, -\frac{U_0}{a}\right)$

Cuestión 3: Un pequeño bloque de masa $m_1 = 0,500\ \mathrm{kg}$ se suelta desde el reposo en la parte superior de una cuña curva sin fricción de masa $m_2 = 3,00\ \mathrm{kg}$, que apoya sobre una superficie horizontal sin fricción (ver Figura). Cuando el bloque se separa de la cuña, su velocidad es de 4,00 m/s hacia la derecha.



(a) ¿Cuál es la velocidad de la cuña? (0,5 puntos)

(b) ¿Cuál es la altura h? (0,5 puntos)

Solución:

(a) Sobre el sistema bloque/cuña no actúa fuerza externa alguna, luego el momento lineal total del sistema se tiene que conservar. Supongamos que todo el movimiento se produce a lo largo del eje x, por lo que vamos a prescindir de escribir el símbolo de vector para cada de las magnitudes que aparecen en el problema.
El momento inicial del sistema viene definido por

$$p^{\mathrm{ini}} = m_{\mathrm{bloque}} v_{\mathrm{bloque}}^{\mathrm{ini}} + m_{\mathrm{cuña}} v_{\mathrm{cuña}}^{\mathrm{ini}} = 0, \qquad [1]$$

puesto que tanto la cuña como el bloque estaban en reposo.

El momento final del sistema viene definido por

$$p^{\mathrm{fin}} = m_{\mathrm{bloque}} v_{\mathrm{bloque}}^{\mathrm{fin}} + m_{\mathrm{cuña}} v_{\mathrm{cuña}}^{\mathrm{fin}}. \qquad [2]$$

Como el momento del sistema se conserva, entonces igualando [1] y [2]

$$m_{\mathrm{bloque}} v_{\mathrm{bloque}}^{\mathrm{fin}} + m_{\mathrm{cuña}} v_{\mathrm{cuña}}^{\mathrm{fin}} = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{cuña}}^{\mathrm{fin}} = -\frac{m_{\mathrm{bloque}}}{m_{\mathrm{cuña}}} v_{\mathrm{bloque}}^{\mathrm{fin}} = -\frac{0,500\ \mathrm{kg}}{3,000\ \mathrm{kg}} \times 4,000 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = -0,667 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

(b) Como no hay fuerzas disipativas la energía total del sistema se conserva. Tomamos como origen de la energía potencial gravitatoria el suelo. La energía mecánica del sistema bloque-cuña en la configuración inicial (cuando el bloque está en reposo en la posición más alta) es únicamente energía potencial gravitatoria. La energía mecánica del sistema en la configuración final (cuando el bloque llega al suelo) es la suma de las energías cinéticas del bloque y de la cuña. Por lo tanto,

$$m_{\mathrm{bloque}} g h = \frac{1}{2} m_{bloque} \left(v_{\mathrm{bloque}}^{\mathrm{fin}}\right)^2 + \frac{1}{2} m_{\mathrm{cuña}} \left(v_{\mathrm{cuña}}^{\mathrm{fin}}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad h = 0,952\ \mathrm{m}.$$

Cuestión 4: Suponga que 1,00 g de agua se vaporiza de manera isobárica a presión atmosférica ($1{,}013\times10^5$ Pa, recordad que 1 Pa = 1 N/m^2). El volumen en el estado líquido es $V_i = V_{\text{líquido}} = 1{,}00\ \text{cm}^3$ y el volumen en el estado vapor es de $V_f = V_{\text{vapor}} = 1671\ \text{cm}^3$. Encontrar:

(a) El trabajo realizado sobre el agua en la expansión (0,5 puntos).

(b) Sabiendo que el calor latente de vaporización del agua es de $2{,}26\times10^6$ J/kg, encontrar la cantidad de calor necesaria para evaporizar el agua (0,25 puntos).

(c) Utilizando la primera ley de la termodinámica, calcular el cambio en la energía interna del sistema (0,25 puntos).

Solución:

(a) Como la expansión tiene lugar a presión constante, el trabajo realizado sobre el sistema durante la evaporación del agua es

$$W = -P\left(V_f - V_i\right) = -\left(1{,}013\times10^5\,\text{Pa}\right)\times\left(1671\times10^{-6}\,\text{m}^3 - 1{,}00\times10^{-6}\,\text{m}^3\right) = -169\ \text{J}.$$

(b) La energía transferida Q necesaria para evaporizar el agua viene dada por

$$Q = mL_v = \left(1{,}00\times10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(2{,}26\times10^6\ \text{J/kg}\right) = 2260\ \text{J}.$$

(c) A partir de los resultados anteriores, la variación de la energía interna viene dada por

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W = 2260\ \text{J} + \left(-169\ \text{J}\right) = 2091\ \text{J}.$$

El signo positivo de ΔE_{int} indica que la energía interna del sistema crece. Vemos que la mayor parte de la energía (2091 J / 2260 J = 93 %) que se transfiere al líquido se va a incrementar la energía interna del sistema. El 7% restante de la energía transferida abandona el sistema mediante un trabajo realizado por el vapor sobre la atmósfera circundante.