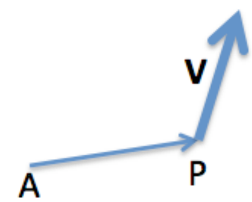
Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Primer Parcial. Diciembre de 2012
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: (a) Define el momento de un vector respecto a un punto cualquiera *A*. (b) Si tenemos un sistema de vectores, encuentra la relación entre el momento resultante respecto punto cualquiera *A* y con respecto al origen de coordenadas *O*. (c) Discuta en qué casos el momento resultante coincide.

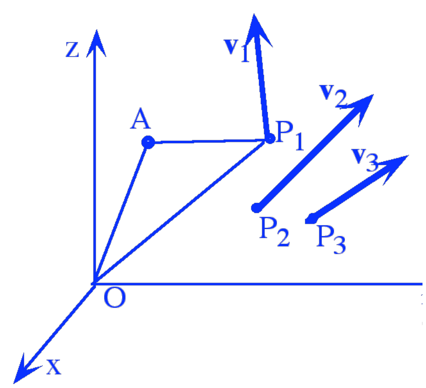
Solución:

(a) El momento de un vector $\vec{v}$ con respecto a un punto cualquiera A es el producto vectorial del vector que va desde el punto (A) al origen del vector (P), con el propio vector



$$\vec{M}_{\mathrm{A}}\vec{v} = \vec{AP} \times \vec{v}$$

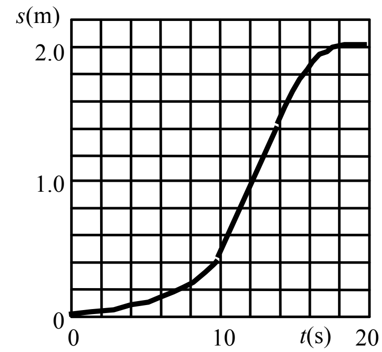
(b) Vamos a calcular el momento resultante respecto a un punto cualquiera A y lo relacionaremos con el obtenido respecto al origen



$$\begin{aligned}
\vec{M}_A &= \sum_i \vec{AP}_i \times \vec{v}_i = \sum_i \left(\vec{AO} \times \vec{OP}_i\right) \times \vec{v}_i = \sum_i \left(-\vec{OA} + \vec{OP}_i\right) \times \vec{v}_i \\
&= \sum_i \left(-\vec{OA} \times \vec{v}_i\right) + \sum_i \left(\vec{OP}_i \times \vec{v}_i\right) = -\vec{OA} \times \sum_i \vec{v}_i + \sum_i \left(\vec{OP}_i \times \vec{v}_i\right) \\
&= -\vec{OA} \times \vec{R} + \sum_i \left(\vec{OP}_i \times \vec{v}_i\right) = -\vec{OA} \times \vec{R} + \vec{M}_O
\end{aligned}$$

(c) Si la resultante es nula $\vec{R} = 0 \Rightarrow \vec{M}_A = \vec{M}_O$ lo que significa que el momento resultante es igual cuando lo calculamos respecto al origen o respecto a un punto cualquiera A y, por lo tanto, es independiente del punto con respecto al cual se calcula.

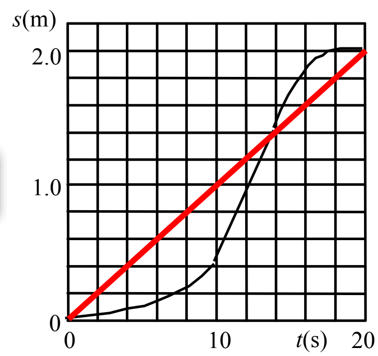
Cuestión 2: Un punto se mueve en línea recta en un mismo sentido. La figura muestra gráficamente la distancia *s* recorrida por él en función del tiempo *t*. Hallar con ayuda de la gráfica: (a) la velocidad media del punto durante todo su desplazamiento, (b) la velocidad máxima, y (c) el instante t_0 en el cual la velocidad instantánea es igual a la velocidad media durante los primeros t_0 segundos.



Solución:

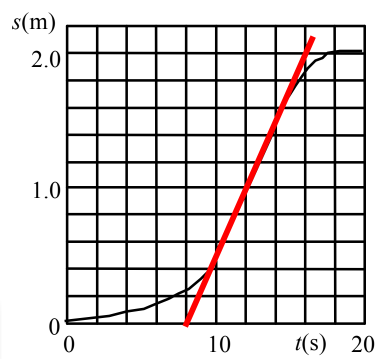
a) Aplicando la definición:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2.0\,\text{m}}{20\,\text{s}} = \boxed{0.1\ \text{m/s}}$$



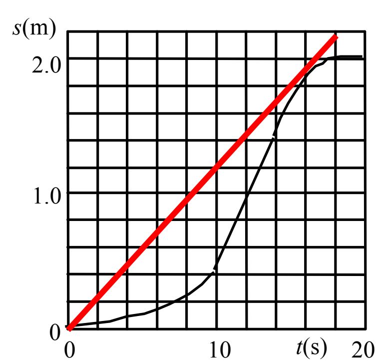
b) Se corresponderá con la pendiente máxima en la gráfica. Por inspección de la figura, vemos que esta se alcanza a los 12 s. Dibujando la línea tangente a la trayectoria en ese punto podemos estimar el valor de la pendiente:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{2.0\,\text{m}}{8.0\,\text{s}} = \boxed{0.25\ \text{m/s}}$$



c) Si la velocidad media entre 0 y t_0 es igual a la velocidad instantánea en t_0 eso quiere decir que la secante a la curva en dichos instantes debe tener una pendiente igual a la tangente a la curva en el instante t_0. Debemos buscar por lo tanto una tangente a la curva que pase por el origen de tiempos. De la siguiente gráfica se deduce que:

$$\boxed{t_0 = 16\ \text{s}}$$



Cuestión 3: Una partícula de masa 0,4 kg está sometida, simultáneamente, a dos fuerzas $\vec{F}_1 = -2{,}00\ \mathrm{N}\,\vec{i} - 4{,}00\ \mathrm{N}\,\vec{j}$, y $\vec{F}_2 = -2{,}60\ \mathrm{N}\,\vec{i} + 5{,}00\ \mathrm{N}\,\vec{j}$. Si la partícula está en el origen y parte del reposo para $t = 0$, calcular (a) su vector posición $\vec{r}$ y (b) su velocidad $\vec{v}$ para $t = 1{,}6\ \mathrm{s}$.

Solución:

(a) La ecuación general del vector posición $\vec{r}$ en función del tiempo t para una aceleración constante $\vec{a}$ en función de $\vec{r}_0, \vec{v}_0$, y $\vec{a}$, y sustituyendo $\vec{r}_0 = \vec{v}_0 = 0$,

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = \frac{1}{2}\vec{a}t^2. \qquad (1)$$

Gracias a la segunda ley de Newton, podemos calcular la aceleración en función de la fuerza resultante $\sum \vec{F}$ y la masa m,

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}.$$

A partir de las fuerzas dadas podemos calcular la resultante,

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -4{,}60\ \mathrm{N}\ \vec{i} + 1{,}00\ \mathrm{N}\ \vec{j},$$

con lo cual

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} = -11{,}50\ \mathrm{m/s^2}\ \vec{i} + 2{,}50\ \mathrm{m/s^2}\ \vec{j}.$$

Con este valor de la aceleración, y a partir de la Ecuación (1), podemos calcular la posición en cualquier instante de tiempo

$$\vec{r} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = \frac{1}{2}a_x t^2\ \vec{i} + \frac{1}{2}a_y t^2\ \vec{j} = \left(-5{,}75\ \mathrm{m/s^2}\ \vec{i} + 1{,}25\ \mathrm{m/s^2}\ \vec{j}\right)t^2.$$

Para $t = 1{,}6\ \mathrm{s}$

$$\vec{r}\left(t = 1{,}6\ \mathrm{s}\right) = -14{,}72\ \mathrm{m}\ \vec{i} + 3{,}20\ \mathrm{m}\ \vec{j}.$$

(b) Derivando la posición como función del tiempo, podemos escribir la velocidad como función del tiempo,

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\vec{a}t^2\right) = \vec{a}\ t = \left(-11{,}50\ \mathrm{m/s^2}\ \vec{i} + 2{,}50\ \mathrm{m/s^2}\ \vec{j}\right)t,$$

y para $t = 1{,}6\ \mathrm{s}$

$$\vec{v}\left(t = 1{,}6\ \mathrm{s}\right) = -18{,}40\ \mathrm{m/s}\ \vec{i} + 4{,}00\ \mathrm{m/s}\ \vec{j}.$$

Cuestión 4: Un bloque de 4 kg apoyado sobre una mesa sin rozamiento está sujeto a un muelle horizontal con $k = 400\ \mathrm{N/m}$. El muelle está originalmente comprimido con el bloque en la posición $x_1 = -5\ \mathrm{cm}$. Calcular (a) el trabajo realizado por el muelle cuando el bloque se desplaza desde $x_1 = -5\ \mathrm{cm}$ hasta su posición de equilibrio $x_2 = 0$ y (b) la velocidad del bloque en la posición $x_2 = 0$.

Solución:

(a) El trabajo W realizado por el muelle sobre el bloque es la integral de $F_x dx$ desde $x_1 = -5\ \mathrm{cm}$ hasta $x_2 = 0$.

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} F_x\, dx = \int_{x_1}^{x_2} -k\, x\, dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x\, dx = -\frac{1}{2} kx^2 \Big|_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2} k\left(x_2^2 - x_1^2\right) \\ &= -\frac{1}{2} 400\ \mathrm{N/m}\left[\left(0{,}00\ \mathrm{m}\right)^2 - (0{,}05\,\mathrm{m})^2\right] \\ &= 0{,}50\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

(b) Aplicando el teorema de las fuerzas vivas

$$W = \Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2,$$

de donde podemos despejar v_2

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2W}{m} = 0 + \frac{2\left(0{,}50\ \mathrm{J}\right)}{4{,}00\ \mathrm{kg}} = 0{,}25\ \mathrm{m^2/s^2}.$$

Finalmente,

$$v_2 = 0{,}50\ \mathrm{m/s}.$$