Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Diciembre de 2011
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: La aceleración de un cuerpo que se mueve en línea recta viene dada por $a = 2 - t$ con a en $\mathrm{m/s^2}$ y t en s. Sabiendo que el cuerpo parte del reposo en la posición $x = 5$, hallar:
a) La expresión de la velocidad y la posición en función del tiempo.
b) El instante en el que la velocidad es nula.
c) Representar a y v en función del tiempo.

Solución:

a) Recordando que $a = \frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad dv = a\,dt \quad \Rightarrow \quad \int dv = \int a\,dt + C_1$

Sustituyendo el valor de la aceleración en la integral

$$\int dv = \int (2 - t)\,dt + C_1 \quad \Rightarrow \quad v = 2t - \frac{t^2}{2} + C_1.$$

Para determinar la constante de integración imponemos que para $t = 0, \quad v = 0 \quad \Rightarrow \quad C_1 = 0.$

Por lo tanto,

$$v(t) = 2t - \frac{t^2}{2}.$$

Para determinar la posición, partimos de la definición de velocidad,

$$v = \frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \quad dx = v\,dt \quad \Rightarrow \quad \int dx = \int v\,dt + C_2.$$

Sustituyendo el valor de la velocidad dentro de la integral

$$\int dx = \int \left(2t - \frac{t^2}{2}\right) dt + C_2 \quad \Rightarrow \quad x = t^2 - \frac{t^3}{6} + C_2.$$

Para determinar C_2, imponemos que para $t = 0, \quad x = 5 \quad \Rightarrow \quad C_2 = 5$, por lo tanto

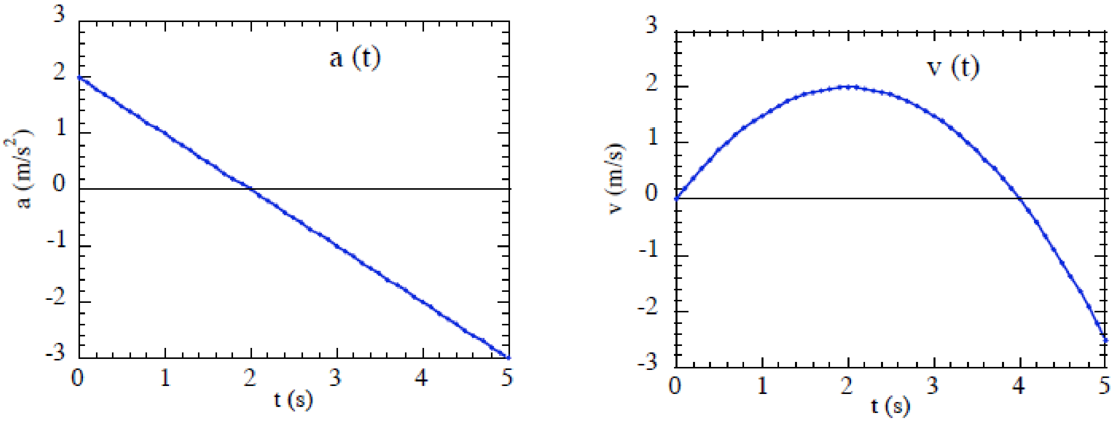
$$x(t) = t^2 - \frac{t^3}{6} + 5.$$

b) Si la velocidad es nula $\Rightarrow \quad 0 = 2t - \frac{t^2}{2} = \left(2 - \frac{t}{2}\right)t \quad \Rightarrow$ hay dos posibilidades

$$t = 0 \qquad \Rightarrow \quad t = 0,$$

$$2 - \frac{t}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 4.$$

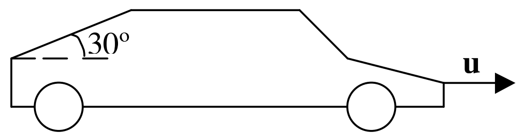
c)



Cuestión 2: Un automovilista, cuando está detenido, observa que las gotas de lluvia caen verticales con una celeridad de 50 km/h.

(a) Si el automóvil se pone a circular a una velocidad $\vec{u} = 70\,\vec{i}$ km/h con respecto al sistema de referencia en reposo, ¿qué velocidad llevan las gotas para el automovilista y qué ángulo forman las gotas de lluvia con los cristales laterales?.

(b) Si su cristal trasero forma 30° con la horizontal, ¿qué velocidad mínima debería de llevar el coche para que el agua no golpease sobre su cristal trasero?.



Solución:

(a) En este problema tenemos dos sistemas de referencia. Uno de ellos está en reposo (denotaremos todas las magnitudes con respecto a este sistema de referencia sin primas) y otro está en el automóvil y se mueve con respecto al sistema de referencia en reposo con una velocidad constante $\vec{u}$ (denotaremos todas las magnitudes con respecto al segundo sistema de referencia con primas).

Con respecto al sistema de referencia en reposo conocemos:

- La velocidad de las gotas de la lluvia: $\vec{v} = -50\,\vec{j}$ km/h.
- La velocidad del sistema de referencia móvil (del automóvil): $\vec{u} = 70\,\vec{i}$ km/h.

En el movimiento relativo de traslación uniforme se cumple que:

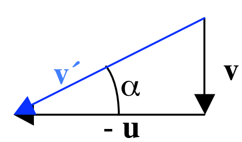
$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}' \quad \Rightarrow \quad \vec{v}' = \vec{v} - \vec{u}$$

Por lo tanto, la velocidad de las gotas de lluvia con respecto al automóvil valdrá:

$$\vec{v}' = -70\,\vec{i} - 50\,\vec{j}\ (\text{km/h})$$

Observando la gráfica de las velocidades se deduce que

$$\tan\alpha = \frac{|\vec{v}|}{|-\vec{u}|} = \frac{50}{70} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 35{,}53^\circ$$



Además, por el teorema de Pitágoras sabemos que

$$|\vec{v}'| = \sqrt{|\vec{v}| + |-\vec{u}|} = \sqrt{50^2 + 70^2} = 86{,}02 \text{ km/h}$$

(b) En la gráfica anterior, si $\alpha = 30^\circ$

$$\tan 30^\circ = \frac{|\vec{v}|}{|-\vec{u}|} \quad \Rightarrow \quad |\vec{u}| = \frac{|\vec{v}|}{\tan 30^\circ} = \frac{50}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 86{,}6 \text{ km/h}$$

Esta será la velocidad mínima del coche. Si la celeridad del coche u es mayor que 86,6 km/h, el ángulo será menor de 30° y las gotas de lluvia no golpearán sobre el cristal trasero.

Cuestión 3: Un satélite se mueve con celeridad constante en una órbita circular alrededor del centro de la Tierra y cerca de la superficie de la Tierra. Si su aceleración tiene por módulo $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$, determinar:

a) El módulo de su velocidad.

b) El tiempo que invierte en una revolución completa.

Nota: tomar como radio de la Tierra $r = 6370\ \mathrm{km}$.

Solución:

Como el satélite tiene su órbita cerca de la superficie de la Tierra, consideraremos que el radio de la órbita es el radio de la Tierra, $r = 6370\ \mathrm{km}$. Así, podemos utilizar las Ecuaciones

$$a_c = \frac{v^2}{r}, \qquad (1)$$

y

$$v = \frac{2\pi r}{T} \qquad (2)$$

para hallar la velocidad del satélite y el tiempo que emplea en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra.

(a) Se hace un dibujo de la órbita del satélite cerca de la superficie terrestre. Se incluyen los vectores velocidad y aceleración.

La aceleración centrípeta $a_c = \dfrac{v^2}{r}$, se iguala a g, y se despeja v:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{rg} = \sqrt{(6370\ \mathrm{km}) \times (9{,}81\ \mathrm{m/s^2}) \times \frac{1\ \mathrm{km}}{1000\ \mathrm{m}}} = 7{,}91\ \mathrm{km/s}$$

(b) Para calcular el periodo T, se usa la Ecuación (2):

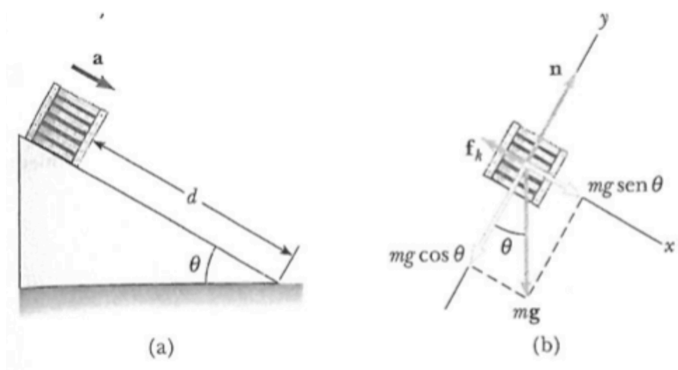
$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(6370\ \mathrm{km})}{7{,}91\ \mathrm{km/s}} = 5060\ \mathrm{s} = 84{,}3\ \mathrm{min}$$

Se sabe que el periodo orbital de los satélites que orbitan justo por encima de la atmósfera de la Tierra es de 90 min, lo que concuerda bastante con el resultado de 84,3 min del apartado (b).

Cuestión 4: Un trabajador coloca un cajón de embalaje sobre una superficie con un ángulo de inclinación de 30° con respecto a la horizontal. Si el cajón de embalaje desciende por el plano inclinado con una aceleración de módulo $g/3$, determinar el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cajón y la superficie.

Solución:

La figura muestra las fuerzas que actúan sobre el cajón de embalaje. El eje x se elige paralelo al plano inclinado y el eje y perpendicular al mismo.



A partir de la segunda ley de Newton,

$$\sum F_x = ma \quad \rightarrow \quad mg \sin\theta - f_k = ma, \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad n - mg \cos\theta = 0. \qquad (2)$$

La fuerza de rozamiento es $f_k = \mu_n n$ y, a partir de la Ecuación (2), tenemos que $n = mg \cos\theta$. Por tanto, la fuerza de rozamiento se puede expresar como $f_k = \mu_k mg \cos\theta$. Sustituyendo esto en la Ecuación (1),

$$mg \sin\theta - \mu_k mg \cos\theta = ma \quad \rightarrow \quad \mu_k = \frac{g \sin\theta - a}{g \cos\theta}.$$

Sustituyendo los valores conocidos, obtenemos

$$\mu_k = \frac{g \sin 30^\circ - \frac{1}{3} g}{g \cos 30^\circ} = \frac{(0{,}500 - 0{,}333)}{0{,}867} = 0{,}192$$