Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Primer parcial. Diciembre de 2010
Problemas (Dos puntos por problema).

Problema 1: Un tren de carga, cuyos vagones tienen 12 m de longitud, se mueve por una vía rectilínea con velocidad constante de 10,8 km/h con respecto al suelo. Paralelamente a las vías hay una carretera por la que circula Juan en su bicicleta.
(a) Si Juan estuviera en reposo con respecto a la Tierra, cada cuánto tiempo vería pasar un vagón.
(b) Hallar la velocidad de Juan con respecto a la Tierra, cuando al moverse con velocidad constante en el mismo sentido que el tren, ve pasar un vagón cada 6 segundos.
(c) Cada cuánto tiempo vería pasar un vagón, si se desplazara en sentido opuesto al tren a 5 m/s con respecto a la tierra.
(Problema cogido de la colección de problemas del Prof. Ricardo Cabrera, http://neuro.qi.fcen.uba.ar/ricuti/intro_NMS.html)

Solución:

A lo largo del problema, llamaremos:
- v_{tT} a la velocidad del tren medida desde la Tierra (en este problema es constante y vale 3.00 m/s),
- v_{bT} a la velocidad de la bici medida desde la Tierra, y
- v_{tb} a la velocidad del tren medida desde la bici.

Además el problema es unidimensional (todos los movimientos se producen a lo largo de una línea recta) así que prescindiremos del símbolo de vector. Tomaremos como sentido positivo el de desplazamiento del tren.

En todos los casos, el que mide el tiempo que tarda en pasar un vagón es Juan, observador montado en la bicicleta, así que la clave está en medir la velocidad del tren con respecto a la bicicleta en cada caso.

Según la ley de composición de velocidades de Galileo, siempre se va a verificar que:

$$v_{tT} = v_{bT} + v_{tb}.$$

(a) Si Juan está en reposo, quiere decir que $v_{bT} = 0$, luego $v_{tb} = 3.00$ m/s siguiendo la fórmula anterior.

Como se trata siempre de velocidades constantes

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

entonces

$$\Delta t_{(a)} = \frac{\Delta x}{v^{(a)}{}_{tb}} = \frac{12 \text{ m}}{3.00 \, \text{m/s}} = 4.00 \, \text{s}$$

(b) Podemos calcular la velocidad del tren con respecto de la bici en este apartado sabiendo que

$$v^{(b)}{}_{tb} = \frac{\Delta x}{\Delta t_{(b)}} = \frac{12 \text{ m}}{6.00 \text{ s}} = 2.00 \text{ m/s}.$$

En este caso,

$$v_{bT} = v_{tT} - v_{tb} = 3.00 \text{ m/s} - 2.00 \text{ m/s} = 1.00 \text{ m/s}.$$

(c) En este apartado, conocemos que v_{bT} = - 5.00 m/s (el signo menos se debe a que se desplaza en sentido contrario al tren). Entonces, la velocidad del tren con respecto a Juan será

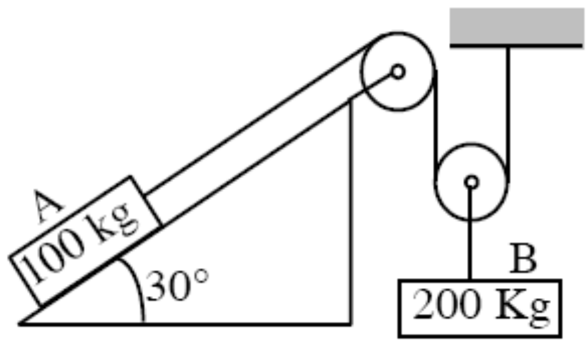
$$v_{tb} = v_{tT} - v_{bT} = 3.00 \text{ m/s} - (-5.00 \text{ m/s}) = 8.00 \text{ m/s}.$$

Luego,

$$\Delta t_{(c)} = \frac{\Delta x}{v^{(c)}{}_{tb}} = \frac{12 \text{ m}}{8.00 \text{ m/s}} = 1.50 \text{ s}$$

Problema 2: Los dos bloques de la figura parten del reposo. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo A y el plano inclinado es $\mu = 0.25$. Si se desprecia el peso de las poleas y de las cuerdas, así como el rozamiento entre ambas:

(a) El cuerpo B, ¿asciende o desciende?.
(b) Representa todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo A.
(c) Determina las aceleraciones de los dos cuerpos.
(d) Determina las tensiones de las cuerdas.
(e) ¿Qué velocidades llevan el cuerpo A y el cuerpo B cuando el B ha recorrido 50 cm?

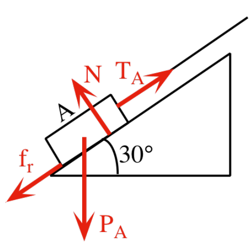


Solución:

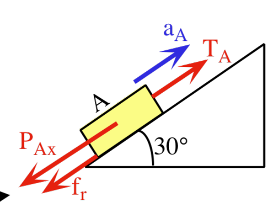
a) Si sujetamos el cuerpo A de forma que todo el sistema este en reposo, la tensión que sostiene a B es igual al peso, $T_B = 200\ g$ N. La tensión de la cuerda que tira de A será la mitad: $T_A = 100\ g$ N.
Esta tensión tira hacia arriba, mientras que $P_{Ax} = 100\ g\ \mathrm{sen}30 = 50\ g$ N tira en sentido contrario. La mayor de estas dos fuerzas nos indica cual va ha ser el sentido del movimiento cuando dejemos libre al cuerpo A. **Como es mayor T_A, el cuerpo tendera a subir**; en este momento empieza a entrar en juego la fuerza de rozamiento fr que se opone al movimiento.
Ahora para saber si realmente sube, o todo el sistema permanece en reposo, tenemos que ver si la T_A es mayor que $P_{Ax} + fr_{max}$ .Si es mayor, el sistema asciende, y si es menor el sistema permanece en reposo, ya que actuará una fuerza de rozamiento fr tal que $P_{Ax} + fr = T_A$.

$$fr_{max} = 100\ g \cos 30\ \mu = 21.65\ g\ \mathrm{N} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P_{Ax} + fr_{max} = 71.95\ g\ \mathrm{N} < T_A} \Rightarrow \boxed{\text{A asciende y B desciende}}$$

b)

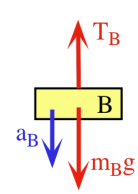


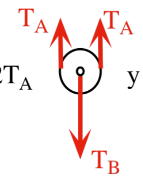
c) Aplicamos la segunda ley de Newton a los dos cuerpos:



A: $T_A - fr - m_A g\ \mathrm{sen}30 = m_A\ a_A$

B: $m_B g - T_B = m_B\ a_B$



Considerando que $T_B = 2T_A$ 

y que $a_B = a_A/2$, sustituimos en las ecuaciones anteriores

$$\text{A:} \quad T_A - fr - m_A g \text{ sen30} = m_A\, a_A \quad \Rightarrow \quad T_A = m_A\, a_A + m_A g \text{ sen30} + fr \qquad (1)$$

$$\text{B:} \quad m_B g - 2T_A = m_B\,(a_A/2)$$

Sustituyendo T_A en la ecuación inferior:

$$m_B g - 2\,(m_A\, a_A + m_A g \text{ sen30} + fr) = m_B\,(a_A/2) \quad \Rightarrow \quad m_B g - 2\, m_A\, a_A - 2m_A g \text{ sen30} - 2fr = (m_B/2)\, a_A \quad \Rightarrow$$

$$m_B g - 2m_A g \text{ sen30} - 2fr = (m_B/2)\, a_A + 2\, m_A\, a_A = [(m_B/2) + 2\, m_A]\, a_A \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{a_a = \frac{[m_B - 2m_A(\text{sen30} + \mu\cos30)]g}{\frac{m_B}{2} + 2\,m_A} = \frac{[200 - 2 \bullet 100 \bullet (\text{sen30} + 0.25\cos30)] \bullet 9.81}{\frac{200}{2} + 2 \bullet 100} = 1.854 \text{ m/s}^2}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{a_B = a_A/2 = 0.927 \text{ m/s}^2}$$

c) Utilizando la ecuación de la tensión (1), $T_A = m_A\, a_A + m_A g \text{ sen30} + fr = m_A[a_A + g(\text{sen30} + \mu\cos30)] \Rightarrow$

$$\boxed{T_A = 100[1.854 + 9.81(\text{sen30} + 0.25\cos30)] = 888.3 \text{ N}}$$

$$\boxed{T_B = 2T_A = 1776.6 \text{ N}}$$

d) Como es un movimiento uniformemente acelerado, se pueden utilizar la ecuación $v^2 - v_0^2 = 2ae$

Los datos para el cuerpo B son: $v_0 = 0$, $a = 0.927$ m/s^2 y $e = 0.5$ m $\Rightarrow$

$$v_B^2 = 2 \bullet 0.927 \bullet 0.5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_B = 0.9628 \text{ m/s}}$$

La relación entre velocidades es la misma que la relación entre aceleraciones, por lo que

$$\boxed{v_A = 2v_B = 1.926 \text{ m/s}}$$

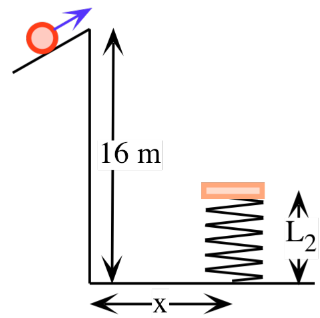
Problema 3: Disponemos de un muelle vertical de k =1000 N/m, longitud L_1=110 cm y masa despreciable sobre el que colocamos una lámina de 10 kg.

(a) ¿Cuál es la longitud del muelle L_2 una vez colocada dicha masa?

Desde una azotea de 16 m de altura se lanza un balón de 1 kg a una velocidad de 20 m/s formando un ángulo de 30° con la horizontal.

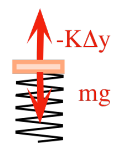
(b) ¿A qué distancia x debemos colocar el muelle para que el balón caiga sobre la lámina?

(c) ¿Con que velocidad llega el balón al muelle?



Solución:

a) Al colocar la masa el muelle se comprime un valor Δy. Como el sistema queda en equilibrio, el peso es equilibrado por la fuerza del muelle:



$$mg + (-K\,\Delta y) = 0 \;\Rightarrow\; \Delta y = mg / K = 10\ 9.81 / 1000 = 0.0981 \text{ m}$$

Por lo que $\boxed{L_2 = L_1 - \Delta y = 110 - 9.81 = 100.2 \text{ cm}}$

b) Las componentes iniciales de la velocidad son

$$v_{0x} = v_0 \cos 30 = 20\ \sqrt{3}/2 = 17.32 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \text{ sen } 30 = 20\ 1/2 = 10 \text{ m/s}$$

En la dirección vertical la ecuación de la trayectoria es $y = y_0 + v_{0y}\, t + 1/2\, a\, t^2 \;\Rightarrow$

$$1.02 = 16 + 10\,t + 1/2\,(-9.81)\,t^2 \;\Rightarrow\; -4.905\,t^2 + 10\,t + 14.98 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\boxed{t} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 293.91}}{9.81} = \begin{cases} -1.004 \text{ s} \\ \boxed{3.043 \text{ s}} \end{cases}$$

la solución real corresponde al tiempo positivo, por lo tanto $t = 3.043$ s

En este tiempo el balón recorre una distancia horizontal: $\boxed{\Delta x} = v_{0x}\, t = 17.32\ 3.043 = \boxed{52.70 \text{ m}}$

c) Antes del choque, el balón llevará unas velocidades

$$v_x = v_{0x} = 17.32 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = 10 - 9.81\ 3.043 = -19.85 \text{ m/s}$$