Examen de Física-1, 1° Ingeniería Química
Diciembre de 2010
Cuestiones (Un punto por cuestión).

Cuestión 1: Los vectores (–3, 2, –1), (1, –3, 5) y (2, 1, –4), están aplicados en los puntos A (2, 1, 2), B (–1, 0, 1) y C (1, 2, 0) respectivamente. Calcular:
a) La resultante.
b) El momento resultante respecto del origen.
c) El momento resultante respecto del punto P (5, 8, –3).

Solución:

a) La resultante es la suma de los vectores:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{A} = & (-3, 2, -1) \\ \mathbf{B} = & (1, -3, 5) \\ \mathbf{C} = & (2, 1, -4), \\ \hline \boxed{\mathbf{R} = \quad (0, 0, 0)} & \end{array}$$

b) El momento resultante es la suma de los momentos

$$\mathbf{M_oA} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(-1 - 4) + \mathbf{j}(-6 + 2) + \mathbf{k}(4 + 3) = -5\,\mathbf{i} - 4\,\mathbf{j} + 7\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M_oB} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(0 + 3) + \mathbf{j}(1 + 5) + \mathbf{k}(3 - 0) = 3\,\mathbf{i} + 6\mathbf{j} + 3\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M_oC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(-8 - 0) + \mathbf{j}(0 + 4) + \mathbf{k}(1 - 4) = \underline{-8\,\mathbf{i} + 4\,\mathbf{j} - 3\,\mathbf{k}}$$

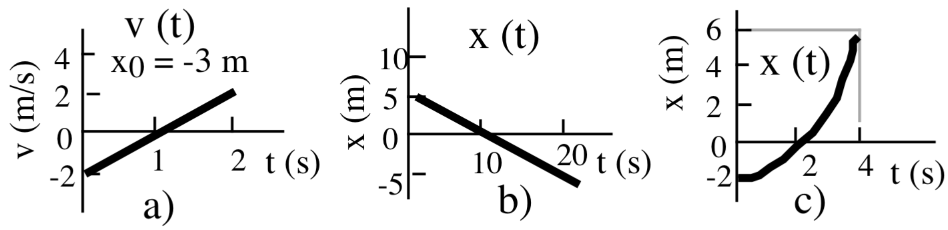
El momento resultante es la suma de los momentos: $\boxed{\sum \mathbf{M_o} = -10\,\mathbf{i} + 6\,\mathbf{j} + 7\,\mathbf{k}}$

c) La relación entre el momento resultante respecto al origen O y respecto a un punto P es

$$\mathbf{M_P} = \mathbf{M_O} - \mathbf{OP} \wedge \mathbf{R}$$

Como la resultante es nula $\mathbf{R} = 0$, $\sum \mathbf{M_P} = \sum \mathbf{M_O}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\mathbf{M_P} = -10\,\mathbf{i} + 6\,\mathbf{j} + 7\,\mathbf{k}}$

Cuestión 2: Tres partículas describen movimientos unidimensionales representados en las figuras. Determinar en cada caso las características del movimiento [x_0, x(t), v_0, v(t), a(t) y el tipo de movimiento.] Representar para cada una de ellas x(t), v(t) y a(t).



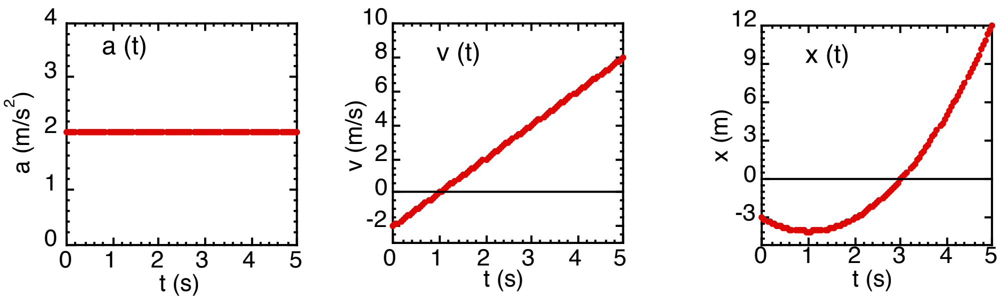
Solución:

a) La velocidad aumenta linealmente, por lo que es un movimiento uniformemente acelerado:

$a = \Delta v/\Delta t = 4/2 = 2\ m/s^2$

$v_0 = -2\ m/s \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = -2 + 2\,t}$

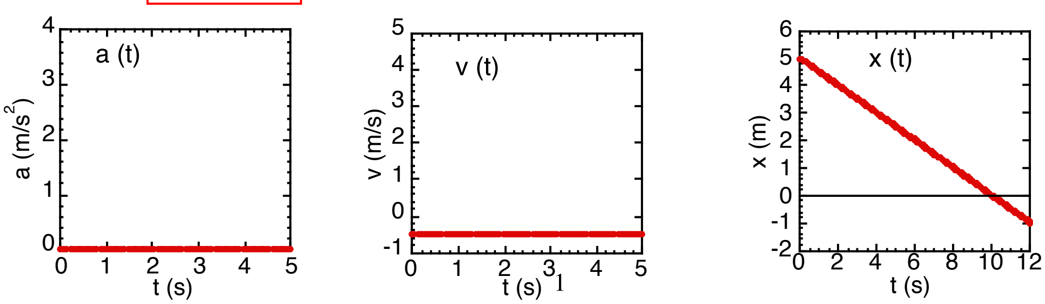
$x_0 = -3\ m \quad \Rightarrow \quad \boxed{x = -3\ -2t + t^2}$



b) La posición disminuye linealmente, por lo que la velocidad es constante y la a = 0 (es un movimiento uniforme):

$v = \Delta x/\Delta t = -5/10 = -0.5\ m/s$

$x_0 = 5\ m \quad \Rightarrow \quad \boxed{x\ = 5\ - 0.5t}$



c) La posición aumenta de forma parabólica, por lo que es un movimiento uniformemente acelerado:

$$x = x_0 + v_0\, t + (1/2)\, a\, t^2$$

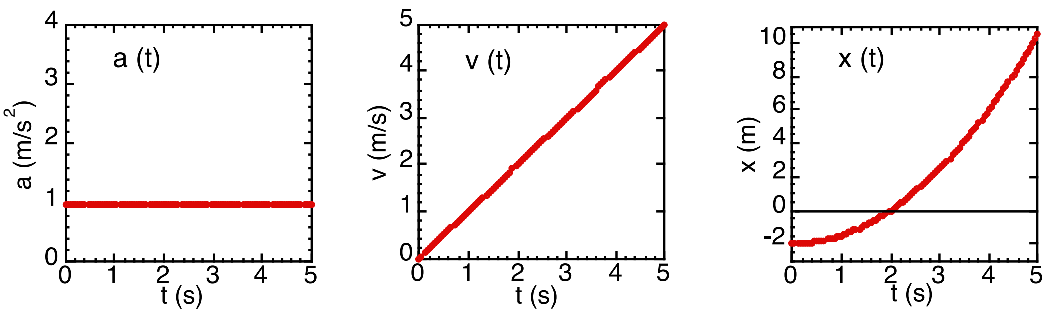
En la gráfica puede observarse que en $t = 0$ la pendiente es 0 $\Rightarrow$ $v_0 = 0$ m/s

Además, $x_0 = -2$ m

por lo que para $t = 2$ s, $0 = -2 + (1/2)\, a\, 2^2 \Rightarrow a = 1$ m/s^2

Las ecuaciones de la posición y la velocidad son:

$$\boxed{\begin{array}{l} v = t \\ x = -2 + (1/2)\, t^2 \end{array}}$$



Cuestión 3: Un velocista corre una carrera de 100 m en 10 s. Aproximar este movimiento suponiendo una aceleración constante en los primeros 15 m y una velocidad constante en los restantes 85 m. Determinar:
a) La velocidad final.
b) El tiempo necesario para completar los primeros 15 m.
c) El tiempo necesario para recorrer los restantes 85 m.
d) La aceleración en los primeros 15 m.

Solución:

Llamamos t_1 al tiempo que tarda en recorrer los primeros 15 m y t_2 al tiempo que tarda en recorrer los restantes 85 m, se cumple que

$$t_1 + t_2 = 10 \qquad [1]$$

En el primer tramo realiza un movimiento uniformemente acelerado por lo que la ecuación es: $x = x_0 + v_0 t + ½ at^2$, y como parte del reposo ($v_0 = 0$) se puede escribir:

$$15 = 1/2\ a\ t_1^2 \qquad [2]$$

Además, $v_f = a\ t_1$ por lo que sustituyendo la aceleración en la ecuación [2]:

$$15 = 1/2\ (v_f / t_1)\ t_1^2 = 1/2\ v_f\ t_1 \;\Rightarrow\; t_1 = 30 / v_f \qquad [3]$$

En el segundo tramo el movimiento es un uniforme, por lo que la ecuación que hay que utilizar es $x = v\ t$, que en nuestro caso se transforma en:

$$85 = v_f\ t_2 \;\Rightarrow\; t_2 = 85 / v_f \qquad [4]$$

Sustituyendo las ecuaciones [3] y [4] en la [1],

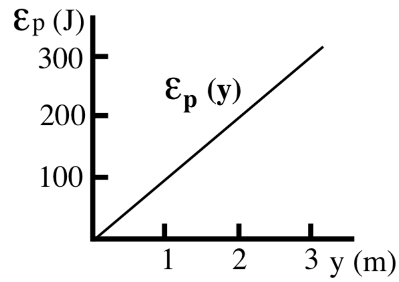
$$30/v_f + 85/v_f = 10 \Rightarrow 115/v_f = 10 \;\Rightarrow\; \boxed{v_f = 11.5\ m/s}$$

b) Utilizando la ecuación [3] $\boxed{t_1 = 30 / 11.5 = 2.61\ s}$

c) Utilizando la ecuación [4] $\boxed{t_2 = 85 / 11.5 = 7.39\ s}$

d) Como $\boxed{a = v_f / t_1 = 11.5 / 2.61 = 4.41\ m/s^2}$

Cuestión 4: La gráfica muestra la energía potencial gravitatoria para un objeto de 10.2 kg cercano a la superficie terrestre; y = 0 corresponde al nivel del suelo. Supóngase que la energía mecánica del sistema es de 0.2 kJ. **A partir de la gráfica**, determinar:
a) La altura máxima que alcanza el objeto.
b) La energía cinética máxima del objeto y el punto donde se alcanza.
c) La posición del objeto cuando la energía cinética es igual a la energía potencial.
d) La fuerza sobre el objeto en cualquier posición.

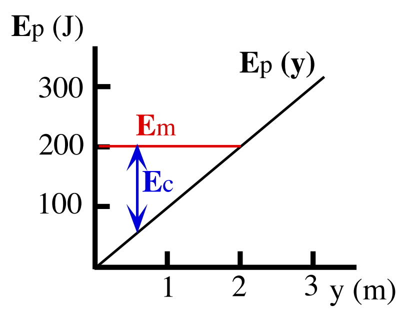


Solución:

La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial ($E_m = E_c + E_p$) y es la máxima energía que puede tener el objeto. La energía mecánica es 0.2 kJ = 200J.

a) En la posición de máxima altura, el objeto estará en reposo y la energía cinética será cero; por lo que toda la energía mecánica es energía potencial. Esa situación se corresponde a una posición

$$\boxed{y = 2 \text{ m}}$$



b) La energía cinética máxima se alcanza cuando la energía potencial es cero, su valor es igual a la energía mecánica:

$$E_c^{max} = 200 \text{ J},$$

y se alcanza para

$$\boxed{y = 0 \text{ m}}$$

c) Como $E_c + E_p = E_m$, si la energía cinética es igual a la energía potencial $\Rightarrow E_c = E_p = 100$ J
Esta situación se alcanza en

$$\boxed{y = 1 \text{ m}}$$

d) La fuerza es

$$\vec{F} = -\nabla E_p = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right)$$

En este caso como la E_p no depende ni de x ni de z, $F_x = F_z = 0$, y únicamente tiene componente y. La fuerza es la pendiente de la curva $E_p(y)$, y como es una recta, la pendiente es la misma y la fuerza no depende de la posición:

$$F_y = -\frac{dE_p}{dy} = -\frac{(200-0)}{(2-0)} = -100 \quad \text{N}$$

Fy = -dEp/dy = - (200 – 0) / (2 – 0) = - 100 N