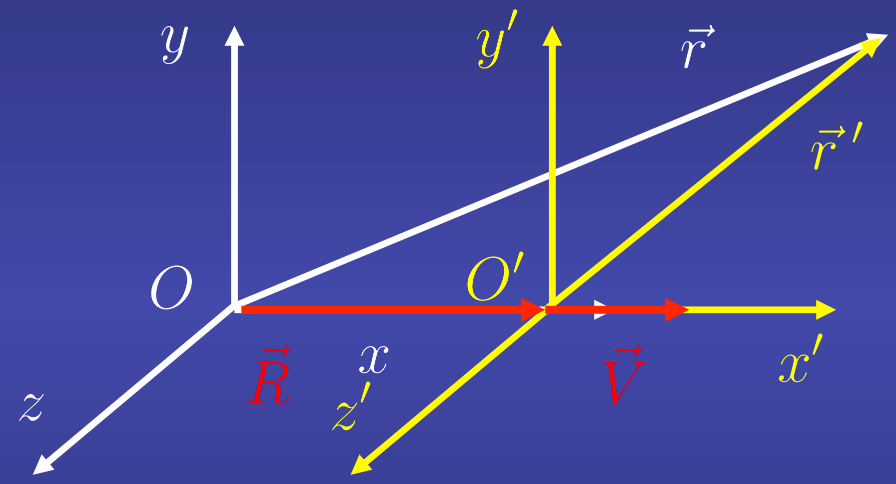
Movimiento relativo



Javier Junquera

Bibliografía

Física, Volumen 1, 3° edición

Raymod A. Serway y John W. Jewett, Jr.

Ed. Thomson

ISBN: 84-9732-168-5

Capítulos 3 y 9

Física

M. Alonso y E.J. Finn

Ed. Addison-Wesley Iberamericana

ISBN: 968-444-223-8

Capítulo 6

Velocidad y aceleración relativa

Problema: ¿cómo se relacionan las observaciones hechas por dos observadores diferentes en sistemas de referencia distintos?

Observadores en sistemas de refencia distintos miden diferentes

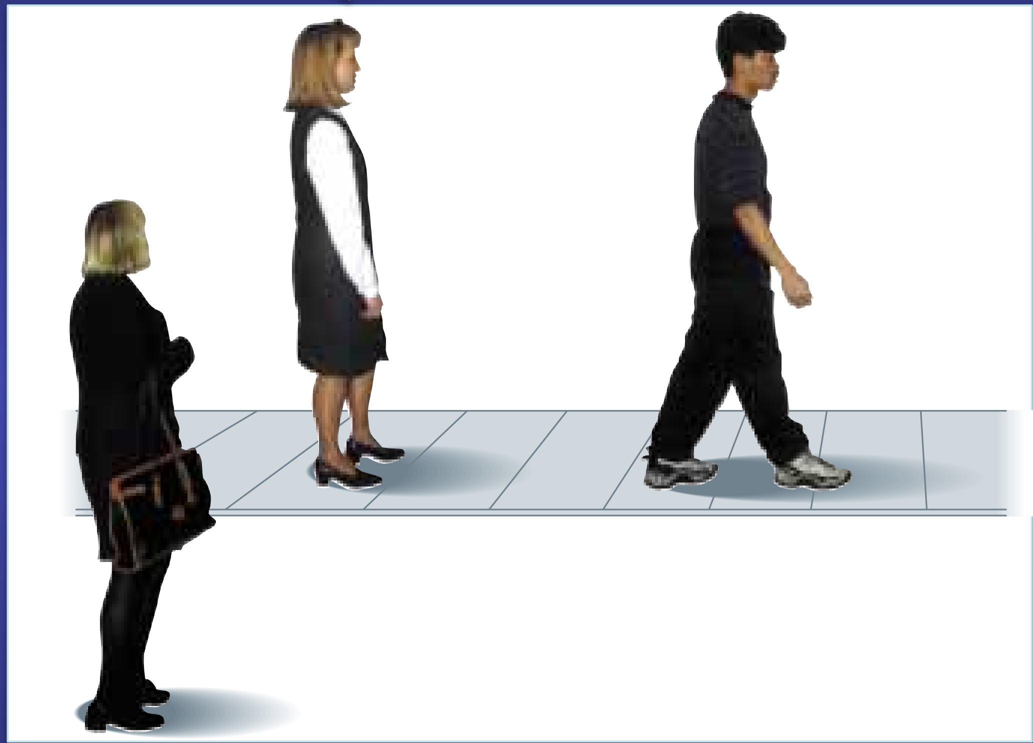
- **posiciones,**
- **velocidades,**
- **aceleraciones**

para una partícula dada.

Si dos observadores se están moviendo uno con respecto al otro, generalmente el resultado de sus medidas no concuerda.

Velocidad y aceleración relativa

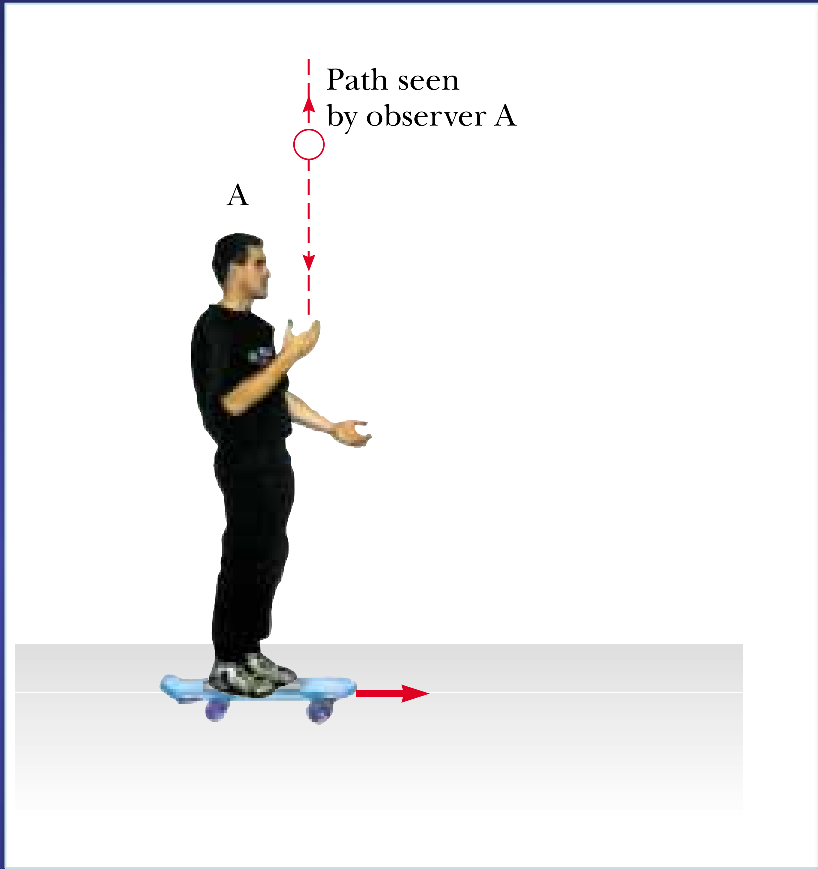
Esta señora verá al hombre moverse a una celeridad usual de una persona caminando



Esta señora verá al hombre moverse a una celeridad mayor, porque la celeridad de la cinta se suma a la celeridad del hombre

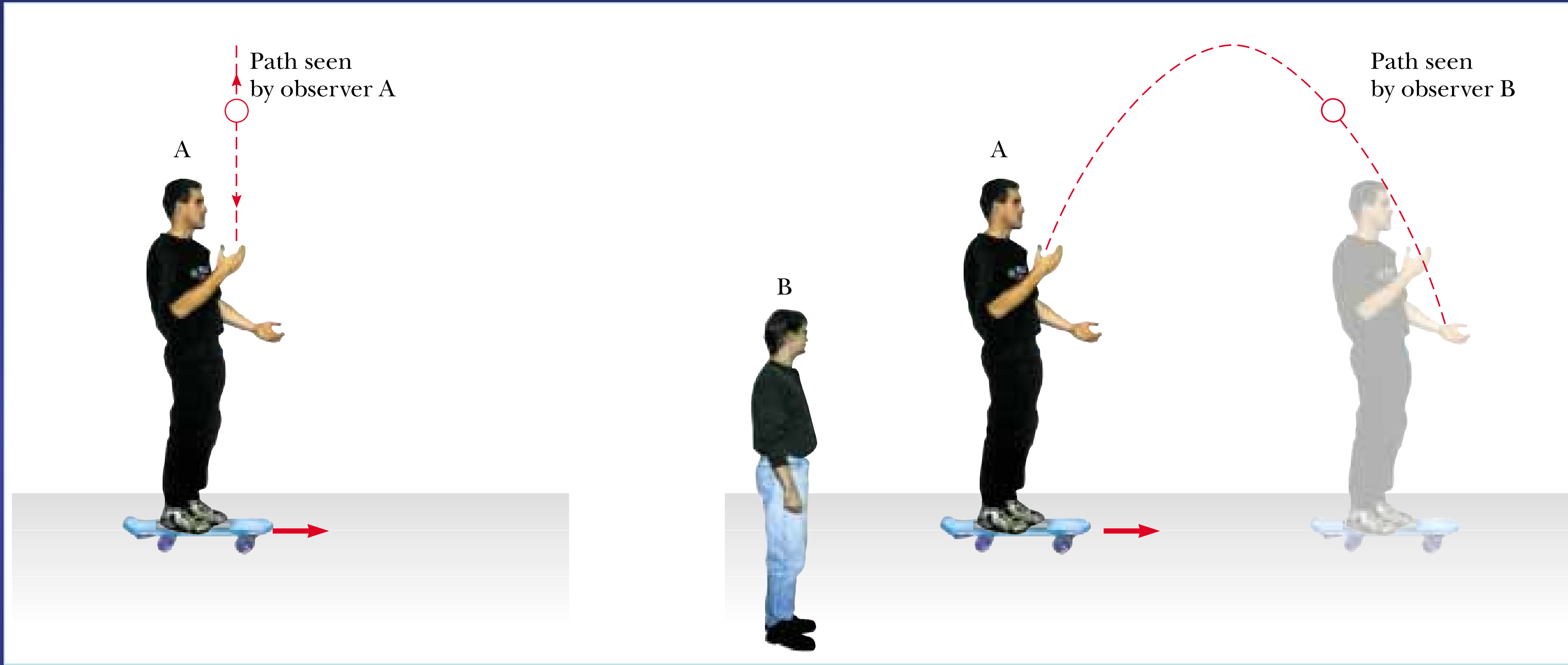
Las dos tienen razón: las diferencias en sus medidas se debe a la velocidad relativa de los sistemas de referencia

Velocidad y aceleración relativa



Observador A, sobre el monopatín: lanza la pelota de manera que en su sistema de refencia, primero se muev hacia arriba y luego hacia abajo

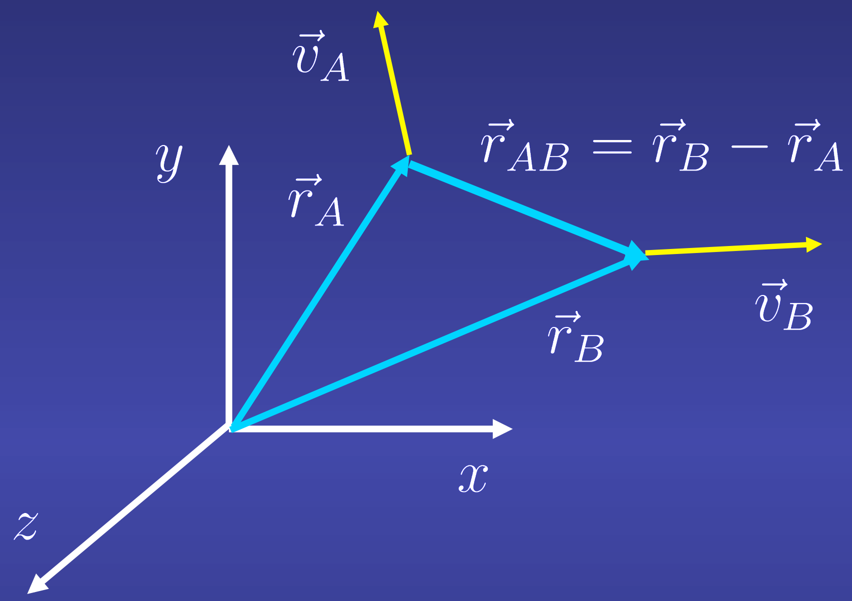
Velocidad y aceleración relativa



Observador A, sobre el monopatín:
lanza la pelota de manera que en su sistema de refencia, primero se mueve hacia arriba y luego hacia abajo

Observador B, en el suelo:
verá la pelota moverse a lo largo de una parábola. La pelota tiene también una componente horizontal de la velocidad (además de la vertical debido al impulso inicial)

Velocidad y aceleración relativa de dos cuerpos en movimiento

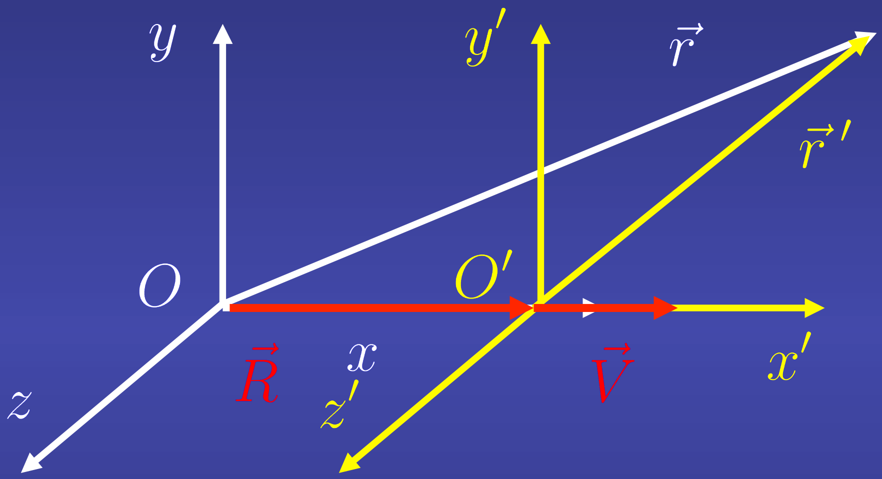


Posición relativa de B con respecto de A $\quad \vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$

Velocidad relativa de B con respecto de A $\quad \vec{v}_{AB} = \dfrac{d\vec{r}_{AB}}{dt} = \dfrac{d\vec{r}_B}{dt} - \dfrac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

Aceleración relativa de B con respecto de A $\quad \vec{a}_{AB} = \dfrac{d\vec{v}_{AB}}{dt} = \dfrac{d\vec{v}_B}{dt} - \dfrac{d\vec{v}_A}{dt} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$

Movimiento relativo de traslación uniforme



Para simplificar:

$$\vec{V} = V \ \vec{i}$$

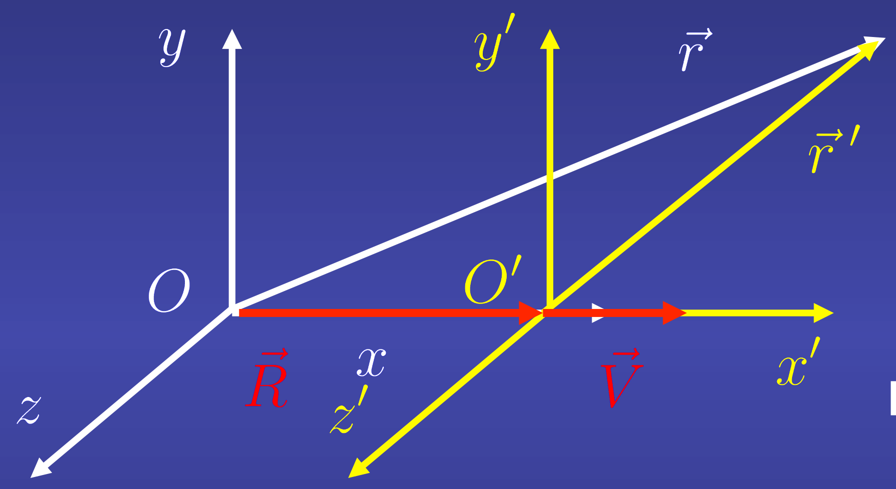
En $t = 0$, los orígenes de los dos sistemas, O y O' coinciden

Los orígenes de los dos sistemas de coordenadas se encontraran en movimiento uno respectro del otro

$$\vec{R} = \overrightarrow{OO'} = \vec{V}\ t$$

¿Cómo se pueden relacionar las medidas de un observador con respecto del otro?

Movimiento relativo de traslación uniforme



Para simplificar:

$$\vec{V} = V \ \vec{i}$$

En $t = 0$, los orígenes de los dos sistemas, O y O' coinciden

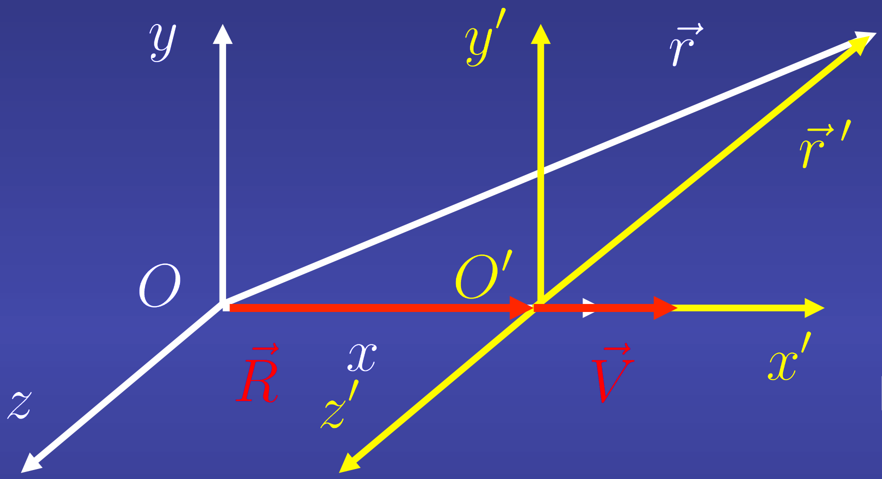
Los orígenes de los dos sistemas de coordenadas se encontraran en movimiento uno respectro del otro

$$\vec{R} = \overrightarrow{OO'} = \vec{V}\ t$$

Posiciones

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}\,' \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} x &= Vt + x' \\ y &= y' \\ z &= z' \end{cases}$$

Movimiento relativo de traslación uniforme



Para simplificar:

$$\vec{V} = V\ \vec{i}$$

En $t = 0$, los orígenes de los dos sistemas, O y O' coinciden

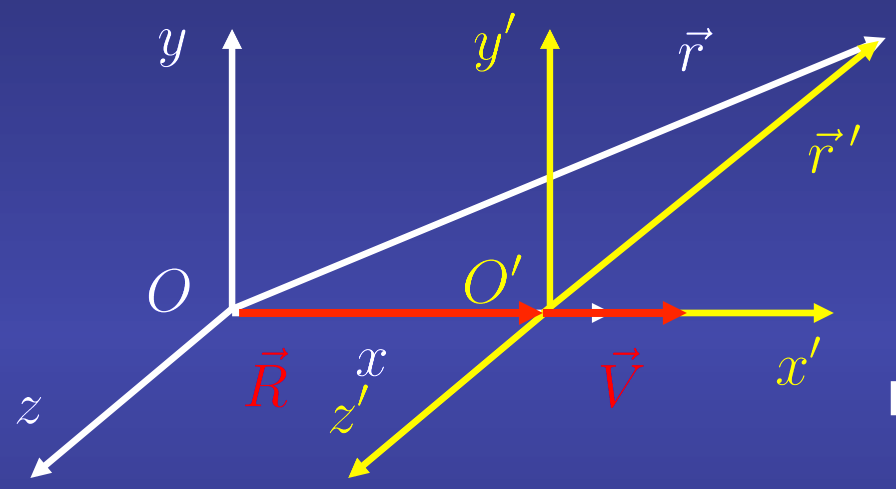
Los orígenes de los dos sistemas de coordenadas se encontraran en movimiento uno respectro del otro

$$\vec{R} = \overrightarrow{OO'} = \vec{V}\ t$$

Velocidades

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} + \frac{d\vec{r}\,'}{dt} = \vec{V} + \vec{v}\,' \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{ll} v_x & = V + v'_x \\ v_y & = v'_y \\ v_z & = v'_z \end{array} \right.$$

Movimiento relativo de traslación uniforme



Para simplificar:

$$\vec{V} = V\ \vec{i}$$

En $t = 0$, los orígenes de los dos sistemas, O y O' coinciden

Los orígenes de los dos sistemas de coordenadas se encontraran en movimiento uno respectro del otro

$$\vec{R} = \overrightarrow{OO'} = \vec{V}\ t$$

Aceleraciones

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{d\vec{v}\,'}{dt} = \vec{a}\,'$$

El principio de la relatividad de Galileo

Sistema de referencia inercial: aquel en el cuál no se observa ninguna aceleración si sobre el cuerpo no actúa fuerza alguna

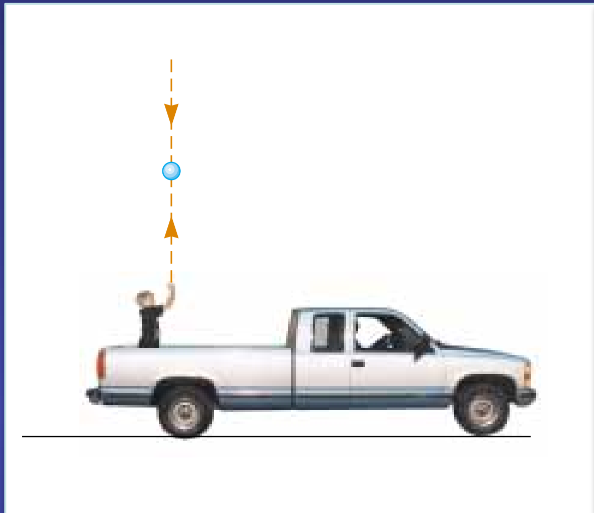
Cualquier sistema moviéndose a velocidad constante con respecto a un sistema de referencia inercial también es un sistema de referencia inercial

No existe un sistema de referencia inercial absoluto

Formulación formal de este resultado es el principio de la relatividad de Galileo
Las leyes de la Mecánica deben ser las mismas para todos los sistemas de referencia inerciales

El principio de la relatividad de Galileo

Un camión se mueve con velocidad constante con respecto al suelo



Un pasajero en el camión lanza una pelota hacia arriba

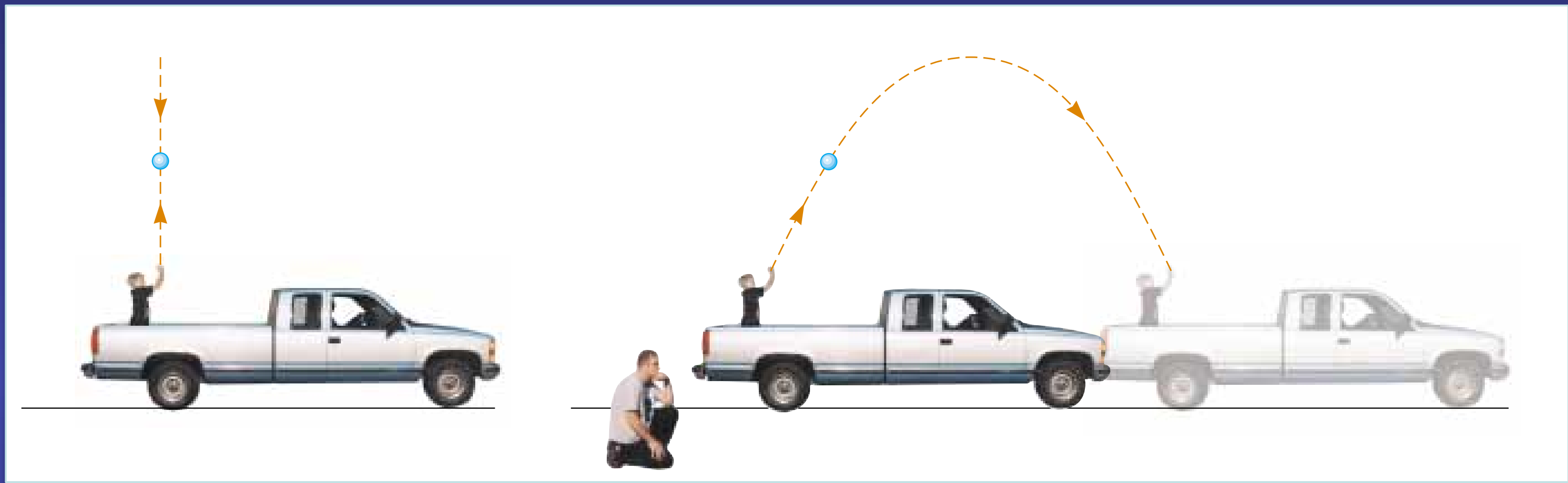
El pasajero observará que la pelota se desplaza en una trayectoria vertical

La trayectoria de la pelota: exactamente la misma que si hubiera sido lanzada por un observador en reposo en el suelo

Ley de la Gravitación universal
Las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado
se cumplen tanto si el camión está en reposo como en un movimiento uniforme

El principio de la relatividad de Galileo

Un camión se mueve con velocidad constante con respecto al suelo



Un pasajero en el camión lanza una pelota hacia arriba

El pasajero observará que la pelota se desplaza en una trayectoria vertical

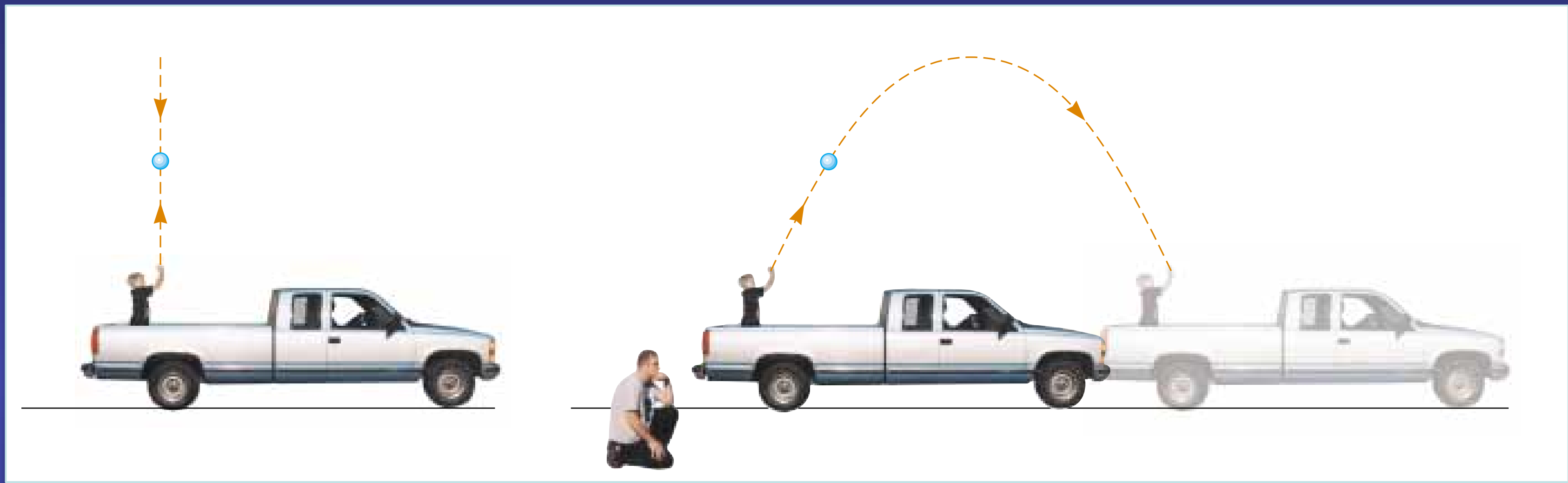
La trayectoria de la pelota: exactamente la misma que si hubiera sido lanzada por un observador en reposo en el suelo

El observador en el suelo verá que la pelota se desplaza en una trayectoria parabólica

Para el observador en el suelo, la pelota tiene una componente horizontal de la velocidad, igual a la velocidad del camión

El principio de la relatividad de Galileo

Un camión se mueve con velocidad constante con respecto al suelo



Los dos observadores estarán de acuerdo en las leyes de la Mecánica:

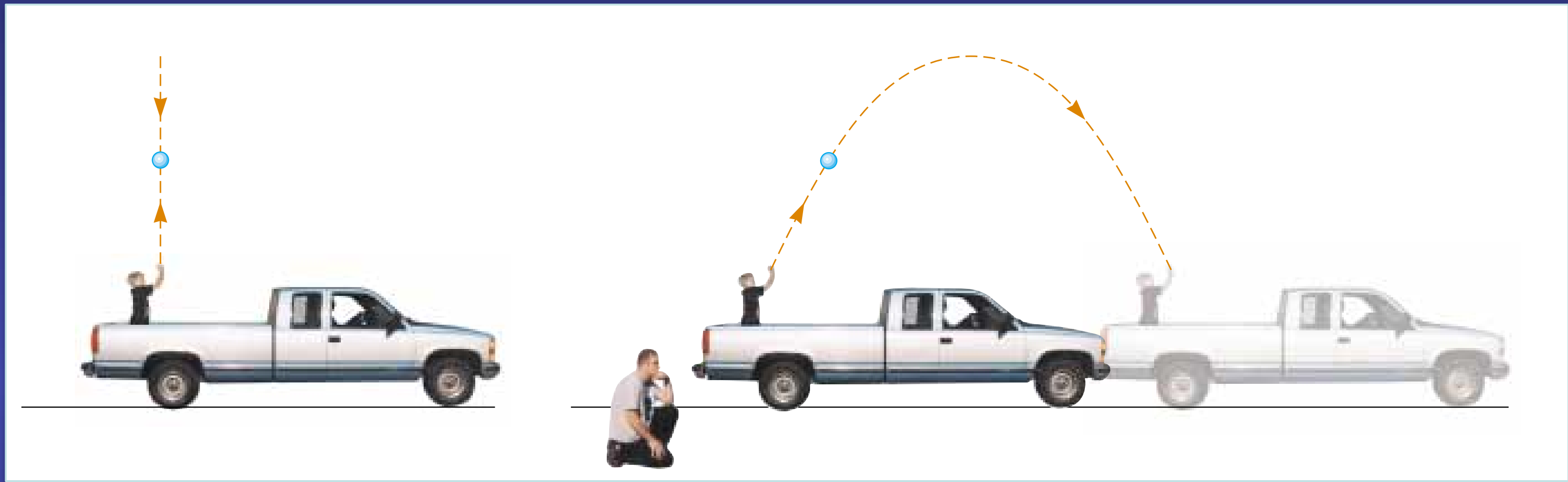
- **Gravitación Universal**
- **Conservación de la energía**
- **Conservación de la cantidad de movimiento**

No hay ningún experimento mecánico que pueda detectar ninguna diferencia entre los dos sistemas de referencia inerciales

Sólo se puede detectar el movimiento relativo de un sistema con respecto al otro

El principio de la relatividad de Galileo

Un camión se mueve con velocidad constante con respecto al suelo



Los dos observadores estarán de acuerdo en las leyes de la Mecánica:

- **Gravitación Universal**
- **Conservación de la energía**
- **Conservación de la cantidad de movimiento**

No hay ningún experimento mecánico que pueda detectar ninguna diferencia entre los dos sistemas de referencia inerciales

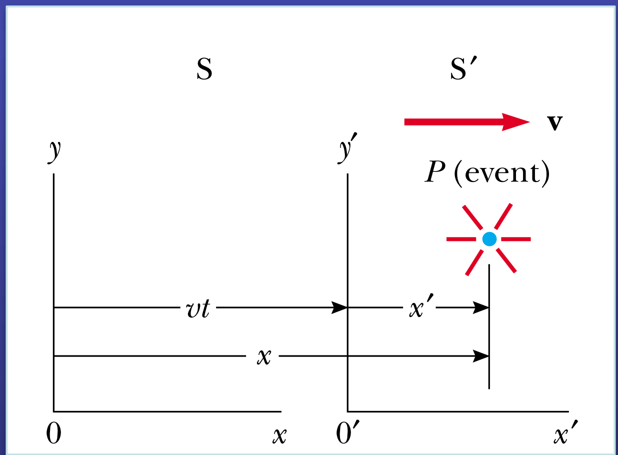
Sólo se puede detectar el movimiento relativo de un sistema con respecto al otro

Transformaciones espacio-temporales de Galileo

Supongamos un suceso visto por un observador en reposo en un sistema de referencia inercial, S

Caracterizamos el suceso por cuatro coordenadas (x, y, z, t)

Otro observador en un sistema de referencia S' que se mueve con respecto al primero con velocidad constante $\vec{v}$ (medida con respecto a S) a lo largo de los ejes comunes x y x' caracteriza el suceso por las coordenadas (x', y', z', t')

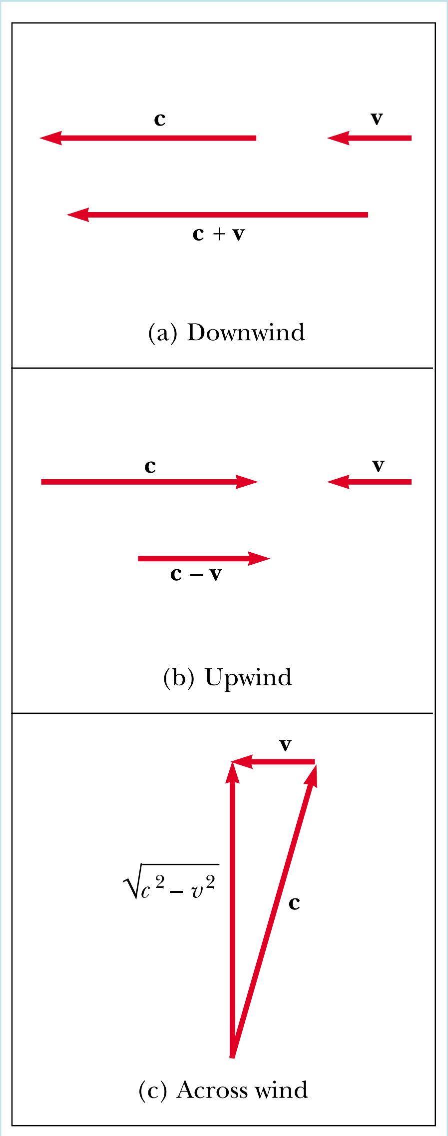


Transformaciones de Galileo

$$x' = x - vt$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = t$$

Se asume que el tiempo es el mismo en los dos sistemas de referencia inerciales
En la Mecánica Clásica, todos los relojes se mueven con el mismo ritmo, sin importar su velocidad
El intervalo de tiempo entre dos sucesos consecutivos es el mismo para los dos observadores

Las ecuaciones de transformación de velocidades de Galileo no se aplican al caso de la luz



A finales del siglo XIX se pensaba que las ondas electromagnéticas viajaban dentro de un medio, denominado "éter"

Se pensaba que la celeridad de la luz valía c únicamente en un sistema de referencia especial, absoluto, en reposo con respecto al éter

Se esperaba que las ecuaciones de transformación de las velocidades de Galileo se aplicaran también al caso de un observador que se moviera con una celeridad v con respecto al éter

Imposible de determinar experimentalmente (experimento de Michelson.Morley)

Postulados de la teoría especial de la relatividad

El principio de relatividad:

Todas las leyes de la Física deben ser las mismas en todos los sistemas de referencia inerciales

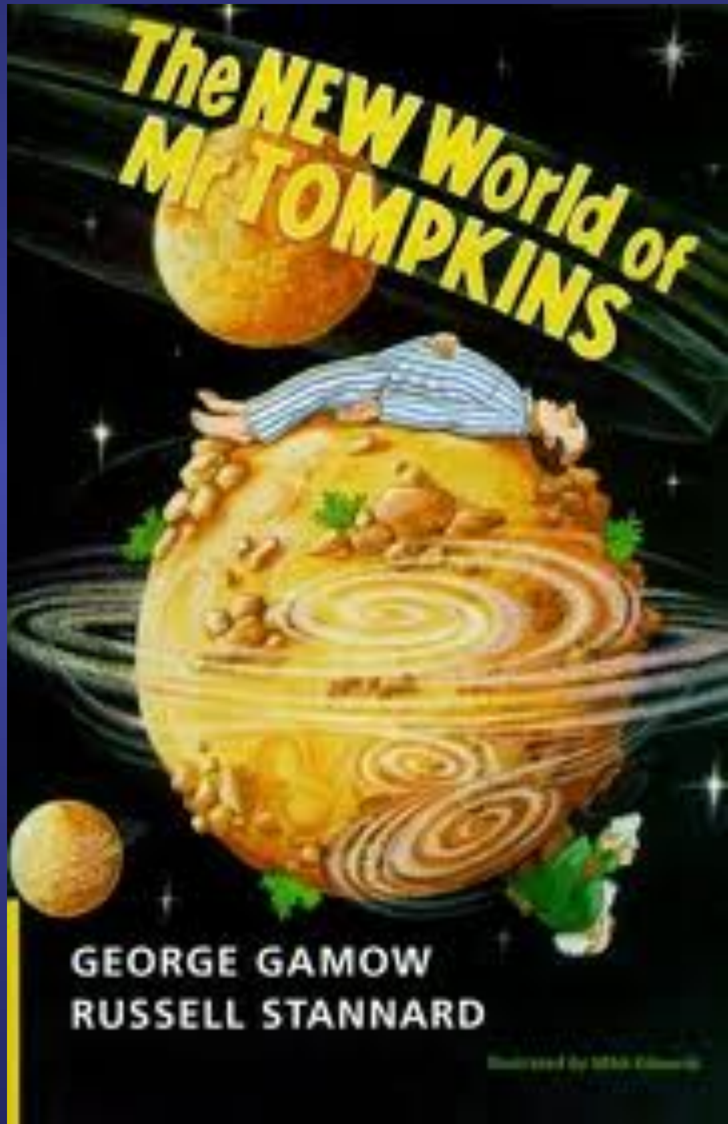
Todas = Mecánica + Electromagnetismo + Óptica + Termodinámica + …

Generalización del principio de relatividad de Galileo (sólo las leyes de la Mecánica).

La velocidad de la luz en el vacío es una constante:

La celeridad de la luz en el vacío tiene el mismo valor, c = 299 792 458 m/s ($\approx 3.00 \times 10^8$ m/s), en todos los sistemas de referencia inerciales, sin importar la velocidad del observador o la velocidad de la fuente que emite la luz

Mr. Tompkins in wonderland



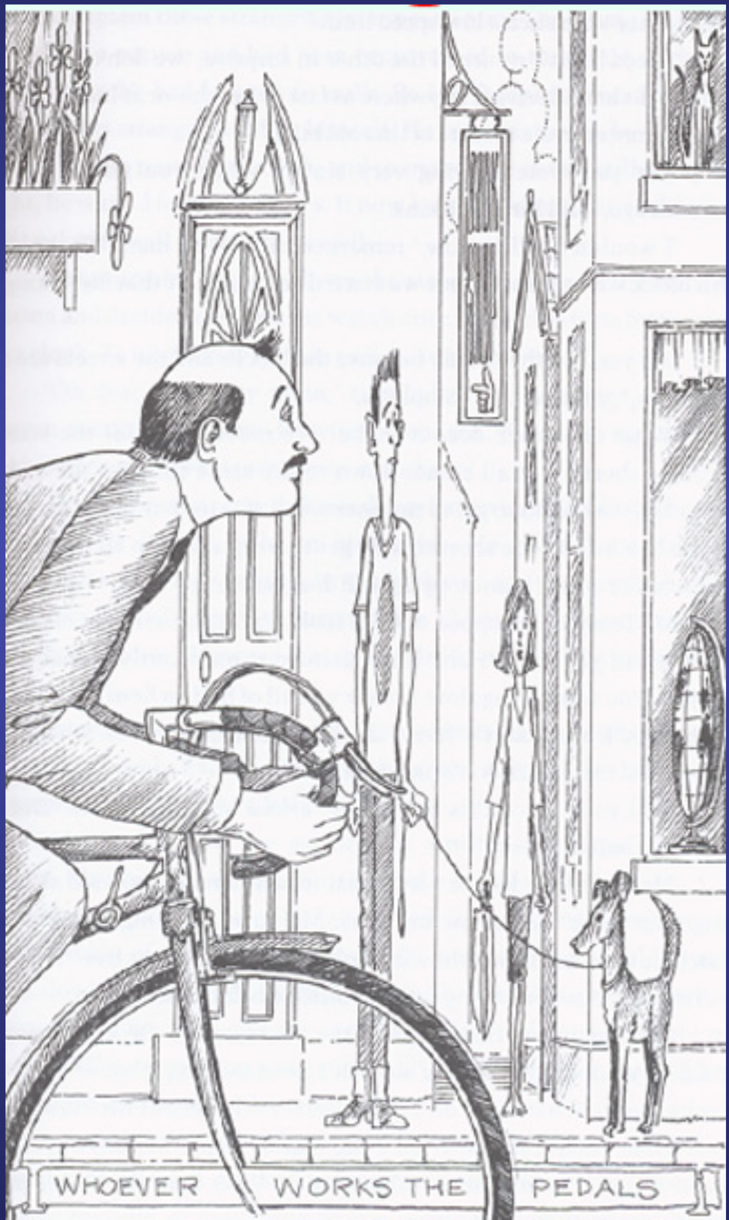
Mr. Tompkins in wonderland: contracción de las longitudes

The clock on the tower struck twelve, and the cyclist, evidently in a hurry, stepped harder on the pedals.

Unbelievably Shortened relative to stationary observers.

Mr. Tompkins sincroniza su reloj de pulsera con el de la torre a las 12:00

Mr. Tompkins in wonderland: contracción de las longitudes



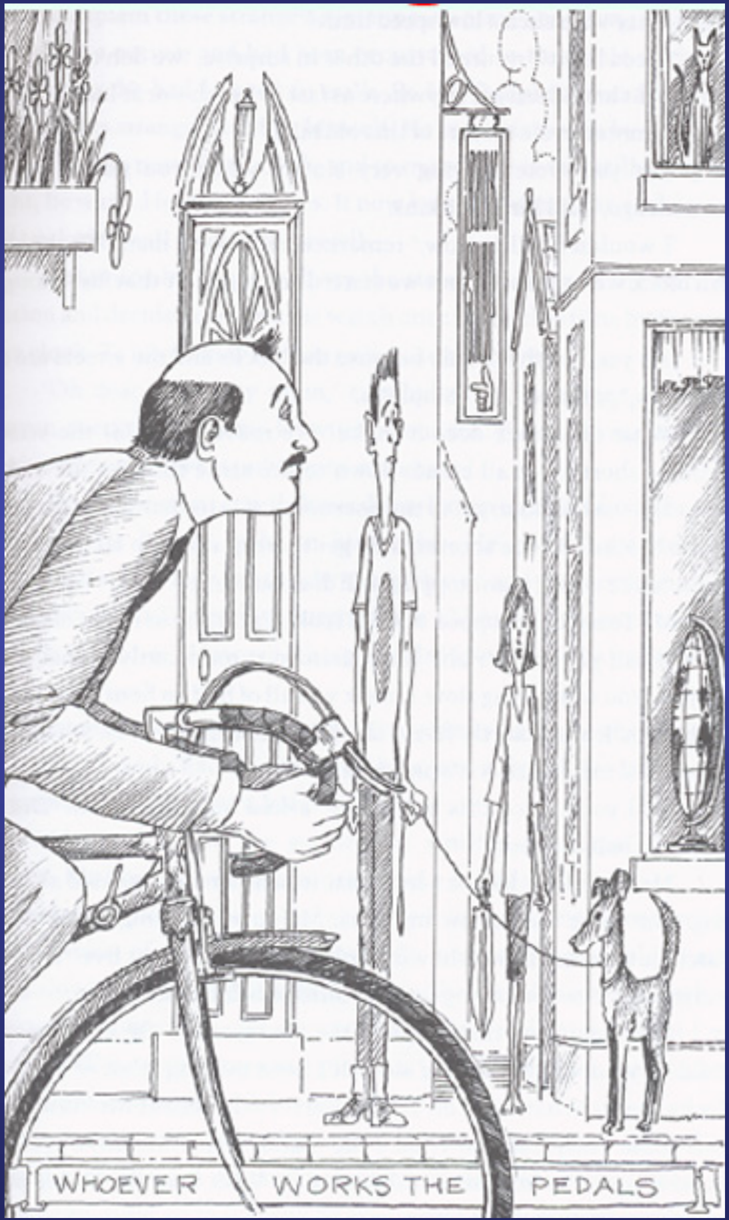
Mr. Tompkins quiere probar que es lo que se siente siendo más corto, así que se monta en una bicicleta y empieza a perseguir al anterior ciclista

Tanto Mr. Tompkins como su bicicleta permanecieron con el mismo tamaño y forma

Sin embargo, todo el entorno cambió:
- Las calles se hicieron más cortas,
- Las ventanas no eran más que pequeñas rendijas,
- Los peatones eran la gente más delgada que había visto nunca

Aquí es donde entra en juego la palabra relatividad: todo lo que se mueve relativo a Mr. Tompkins parece más corto para él.

Mr. Tompkins in wonderland: contracción de las longitudes



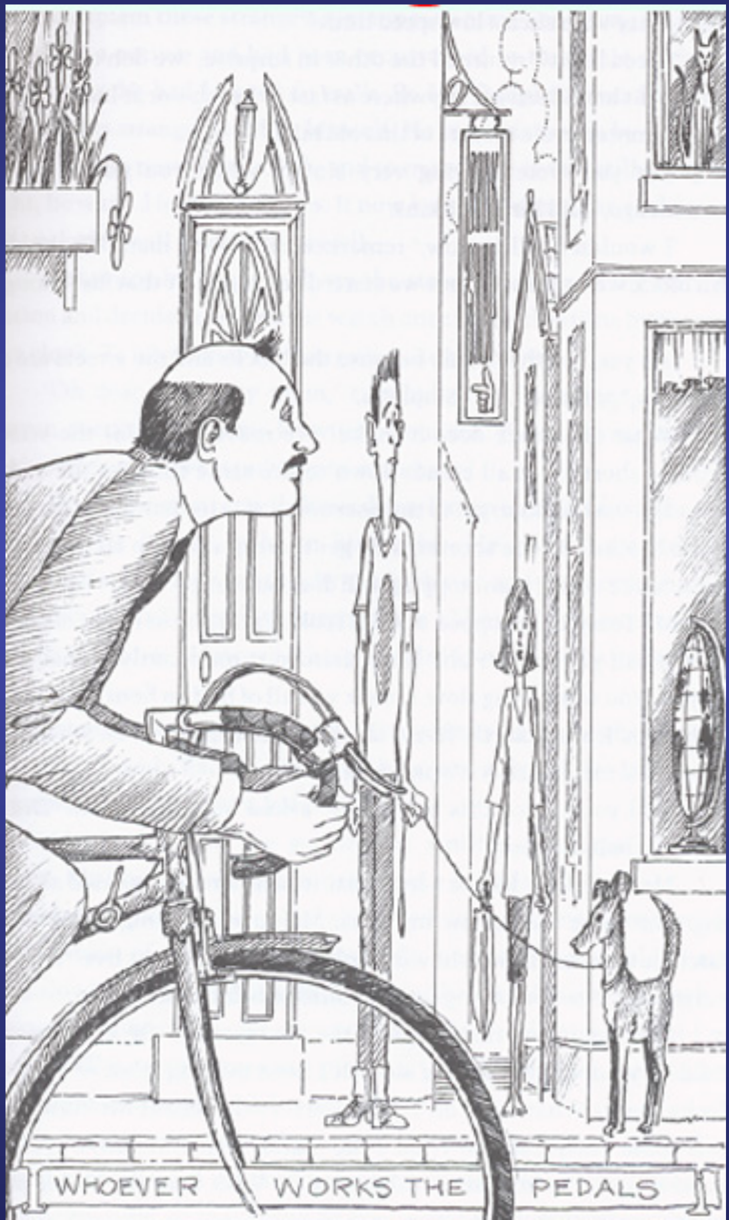
Por mucho que se esforzara, apenas si podía acelerar.
Parecía como si todos sus esfuerzos por ir más rápido no condujesen a nada

Imposibilidad de superar la velocidad de la luz

Cuanto más rápido iba, más estrechas parecían las calles

Cuando se puso a la par que el primer ciclista, los dos parecían tener el mismo aspecto.
Ahora estaban en reposo relativo.

Mr. Tompkins in wonderland: contracción de las longitudes



Una vez que se ponen a la par, comienzan a hablar. A pesar de que para Mr. Tompkins parece que van despacio, el ciclista alega que circula muy rápido: si pedalea más rápido, las calles se hacen más cortas, y llega a los sitios antes.

Al llegar a destino, el reloj de la torre marca las 12.30. El reloj de pulsera de Mr. Tompkins, sólo las 12:05

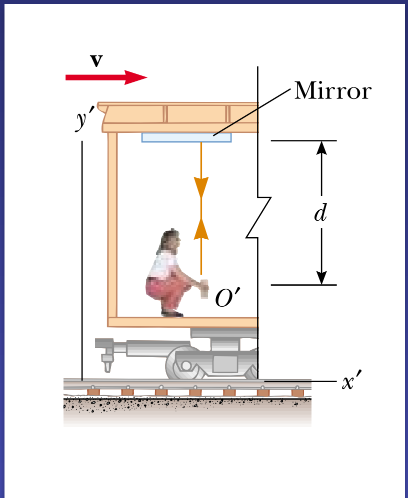
La dilatación del tiempo
El movimiento ralentiza los relojes

Mr. Tompkins in wonderland

An old lady addresses a young man as,
"Dear Grandfather"

The youth has been traveling close to *c* for many years.
Time Dilation!

Consecuencias de la relatividad especial: a dilatación temporal



Consideremos un vehículo que se mueve hacia la derecha con una celeridad v

El observador O' está en reposo con respecto a un sistema de referencia asociado al vehículo

Porta una linterna situada a una distancia d por debajo de un espejo fijado al techo del vehículo

En un determinado instante, la linterna se enciende momentáneamente y proyecta luz en dirección vertical hacia el espejo (suceso 1)

En algún instante porterior, después de reflejarse en el espejo, el pulso llega de vuelta a la linterna (suceso 2).

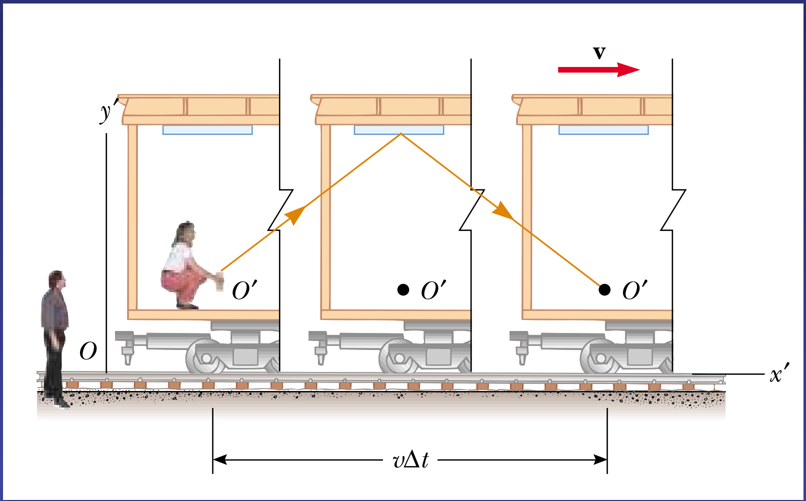
Los dos sucesos tienen lugar en la misma posición del espacio

El observador O' tiene un reloj con el que puede medir el intervalo de tiempo entre los dos sucesos

$$\Delta t_p = \frac{s}{v} = \frac{2d}{c}$$

El pulso luminoso viaja con una velocidad constante c

Consecuencias de la relatividad especial:
a dilatación temporal



Consideremos la misma pareja de sucesos vistos por un observador O en un segundo sistema de referencia asociado a la Tierra

Para este observador, tanto el espejo como la linterna se están moviendo hacia la derecha con celeridad v

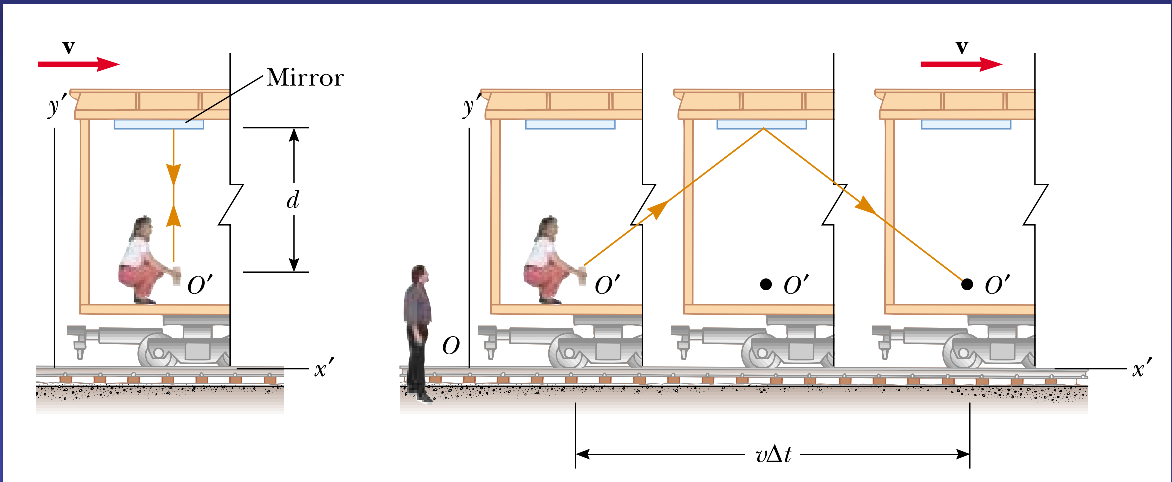
Cuando la luz de la linterna alcanza el espajo, este se ha movido horizontalmente hacia la derecha una distancia $v\Delta t/$

Δt es el tiempo necesario para que la luz viaje desde la linterna hasta el espejo y de vuelta hasta la linterna, medido por O

Debido al movimiento del vehículo, el segundo observador concluye que para que la luz incida sobre el espejo, deberá salir de la linterna formando un determinado ángulo con respecto a la dirección vertical

La luz debe viajar una distancia más grande cuando se la observa desde el segundo sistema de referencia que cuando se la observa desde el primero

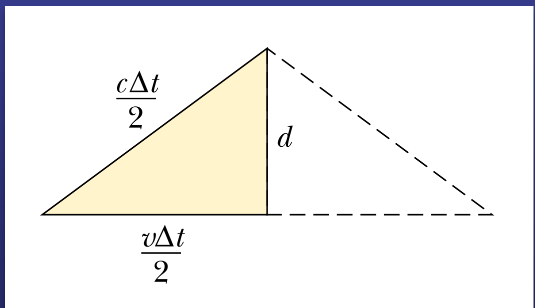
Consecuencias de la relatividad especial: La dilatación temporal



Pero ambos observadores deben medir la misma velocidad de la luz (igual a c)
Postulado de la relatividad especial

La luz recorre más espacio para el observador O que para O', pero su velocidad es la misma en los dos sistemas

El intervalo de tiempo Δt medido por el observador situado en el segundo sistema de referencia será mayor que el intervalo de tiempo Δt_p medido por el observador en el primer sistema de referencia



$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$

$$\Delta t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2d}{c\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p$$

Consecuencias de la relatividad especial:
a dilatación temporal

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p \qquad\qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

El intervalo de tiempo Δt medido por O es mayor que el intervalo de tiempo Δt_p medido por O porque γ es siempre mayor que la unidad

A este efecto se le conoce como dilatación temporal

Consecuencias de la relatividad especial: a dilatación temporal

Approximate Values for γ at Various Speeds

v/c	γ
0.001 0	1.000 000 5
0.010	1.000 05
0.10	1.005
0.20	1.021
0.30	1.048
0.40	1.091
0.50	1.155
0.60	1.250
0.70	1.400
0.80	1.667
0.90	2.294
0.92	2.552
0.94	2.931
0.96	3.571
0.98	5.025
0.99	7.089
0.995	10.01
0.999	22.37

Este fenómeno no se observa en nuestra vida cotidiana porque el factor γ solo se desvía de la unidad para velocidades muy altas

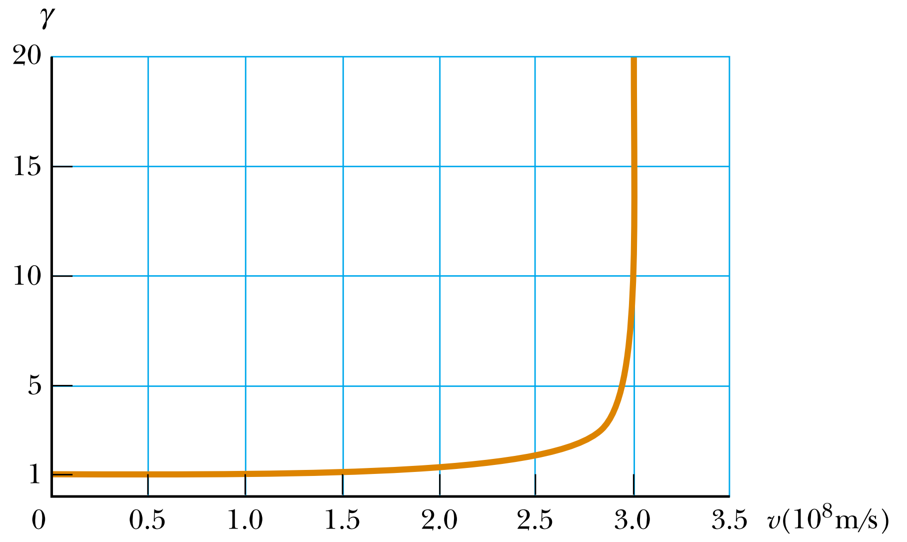


Figure 39.7 Graph of γ versus v. As the speed approaches that of light, γ increases rapidly.

Consecuencias de la relatividad especial: la dilatación temporal

Al intervalo de tiempo Δt_p se denomina intervalo de tiempo propio.

En general, el intervalo de tiempo propio se define como el intervalo de tiempo entre dos sucesos medido por un observador para el cual los dos sucesos tengan lugar en el mismo punto del espacio

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p$$

Para poder utilizar la ecuación anterior los sucesos deben tener lugar en la misma posición del espacio dentro de algún sistema de referencia inercial

Consecuencias de la relatividad especial: contracción de la longitud

Se define la longitud propia de un objeto como la distancia en el espacio entre los dos extremos del objeto, medida por un observador que esté en reposo con relación al objeto

Un observador situado en un sistema de referencia que se esté moviendo con respecto al objeto medirá una longitud, en la dirección del movimiento, que será siempre menor que la longitud propia

Este efecto se conoce con el nombre de contracción de la longitud

La distancia entre dos puntos cualesquiera del espacio, medida por un observador, estará contraída en la dirección del movimiento del observador con respecto a esos puntos

Consecuencias de la relatividad especial: contracción de la longitud

Supongamos una nave espacial que esté viajando con una velocidad v desde una estrella a otra

Vamos a considerar dos sucesos

Suceso 1:
Salida de la nave espacial de la primera estrella

Suceso 2:
Llegada de la nave espacial a la segunda estrella

Hay dos observadores

Observador 1:
Situado en reposo sobre la Tierra
(y también con respecto a las dos estrellas)

Distancia entre las dos estrellas L_p

Tiempo que la nave espacial necesita para completar el viaje $\Delta t = L_p / v$

Observador 2:
Situado en la nave

¿Qué distancia entre las estrellas medirá el observador 2?

Consecuencias de la relatividad especial: contracción de la longitud

Supongamos una nave espacial que esté viajando con una velocidad v desde una estrella a otra

Vamos a considerar dos sucesos

Suceso 1:
Salida de la nave espacial de la primera estrella

Suceso 2:
Llegada de la nave espacial a la segunda estrella

Hay dos observadores

Observador 1:
Situado en reposo sobre la Tierra
(y también con respecto a las dos estrellas)

Distancia entre las dos estrellas L_p

Tiempo que la nave espacial necesita para completar el viaje $\Delta t = L_p/v$

Observador 2:
Situado en la nave

El intervalo de tiempo propio
(el paso de cada una de las estrellas por su nave espacial tiene lugar en la misma posición de su sistema de referencia)

$$\Delta t_p = \Delta t/\gamma$$

Consecuencias de la relatividad especial: contracción de la longitud

El viajero espacial afirmará que está en reposo y lo que él ve es que la estrella de destino se está moviendo hacia la nave con una velocidad v

Puesto que el viajero espacial alcanza la estrella en el instante $\Delta t_p < \Delta t$, concluirá que la distancia entre las estrellas es inferior a L_p

La distancia medida por el viajero espacial será

$$L = v\Delta t_p = v\frac{\Delta t}{\gamma}$$

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = L_p\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

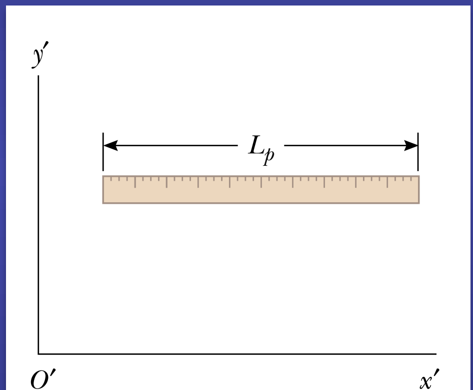
Puesto que $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$ es inferior a 1, el viajero espacial

mide una longitud más corta que la longitud propia

Consecuencias de la relatividad especial: contracción de la longitud

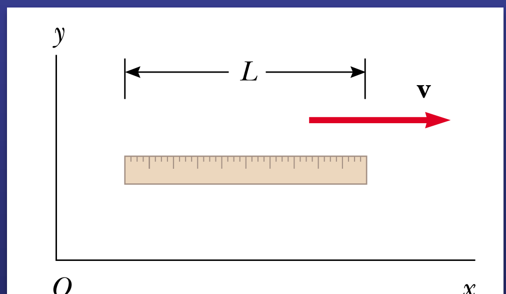
La contracción de la longitud solo tiene lugar en la dirección del movimiento

Supongamos que una varilla se mueve pasando junto a un observador que está en la Tierra con una velocidad v



(a)

La longitud de la varilla medida por un observador situado en un sistema de referencia asociado a la varilla será la longitud propia L_p



(b)

La longitud L de la varilla medida por el observador situado en la Tierra será más corta que L_p ,
Pero la anchura será la misma

La contracción de longitudes es un efecto simétrico

Consecuencias de la relatividad especial: ongitud propia y el intervalo de tiempo propio

Longitud propia y el intervalo de tiempo propio se definen de manera diferente

La longitud propia es medida por un observador que esté en reposo con respecto a los dos extremos de la longitud

El intervalo de tiempo propio es medido por alguien para el que los dos sucesos tengan lugar en la misma posición del espacio

Transformaciones de Lorentz

Vamos a suponer dos observadores que informan sobre un suceso que tiene lugar en un determinado punto P

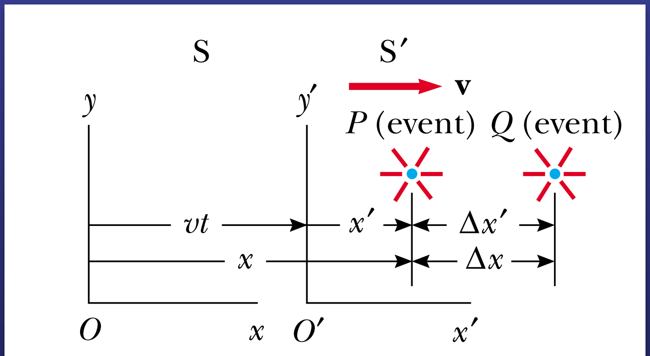
Sistema de referencia S
(en reposo)

$$(x, y, z, t)$$

Sistema de referencia S'
(se mueve hacia la derecha con velocidad v)

$$(x', y', z', t')$$

Consideremos un segundo suceso en Q



Según Galileo, $\Delta x = \Delta x'$, esto es la distancia entre los puntos del espacio en los que tienen lugar los sucesos no depende del movimiento del observador

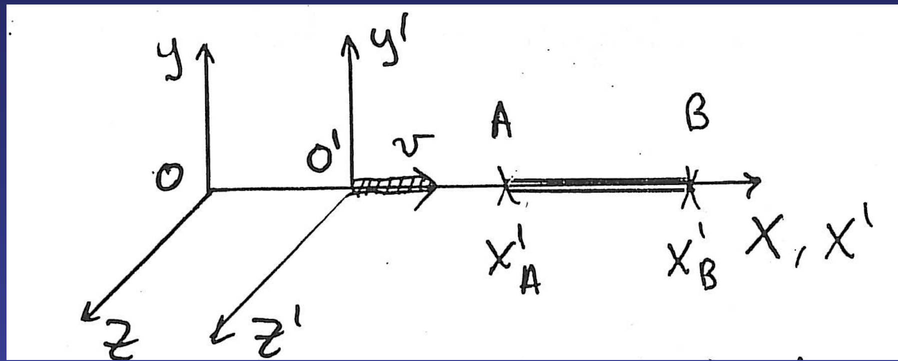
Pero esto contradice la noción de contracción de la longitud,
nuevas transformaciones son necesarias

Transformaciones de Lorentz frente a as transformaciones de Galileo

Transformaciones de Galileo	Transformaciones de Lorentz
$x' = x - vt$	$x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
$y' = y$	$y' = y$
$z' = z$	$z' = z$
$t' = t$	$t' = \dfrac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$
Aproximadas, solo válidas cuando $v << c$	**Válidas siempre, para todo el rango de velocidades**

El espacio y el tiempo no son conceptos separados, están estrechamente interreacionados entre sí en lo que llamamos espacio-tiempo

Contracción de las longitudes



Barra en reposo para O'. La simultaneidad no es importante para él.

El observador en O debe medir los puntos A y B en el mismo instante de tiempo (simultáneamente)

$$x_A^{'} = \frac{x_A - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad x_B^{'} = \frac{x_B - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x_B^{'} - x_A^{'} = \frac{x_B - x_A}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L^{'} = \gamma L \Rightarrow L^{'} > L \Rightarrow L_{\text{propia}} > L$$

Transformaciones de Lorentz para las velocidades

Sistema de referencia S
(en reposo)

$$x^{'} = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma(x - vt)$$

$$t^{'} = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$$

Sistema de referencia S'
(se mueve hacia la derecha con velocidad v)

$$u_x^{'} = \frac{dx^{'}}{dt^{'}}$$

$$dx^{'} = \gamma(dx - vdt)$$

$$dt^{'} = \gamma\left(dt - \frac{v}{c^2}dx\right)$$

$$u_x^{'} = \frac{dx^{'}}{dt^{'}} = \frac{dx - vdt}{dt - \frac{v}{c^2}dx} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2}\frac{dx}{dt}} = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

Transformaciones de Lorentz para las velocidades

Sistema de referencia S
(en reposo)

Sistema de referencia S'
(se mueve hacia la derecha con velocidad v)

$$u_x' = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \qquad u_y' = \frac{u_y - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}} \qquad u_z' = \frac{u_z - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}$$

$u_x \;\text{o}\; v << c \Rightarrow$ **Transformaciones de velocidad de Galileo**

$$u_x = c \Rightarrow u_x' = \frac{c - v}{1 - \frac{cv}{v^2}} = \frac{c\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{1 - \frac{v}{c}} = c$$

Un objeto cuya velocidad se aproxime a c con respecto a un observador situado en S, también tendrá una velocidad que se aproxime a c con respecto a otro observador situado en S', independientemente del movimiento relativo de S y S'