

Poliedros, cultura, arte y naturaleza

Basado en los textos:

Poliedros, J. Ignacio Extremiana Aldana, L. Javier Hernández Paricio y M. Teresa Rivas Rodríguez.
Los Sólidos Platónicos: Historia de los Poliedros Regulares, Pedro Miguel González Urbaneja.

Primeros restos

- Piedras talladas del neolítico (~ 2000 a.C., Escocia)



Esfera tetraédrica
neolítica



Dodecaedro etrusco
(500 a.C. Landes-Museum.
Mainz, Alemania)



Icosaedro romano
(Rheinisches
Landes-Museum. Bonn)

- British Museum: Dados icosaédricos de la dinastía de Tolomeo y romanos.

La cosmogonía poliédrica de Pitágoras y Platón

Proclo *Comentarios al Libro I de los Elementos de Euclides*:

atribuye a Pitágoras la construcción de «las figuras cósmicas»:

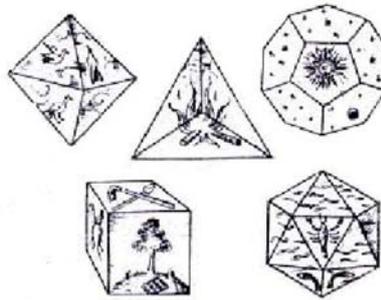
fuego → tetraedro

tierra → cubo

aire → octaedro

agua → icosaedro

dodecaedro → símbolo general del universo



Kepler
Harmonice Mundi

El Timeo de Platón

Triángulo rectángulo isósceles y triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide el doble que uno de los catetos.

“... Antes de la creación, por cierto, todo esto carecía de proporción y medida. Cuando dios se puso a ordenar el universo, primero dio forma y número al fuego, agua, tierra y aire, de los que, si bien había algunas huellas, se encontraban en el estado en que probablemente se halle todo cuando dios está ausente. Sea siempre esto lo que afirmamos en toda ocasión: que dios los compuso tan bellos y excelsos como era posible de aquello que no era así. Ahora, en verdad, debo intentar demostraros el orden y origen de cada uno de los elementos con un discurso poco habitual. . . En primer lugar, creo que para cualquiera está más allá de toda duda que fuego, tierra, agua y aire son cuerpos. Ahora bien, toda forma corporal tiene también profundidad. Y, además, es de toda necesidad que la superficie rodee la profundidad. La superficie de una cara plana está compuesta de triángulos. Todos los triángulos se desarrollan a partir de dos, cada uno con un ángulo recto y los otros agudos. Uno tiene a ambos lados una fracción de ángulo recto dividido por lados iguales, el otro partes desiguales de un ángulo recto atribuida a lados desiguales. . . suponemos que éste es el principio del fuego y de los otros cuerpos. . . Ciertamente, debemos explicar cuáles serían los cuatro cuerpos más perfectos, que, aunque disímiles entre sí, podrían nacer unos de otros cuando se desintegran. En efecto, si lo logramos, tendremos la verdad acerca del origen de la tierra y el fuego y de sus medios proporcionales. Pues no coincidiremos con nadie en que hay cuerpos visibles más bellos que éstos, de los que cada uno representa un género particular. Debemos, entonces, esforzarnos por componer estos cuatro géneros de cuerpos de extraordinaria belleza y decir que hemos captado su naturaleza suficientemente. . . ”

Los Elementos de Euclides

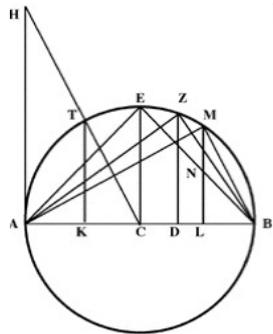
Teeteto (417-369 a.C.)

Proclo, en su *Comentario de Los Elementos* escribe:

«Euclides era platónico,..., mejoró los trabajos de Teeteto,..., se propuso como objetivo final del conjunto de sus *Elementos* la construcción de los cinco poliedros regulares».

Libro XIII:

Conseguir inscribir los sólidos platónicos en una esfera



AB diámetro de la esfera

AC = CB, AD = 2DB, AH = AB, CL = KC.

AZ es la arista t del tetraedro

BZ es la arista c del cubo

BE es la arista o del octaedro

MB es la arista i del icosaedro

NB es la arista d del dodecaedro

Poliedro	Proposición	Arista
Tetraedro	XIII.13	$\frac{2}{3}R\sqrt{6}$
Cubo	XIII.14	$R\sqrt{2}$
Octaedro	XIII.15	$\frac{2}{3}R\sqrt{3}$
Icosaedro	XIII.16	$\frac{R}{5}\sqrt{10(5-\sqrt{5})}$
Dodecaedro	XIII.17	$\frac{R}{3}(\sqrt{15}-\sqrt{3})$

Los poliedros en el Renacimiento



Paolo Ucello (1397-1475)

“El diluvio”

el sombrero es un toro poliedral

Fra Giovanni da Verona
(hacia 1520)



Fra Giovanni da Verona



Mosaicos de taracea de Fray Giovanni de Verona (hacia 1520). Iglesia de Santa Maria in Organo de Verona.

Una taracea es un mosaico hecho con incrustación de trozos de maderas y otros materiales. Las taraceas son paneles planos pero tienen toda la apariencia de armarios con las puertas abiertas debido al efecto visual de la magistral perspectiva, magnificado aun si cabe, por la presencia de los diversos poliedros.

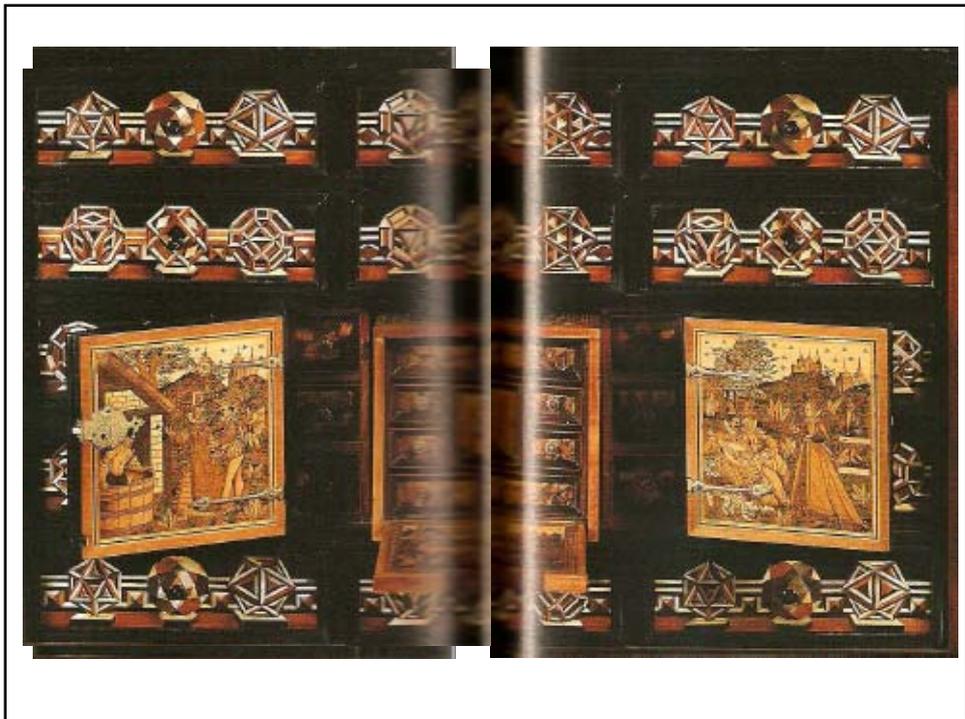
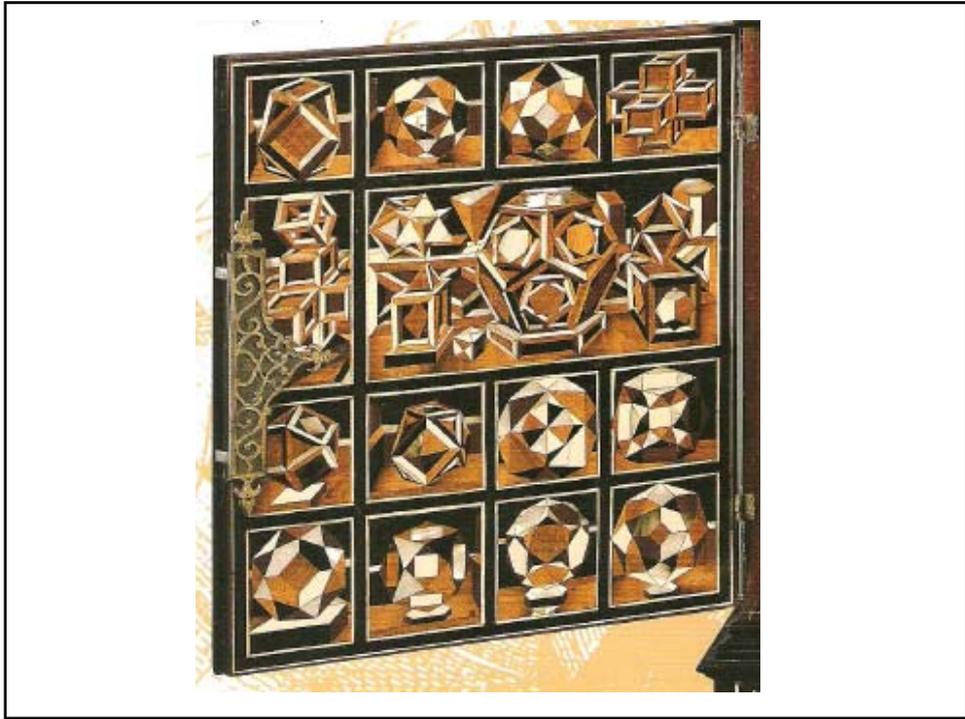


Every carving was inscribed by the contemporary cabinet with perspective and solid geometry. This cabinet, made in South Germany at the end of the 16th century, derives directly from Renaissance studies in perspective, for instance those of Dürer. In 1568 Vissler Benckner published his *Perspectiva Carpentaria Regulatoria* with a dedication to the Emperor Maximilian. On opening the doors a whole panorama of polyhedra is created, carried out in inlay using differently coloured woods.

Illustration from Johannes Benckner's *Perspectiva Carpentaria Regulatoria*, 1568.

124 Chapter 10 Geometry

Opening the Cabinet 124

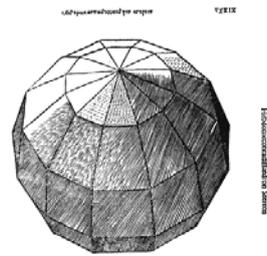




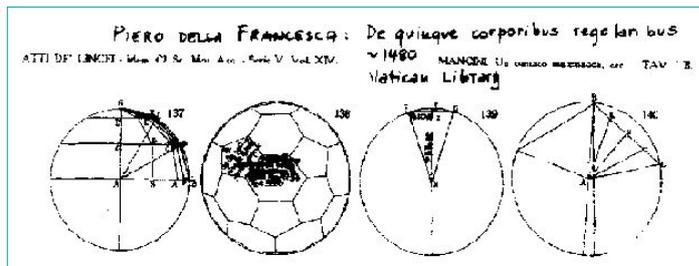
Piero della Francesca (1416-1492)

1480 *Libellus De Quinque Corporibus Regularibus*

- redescubre los sólidos arquimedianos
- poliedros duales
- figura más antigua del icosaedro truncado



Sequestrato in Reale Istituto



Leonardo da Vinci (1452-1519)



Figuras del libro "De divina proportione" de Fra Luca Pacioli

SONETO A LOS POLIEDROS

Cinque corpi in natura son producti,
 Da naturali semplici chiamati,
 Perchè a ciascuno composito adunati
 Per ordine concorran fra lor tutti.
 Immixti, netti e puri fur constructi;
 Quattro elementi e ciel così nomati,
 Quali Platone vol che figurati
 L'esser dien a infiniti fructi.
 Ma perchè el vacuo natura abhorre,
 Aristotil, in quel de coelo et mundo,
 Per se non figurati volse porre.
 Però l'ingegno geometra profondo
 Di Plato e d'Euclide piacque esporre
 Cinqu'altri che in sfera volgan tundo,
 Regulari, d'aspetto iocundo,
 Comme vedi, de lati e basi pare
 E un altro sexto mai se po formare.

LUCA PACIOLI
 La Divina Proporcion
 Editorial Losada (Buenos Aires, 1946: 50)

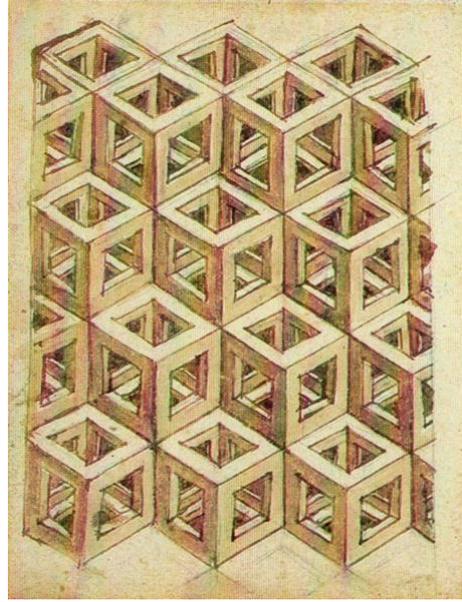
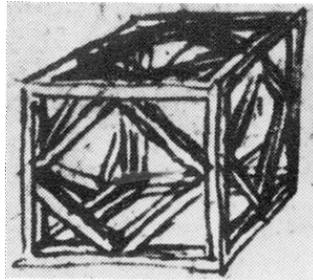
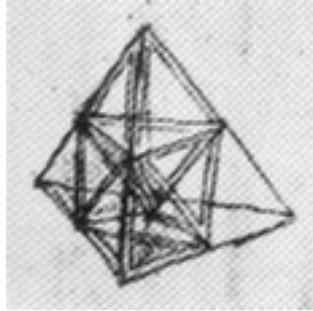
Divina
proporzione
 Opera a tutti gli ingegni perspicaci e curiosi necessaria. Opera cuius scilicet studiose di Philosophia: Prospectiva: Pictura: Sculptura: Architectura: Musica: et alia Mathematica: sua: utilissima: sottile: et admirabile doctrina consequitur: et delectatissimi: cõvenerit questione de secretissima scientia.

M. Antonio Capella et uditiff. recentente:
 A. Paganus Paganus Characteribus elegantissimis accuratissime imprebat.



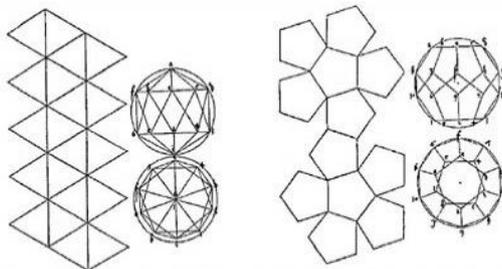
Primera página de La Divina Proporción, Venecia, 1509

Leonardo

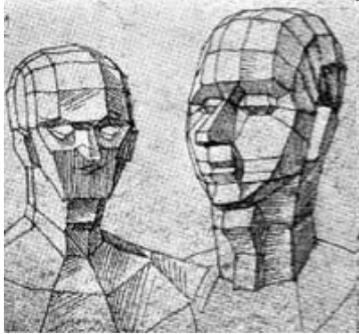


Alberto Durero (1471-1528)

Para Durero los poliedros regulares son sólidos «que son iguales en todo, caras, ángulos y lados, a los que Euclides llama "corpora regularia". Él describe cinco, pues no pueden ser otros que los que se inscriben en su totalidad tangentes a una esfera».



Durero



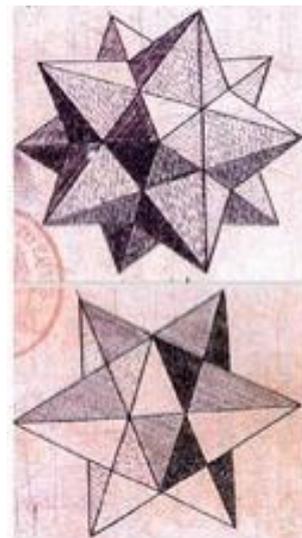
Cabezas de hombre



Melancolía

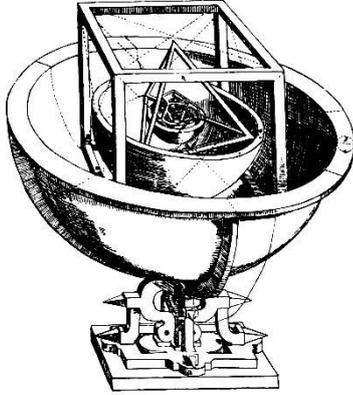
Johannes Kepler (1571-1630)

- Leyes del movimiento de los planetas.
- Modelo cósmico.



Poliedros estrellados

Cosmología poliédrica



“ . . . los sólidos regulares se dividen en dos grupos: tres en uno y dos en otro. Al grupo mayor pertenecen primero el cubo, segundo la pirámide, y finalmente el dodecaedro. Al segundo grupo pertenecen primero el octaedro y segundo el icosaedro. Lo mencionado explica porqué la parte más importante del universo, que es la Tierra — donde la imagen de Dios se refleja en el hombre —, separa a los dos grupos. Por consiguiente, como posteriormente procedo a demostrar, los sólidos del primer grupo deben hallarse fuera de la órbita de la Tierra, mientras que los del segundo grupo deben encontrarse dentro . . . por lo tanto, asigno el cubo a Saturno, el tetraedro a Júpiter, el dodecaedro a Marte, el icosaedro a Venus y el octaedro a Mercurio”.

Leyes de Kepler

- Todos los planetas se desplazan alrededor del Sol describiendo órbitas elípticas, estando el Sol situado en uno de los focos.
- El radio vector que une el planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.
- Para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital T (tiempo que tarda en dar una vuelta alrededor del Sol) es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor a de la órbita elíptica.

$$T^2 = k a^3$$

Stefano Buonsignori (siglo XVI)

Reloj de sol poliédrico



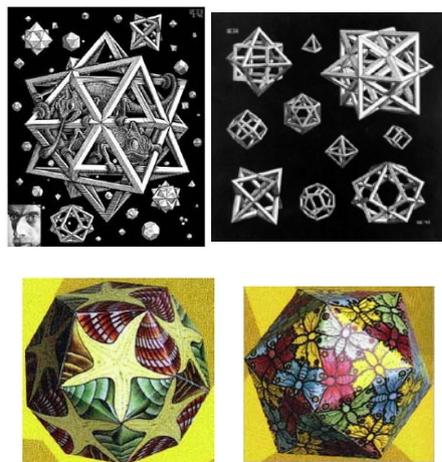
Los Poliedros en el Arte del siglo XX

Antoni Gaudí (1852–1926)

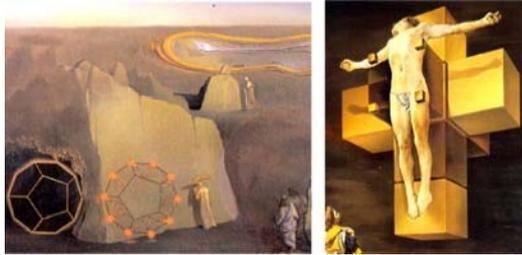


La Sagrada Família

Maurits Cornelis Escher (1898-1972)



Salvador Dalí (1904-1989)



A la búsqueda de la cuarta dimensión. Corpus hypercubus



Gala mirando el mar mediterráneo

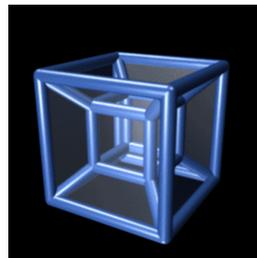
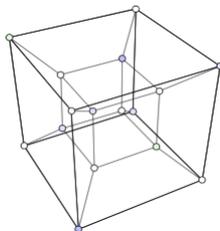


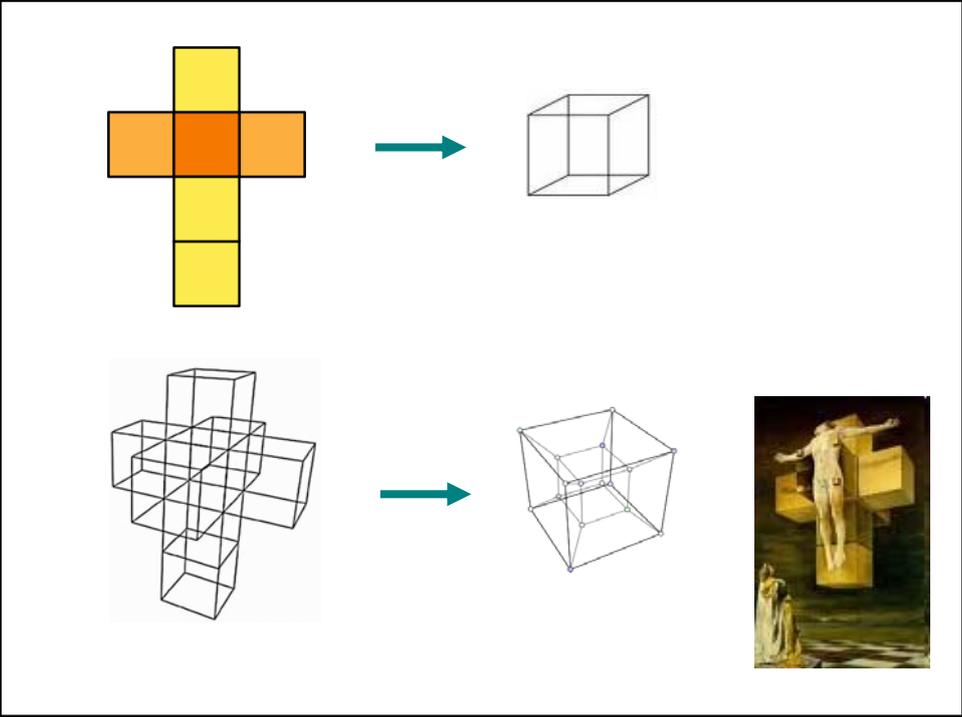
El Sacramento de la Eucaristía en la Última Cena

Hipercubo

Cubos de dimensión n

dimensión	Figura	Vértices	Aristas	Caras	Sólidos	Dim 4	Dim 5
1	segmento	2	1				
2	cuadrado	4	4	1			
3	cubo	8	12	6	1		
4	hipercubo	16	32	24	8	1	
5	hiper-hipercubo	32	80	80	40	10	1





Angeles Santos (1911 -)



Un mundo, 1929.

Jorge de Oteiza (1908 - 2003)



Circulación en oblicuo con tres vacíos Malevich, 1958.

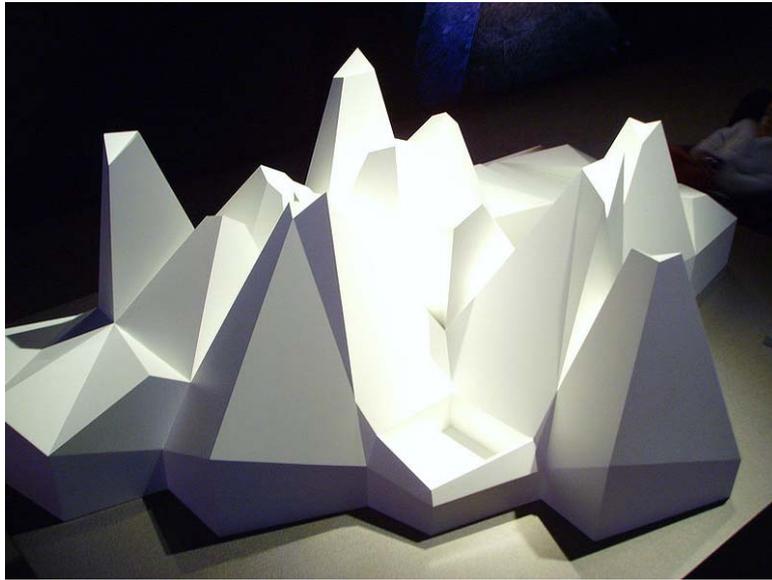


Yashuhiro Yamashita



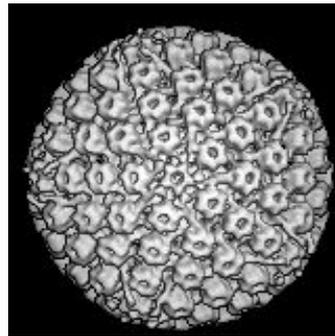
Campo Eliseo Poliédrico





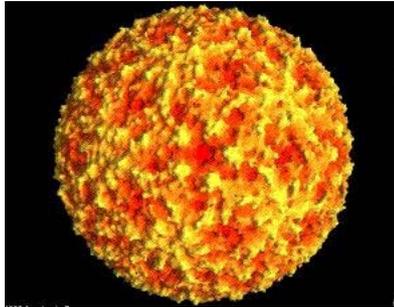
Maqueta del proyecto del Museo de Cantabria, de Mansilla y Tuñón,
Parque de Las Llamas de Santander.

Formas poliédricas en biología

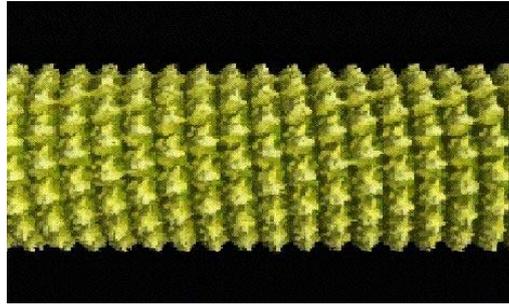


Virus herpes

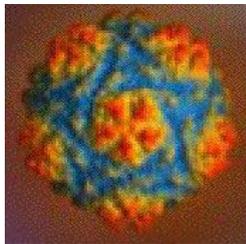
La teoría sobre la construcción de la estructura
poliédrica de los virus: Crick y Watson, 1956



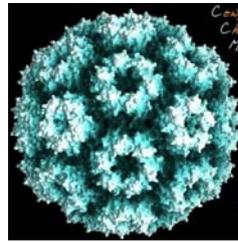
Virus de la fiebre aftosa
simetría icosaedra



Virus del mosaico del tabaco
simetría helicoidal

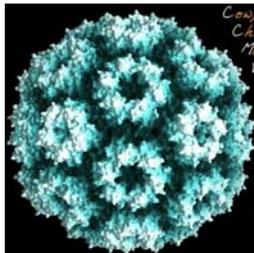


STNV

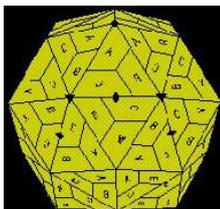
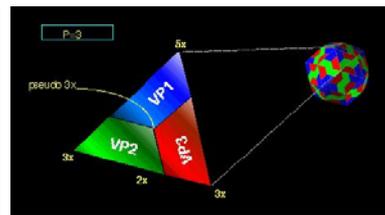


CCMV

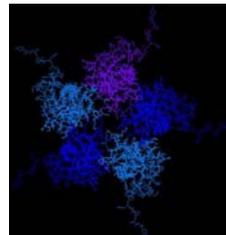
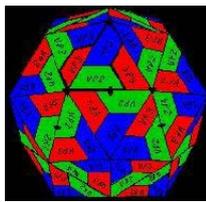
CCMV



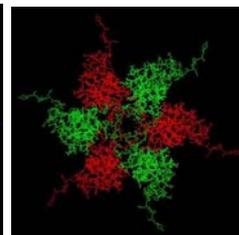
La cápside del CCMV consta de 180 subunidades protéicas



Estructura geométrica básica

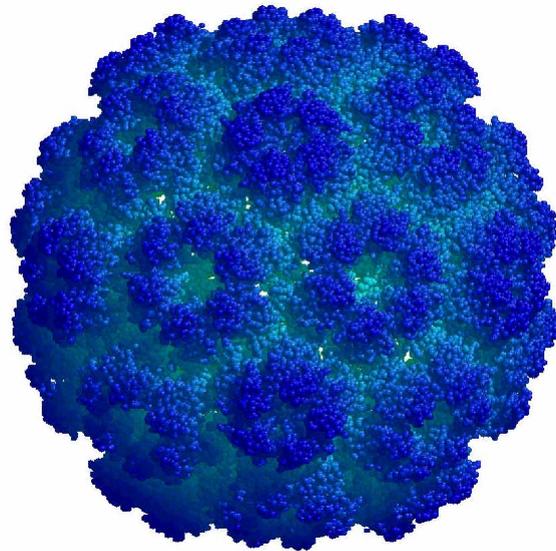


Pentámero

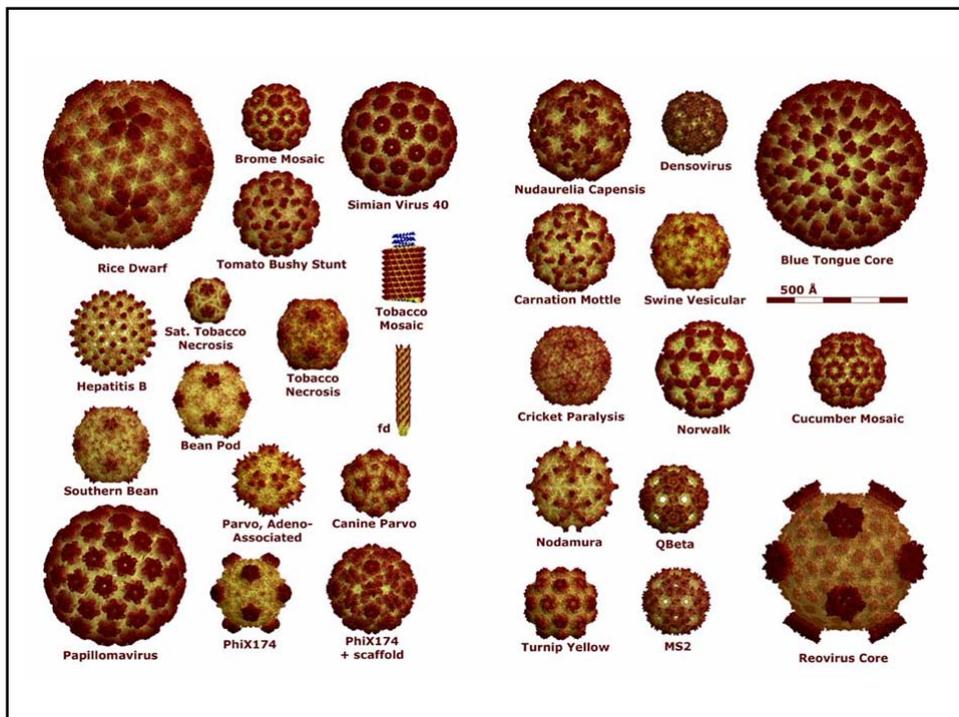


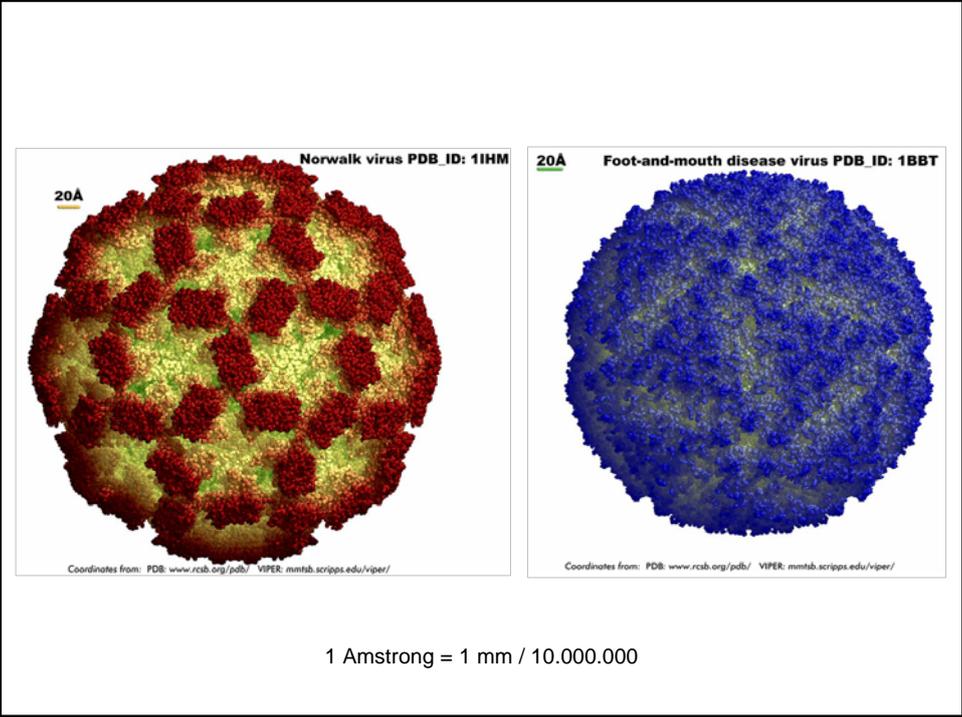
Hexámero

Brome mosaic virus PDB-ID: 1JS9



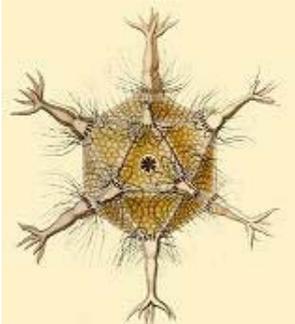
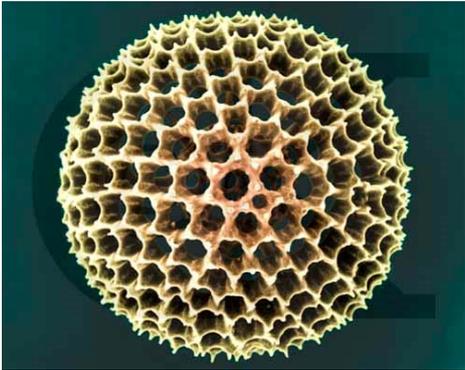
<http://www.virology.wisc.edu/virusworld/ictv8gallery.php>





Radiolarios

Protozoos ameboides que forman parte del zooplancton de los océanos. Se los encuentra como fósiles y se usan como indicadores de la evolución.



Circogonia icosahedra



Boca ventral de una raya



Áspid



Poliedros y cristalografía

Cubo → cristales de sal común

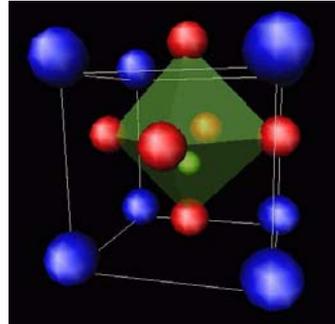
Tetraedro → cristales de sodio sulfantimoniato

Octaedro → alumbre de cromo

Dodecaedro → pirita

La dureza y las propiedades magnéticas, aislantes o conductoras de un material están relacionadas con la estructura poliédrica de las moléculas que lo forman.

En el análisis de las posibles estructuras poliédricas asociadas a los materiales, las propiedades algebraicas y geométricas pueden ayudar a entender algunas propiedades químicas o físicas de estos.

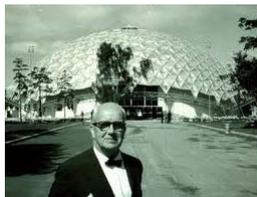


Perovskita ABX₃

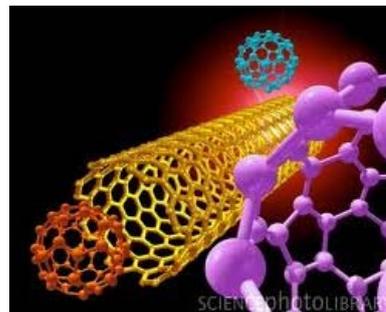
La disposición de cationes y aniones está relacionada con las propiedades magnéticas del material. La disposición de los enlaces en varias capas planas o en redes espaciales tiene que ver con la dureza del material considerado.
(catión = átomo o molécula con carga positiva, anión = con carga negativa)

Fullerenos

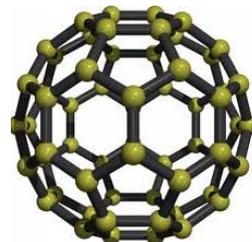
Richard Buckminster Fuller (1895 – 1983)



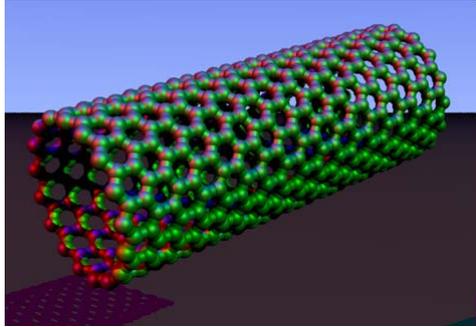
Expo 1967



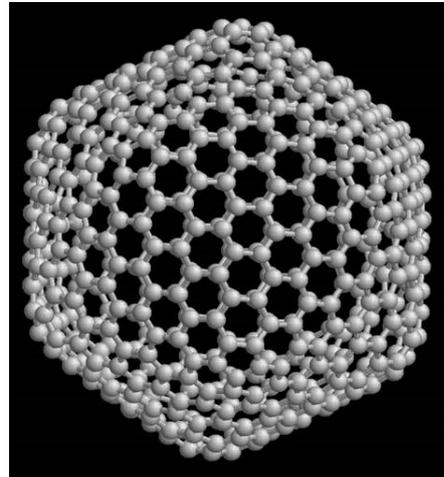
Montreal Biosphere



C₆₀ (Kroto, Smalley y Curl 1985)
Premio Nobel de Química 1996



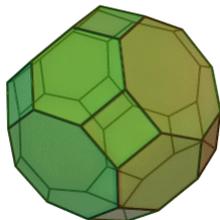
Nanotubo



C540

C70, C76, C78, C82, C84,
Superconductores

Un poliedro arquimediano



Cuboctaedro truncado

