

XII Escuela Miguel de Guzmán

Descubriendo los sentidos en Matemáticas

Taller

Como puede ayudar GeoGebra a desarrollar el nuevo currículo de Matemáticas

Ejemplo 2 : Rectas y puntos notables... sobresalientes con GeoGebra

Álvaro Fernández, José Luis Muñoz y Pablo Triviño

Ejemplo 2 : Rectas y puntos notables... sobresalientes con GeoGebra.

En las actividades creemos que es bueno **conjug**ar el **trabajo manipulativo** y el **trabajo con ordenador**.

Lo más importante : Razonar los conceptos y procesos que le dan verdadero sentido matemático.

La **manipulación** y la **digitalización complementan** el razonamiento matemático, no lo sustituyen.

En el ejemplo 1 la manipulación daba una primera comprensión de los patrones numéricos en los múltiplos.

Es absurdo hacer colorear al alumnado hojas de los múltiplos de todos los números. Vale con una o dos.

Después experimentaban con las herramientas digitales, en 1º de ESO en modo "espectador".

Dos cursos más tarde, en 3º de ESO, se les enseñaba o dirigía para ser los artífices de la construcción.

En este ejemplo todos los alumnos de la ESO hacen los trabajos manipulativo y digital por completo.

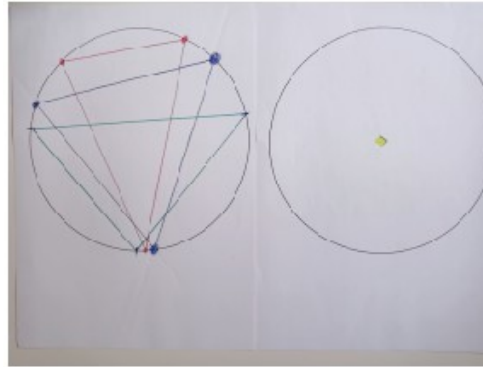
Cada persona hace un triángulo diferente, todos "emparentados" entre sí.

La **construcción manipulativa** desarrolla el sentido de la medida y el sentido espacial.

La **construcción digital** generaliza, y desarrolla el sentido espacial.

Cada alumno recorta
"su triángulo" a partir
de la misma circunferencia.

Mejor acutángulo para
que los centros sean interiores.



En una hoja recortamos el
centro de la circunferencia.

Comprobaremos al final que
todos los triángulos tienen un
circuncentro común



Medianas

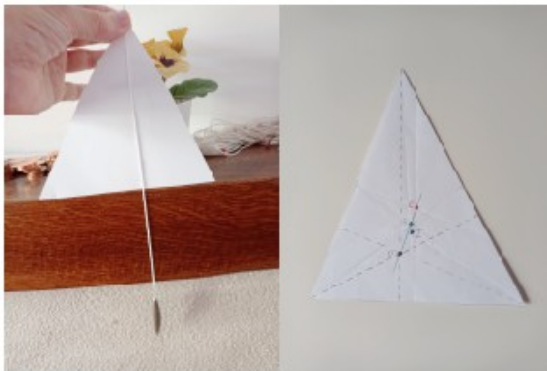
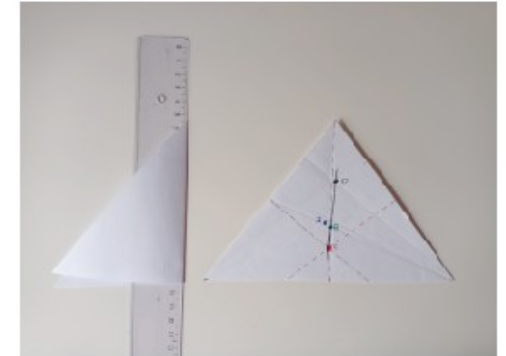
Con vértices
coincidiendo
doblamos por
punto medio

(Punto medio)

Hacemos
coincidir
dos vértices
y doblamos

Mediatrices

Con la regla
doblamos por
vértice y
punto medio

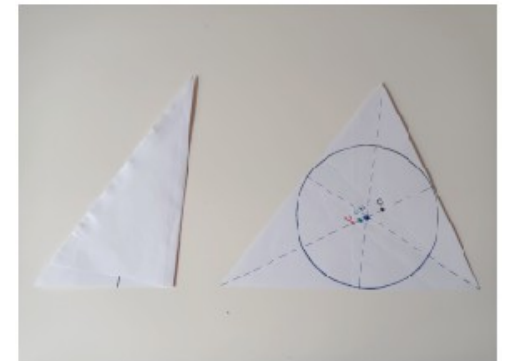


Alturas

Marcamos el punto
de la base dado
por la plomada,
luego doblamos

Bisectrices

Desde un vértice
doblamos haciendo
coincidir dos lados



Habitualmente la construcción de triángulos, especialmente en ESO, se ha hecho con "regla y compás".

Se puede hacer manualmente, de forma sencilla. ¿Y mayor sentido?

Las **mediatrices** y las **medianas** pasan en el punto medio de un segmento, el lado correspondiente.

Las **bisectrices** dividen cada ángulo en dos partes iguales, desde el vértice correspondiente.

Las **alturas** dividen el ángulo llano del lado opuesto a un vértice en dos ángulos rectos iguales.

En todo lo anterior, no solo hay razonamientos geométricos claros y palpables... **muy palpables**.

Se trabaja especialmente el **sentido de la medida**, comparando distancias y ángulos iguales.

El alumnado de 1º de ESO logra construir la **recta de Euler**. Casi todos, alguna excepción hay.

También hemos comprobado empíricamente una propiedad que siempre hemos aceptado... ¿sin pensarlo?.

Todos los triángulos que tienen los vértices en una misma circunferencia comparten un mismo circuncentro.

Geogebra nos ofrece la oportunidad de realizar la misma construcción con tres puntos móviles.

Esto es, podemos verlo en cualquier triángulo que se nos ocurra imagina: Comprobamos, no demostramos.

Vais a experimentar con los mismos recursos que utilizan nuestros alumnos en 1º de ESO.

Medianas y baricentro : <https://www.geogebra.org/m/dEV5qYNY#material/j3tzmzcv>

Alturas y ortocentro : <https://www.geogebra.org/m/dEV5qYNY#material/rsmphrpm>

Mediatrices y circuncentro : <https://www.geogebra.org/m/dEV5qYNY#material/rtfauqec>

Bisectrices e incentro : <https://www.geogebra.org/m/dEV5qYNY#material/cxeufmrb>

Y esta es la construcción terminada que mostramos a nuestros alumnos de 1º de ESO

<https://www.geogebra.org/m/dEV5qYNY#material/yzqhpgu>

Además, nuestros alumnos lo hacen sin verlo, este video de Pablo Triviño, puede servir de tutorial.

<https://mediateca.educa.madrid.org/video/gs882jxaoxf0h9j>

Para la Tarea D2 sólo mandaréis el primero, os aconsejamos jugar con todos.

Materiales para alumnos en esta actividad

Los capítulos 9 y 10 de CM 1º de ESO, intentan enseñar a construir geometría plana con GeoGebra.

En el capítulo 9 el alumno debe enseñar a su profesor el resultado final para seguir con otra actividad.

En el capítulo 10 la verificación es automática.

Guiamos los primeros pasos, luego damos autonomía.

Tema 9 : Elementos del plano

<p>CM1_9_1 Rectas, semirectas y</p>	<p>CM1_9_2_1 Ángulos</p>	<p>CM1_9_2_2 Ángulos y rectas paralelas</p>	<p>CM1_9_3 Paralelas</p>
<p>CM1_9_4 Mediatriz de un segmento</p>	<p>CM1_9_5 Recta perpendicular</p>	<p>CM1_9_6 Distancia entre punto y recta.</p>	<p>CM1_9_7 Bisectriz de un ángulo</p>
<p>CM1_9_8 Construcción con escuadra y cartabón</p>			

Tema 10 : Figuras planas elementales

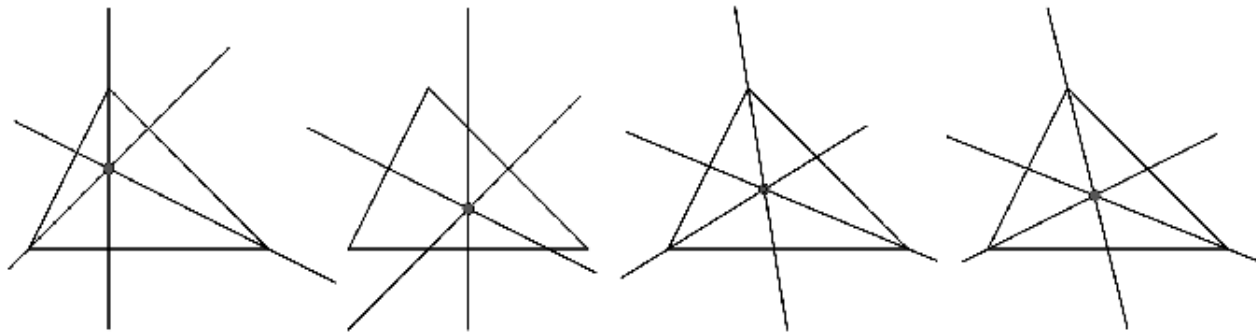
<p>CM1_10_1_0 Figuras planas elementales</p>	<p>CM1_10_1_1 Suma de los ángulos de un</p>	<p>CM1_10_1_2 Ortocent : Punto de corte de</p>	<p>CM1_10_1_3 Baricent : Punto de corte de</p>
<p>CM1_10_1_4 Circuncentro : Intersección de las</p>	<p>CM1_10_1_5 Incentro : Punto de corte de</p>	<p>CM1_10_1_6 Puntos y rectas notables de</p>	<p>CM1_10_1 Triángulos</p>
<p>CM1_10_2 Cuadrilátero</p>	<p>CM1_10_3_1 Polígono regular</p>	<p>CM1_10_3_2 Construi de polígonos</p>	<p>CM1_10_3_3 Construi de polígonos</p>
<p>CM1_10_4_1 La circunferencia y sus</p>	<p>CM1_10_4_2 Posicior relativas de un</p>	<p>CM1_10_4_3 Ángulos en una</p>	<p>CM1_10_4_4 Posicior relativas de una</p>
<p>CM1_10_4_5 Posicior relativas de dos</p>	<p>CM1_10_4_6 El círculo y las figuras</p>		

¿Es suficiente con esto?

Puede parecer que las personas que logran construir rectas y puntos notables tanto de forma manipulativa como de forma digital, y repetirlo sin que se les guíe han adquirido las competencias correspondientes.

Pero si se les plantea la siguiente pregunta :

8.- Pon bajo las figuras el nombre de las rectas notables y centro correspondiente:



No son capaces de responder correctamente. Sólo un 10% en 1º ESO y un 35% en 3º ESO.

La edad, sobre todo mental, es un elemento importante : La generalización se alcanza con la edad.

Aprenden "como hacerlo" pero no son capaces de identificarlo si les enseñan lo hecho por otras personas.

¿Podemos decir que son "competentes" trazando rectas y puntos notables? Quizás sí, es opinable.

¿Podemos decir que han captado el sentido matemático que subyace? Mi opinión es que no.

¿Qué sentidos matemáticos hemos utilizado en esta actividad?

La actividad se ha diseñado para 1º de ESO, puede repetirse en cursos posteriores de la ESO.

O realizarse en Bachillerato si no lo han hecho anteriormente.

Creemos que la parte manipulativa es muy adecuada también para Primaria.

Gran idea sobre sentido espacial	Infantil	Primaria	ESO	Bachillerato
Figuras geométricas de dos y tres dimensiones		SÍ	SÍ	SÍ
Localización y Sistemas de representación				
Movimientos y Transformaciones				
Visualización, razonamiento y modelización geométrica		SÍ	SÍ	SÍ

Gran idea sobre sentido de la medida	Infantil	Primaria	ESO	Bachillerato
Magnitud				
Medición		SÍ	SÍ	SÍ
Estimación y relaciones		SÍ	SÍ	
Cambio				

El sentido socio afectivo se trabaja al menos de estas dos formas:

Primero, mediante la colaboración de todos con todos. Los más rápidos ayudan a otros.

Segundo, facilitando al alumnado la comprensión de conceptos geométricos "tradicionalmente difíciles".

Algunos recursos análogos

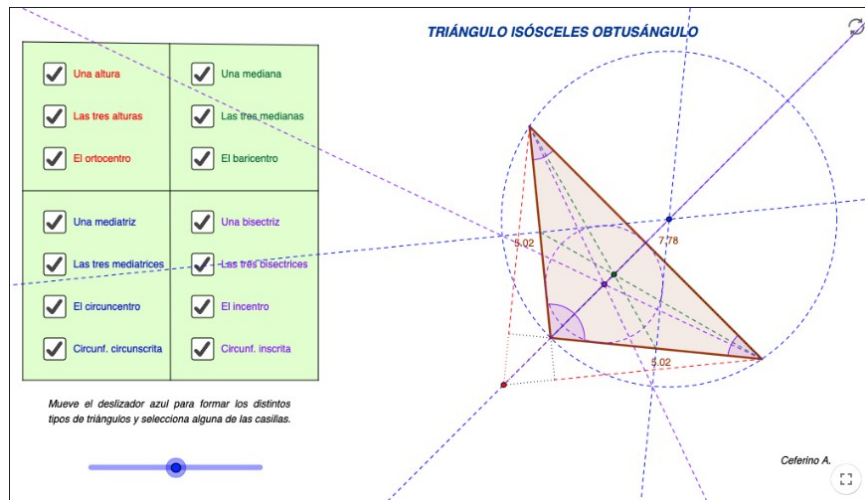
Nuestra compañera **Maríel García Montenegro** realiza la **actividad manipulativa** de forma algo diferente.

En 1º Bach propone a sus alumnos encontrar el centro de una circunferencia dados tres puntos suyos.

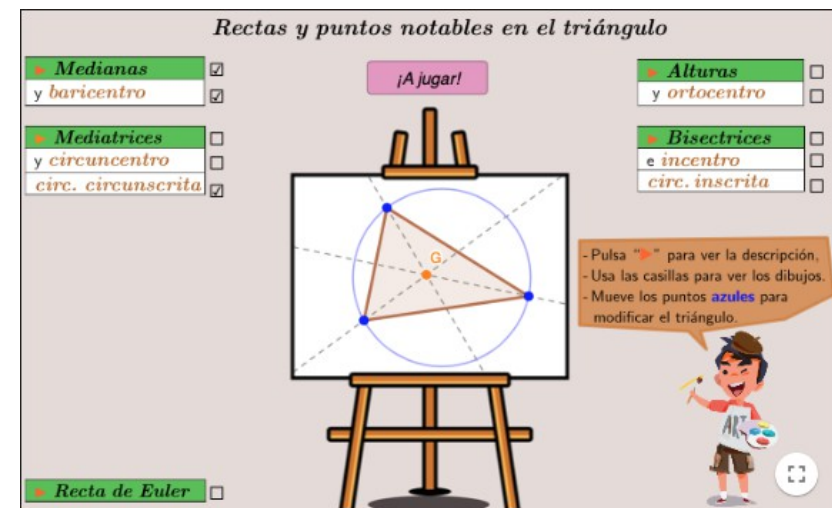
Podéis ver varios videos al respecto en su canal :

<https://www.youtube.com/channel/UCPPVbYzUYGHW8jZ59bFcGeQ/videos>

Muchas personas tienen construcciones GeoGebra parecidas a las que hemos visto. Un par de ejemplos :



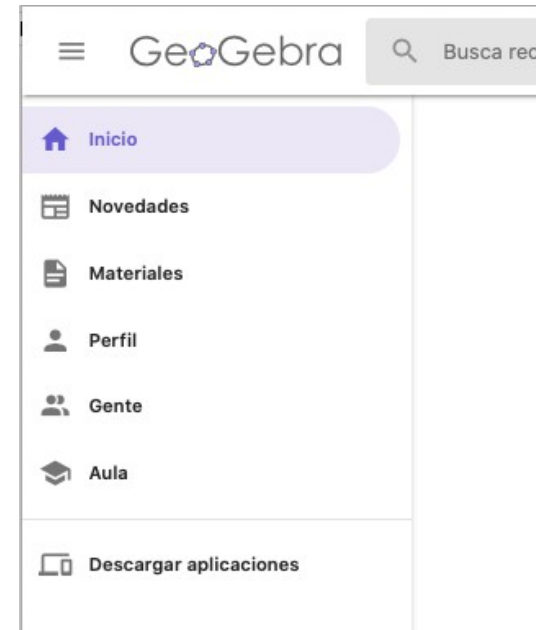
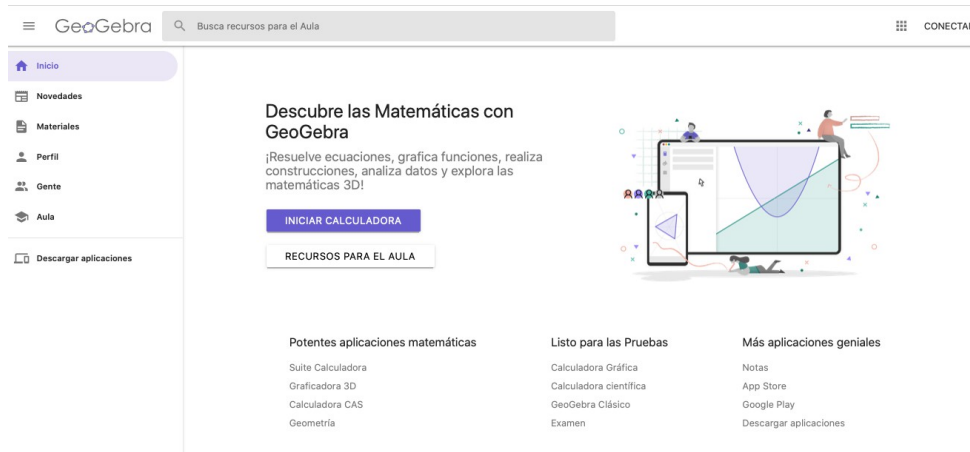
Ceferino A. : <https://www.geogebra.org/m/Rc6Ex9C8>



Javier Cayetano : <https://www.geogebra.org/m/kt2tbnjd>

Ambos autores tienen libros GeoGebra de Primaria, ESO y Bachillerato

Para hacer la tarea pulsa en "Aula" (Classroom) de la página de GeoGebra (<https://www.geogebra.org>)



**Ingresa el código
ZYYK CDTV**



**Introduce tu usuario
(guarda lo que hagas)**

**o tu nombre
(cada vez que entras
empiezas de nuevo)**

