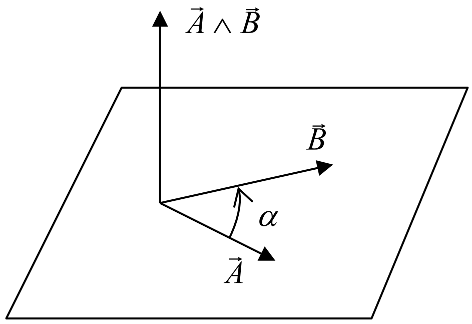
UNIDADES Y DIMENSIONES

DIMENSIONES FUNDAMENTALES	longitud (L)	masa (M)	tiempo (T)
UNIDADES	metro (m)	Kilogramo (kg)	segundo (s)

3. VECTORES

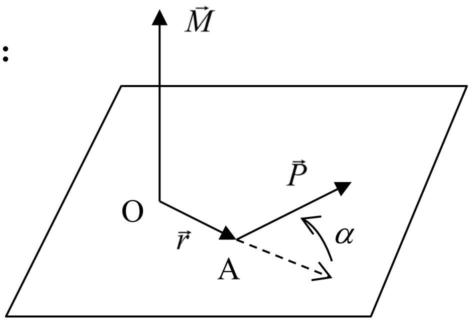
Producto escalar: $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \cos\alpha = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$ (α: ángulo que forman)

Producto vectorial: $\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$



$|\vec{A} \wedge \vec{B}| = |\vec{A}|\,|\vec{B}| \operatorname{sen}\alpha$

Momento de un vector $\vec{P}$ respecto a un punto O:



$\vec{M}_O\vec{P} = \overline{OA} \wedge \vec{P} = \vec{r} \wedge \vec{P}$

Derivada de un vector respecto al tiempo: $\dfrac{d\vec{A}}{dt} = \dfrac{dA_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dA_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dAz}{dt}\vec{k}$

4. CINEMÁTICA

MRU:	$x(t) = x_0 + v\,t$	v = cte	$a = 0$
MRUA:	$x(t) = x_0 + v_0\,t + 1/2\,a\,t^2$	$v(t) = v_0 + a\,t$	a = cte

MCU:	$\theta(t) = \theta_0 + \omega\,t$	ω = cte	$\alpha = 0$
MCUA:	$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0\,t + 1/2\,\alpha\,t^2$	$\omega(t) = \omega_0 + \alpha\,t$	α = cte
MAS	$x(t) = x_0 + A\cos(\omega\,t + \varphi)$	$v(t) = -A\,\omega\,v_0 \operatorname{sen}(\omega\,t + \varphi)$	$a = -\omega^2 x$

5. MOVIMIENTO RELATIVO

$\overrightarrow{v_{AC}} = \overrightarrow{v_{AB}} + \overrightarrow{v_{BC}}$

6. DINÁMICA

$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{ma}$

Centro de masas: $x_{\mathrm{CM}} = \dfrac{\sum x_i m_i}{\sum m_i}$ $\quad y_{\mathrm{CM}} = \dfrac{\sum y_i m_i}{\sum m_i}$

Colisiones, conservación del momento lineal:

$\vec{F} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$ $\Rightarrow$ en todo sistema aislado $\vec{p}_{\mathrm{Total}} = \mathrm{cte}$

Si el choque es elástico se conserva además la energía cinética.

7. ENERGÍA

Trabajo desarrollado por una fuerza: $W = \vec{F} \cdot \vec{e}$ (e: desplazamiento)

Trabajo de rotación: $W = M\ \theta$ (θ: ángulo barrido)

Energía cinética traslación:	$E_{\mathrm{c}} = 1/2\ m\ v^2$
Energía cinética rotación:	$E_{\mathrm{cR}} = 1/2\ I\ \omega^2$
Energía potencial gravitatoria:	$E_{\mathrm{P}} = m\ g\ h$
Energía potencial elástica:	$E_{\mathrm{Pel}} = 1/2\ k\ x^2$

8. DINÁMICA DEL SÓLIDO

Analogía entre las expresiones de dinámica de traslación y de rotación:

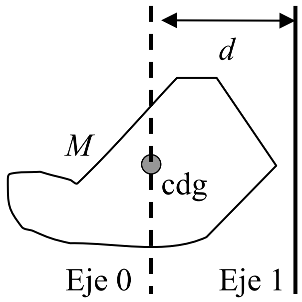
Posición	Velocidad	Aceleración	Masa	Fuerza	Mom. lineal	Trabajo	Energía cinética
x	$v = \mathrm{d}x / \mathrm{d}t$	$a = \mathrm{d}v / \mathrm{d}t$	m	$F = m\,a$	$p = m\,v$	$W = F\;e$	$Ec = mv^2/2$
Ángulo girado	Vel. angular	Acel. angular	Mom. inercia	Mom. par	Mom. angular	Trabajo	En. cin. rotación
θ	$\omega = \mathrm{d}\theta\,/\,\mathrm{d}t$	$\alpha = \mathrm{d}\omega / \mathrm{d}t$	I	$M = I\,\alpha$	$L = I\,\omega$	$W = M\,\theta$	$Ec = I\omega^2/2$

Momentos de inercia: $I = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 \mathrm{d}m$

Cuerpo homogéneo	*Eje*	*I*
Varilla	Transversal por su centro	$1/12\ M\,l^2$
Disco	Normal por su centro	$1/2\ M\,R^2$
Anillo	Normal por su centro	$M\,R^2$
Rectángulo	Normal por su centro	$1/12\ M\,(a^2+b^2)$
Esfera	Coincidiendo con su diámetro	$2/5\ M\,R^2$
Cilindro	Coincidiendo con su altura	$1/2\ M\,R^2$

Teorema de Steiner: el momento de inercia de un cuerpo respecto a un eje cualquiera, I_1, es igual a:

$$I_1 = I_0 + M\,d^2$$



I_0 es el mom. de inercia respecto a un eje paralelo al considerado que pasa por su centro de gravedad, M la masa del cuerpo y d la distancia entre ambos ejes.

Resolución de un problema de estática para un cuerpo:

1. Dibujar todas las fuerzas **sobre el cuerpo** cuyo equilibrio estemos estudiando.
2. Escribir las condiciones de equilibrio estático: $\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_{\mathrm{O}} = 0$
3. Resolver las ecuaciones (máximo tres incógnitas).

Nota: O es el punto que se elige para hallar los momentos de las fuerzas, y puede ser cualquier punto del plano. Si hubiera más de un cuerpo habría que repetir el proceso para el resto de cuerpos.

Los problemas de dinámica se resuelven como los de estática, sólo que en este caso:

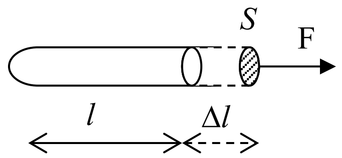
$$\sum F = ma \qquad \sum M = I\alpha$$

Conservación del momento angular:

$$\vec{M} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \text{en ausencia de momentos: } \vec{L}_{\mathrm{Total}} = I\vec{\omega} = \text{cte}$$

Elasticidad:

Tracción o contracción: $E_{\mathrm{rotura}} = F_{\mathrm{MAX}} \,/\, S$



$$\Delta l = \frac{lF}{E\,S} \qquad \text{si } \Delta l <<$$

(E: módulo de Young)

9. FLUIDOS

Ecuación fundamental hidrostática: $P = \rho\, g\, h$

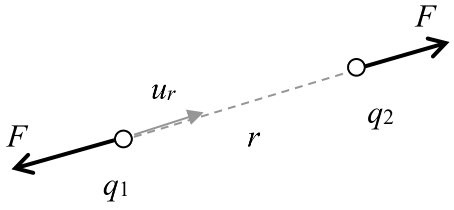
Empuje: $E = m_{\mathrm{desalojada}}\, g = \rho_{\mathrm{líquido}}\, V_{\mathrm{cuerpo}}\, g$

Conservación de la energía: $\boldsymbol{P + 1/2\, \rho\, v\char`^2 + \rho g h = cte}$

1. INTERACCIÓN ELÉCTRICA

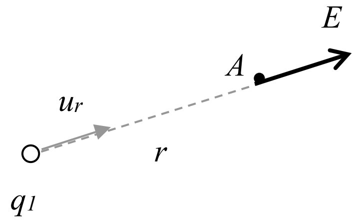
Fuerza ente dos cargas: $\vec{F} = k\,\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\,\vec{u}_r$

Energía potencial: $U = k\,\dfrac{q_1 q_2}{r}$



Campo creado por una carga: $\vec{E}(A) = k\,\dfrac{q_1}{r^2}\,\vec{u}_r$

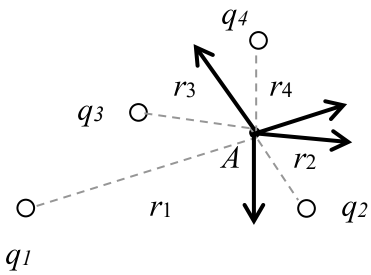
Potencial: $V(A) = k\,\dfrac{q_1}{r}$



Campo creado por un sistema de cargas:

$$\vec{E}(A) = \sum_i \vec{E}_i(A) = \sum_i k\,\frac{q_i}{r_i^2}\,\vec{u}_{ri}$$

Potencial: $V(A) = \sum_i V_i\,(A) = \sum_i k\,\dfrac{q_i}{r_i}$



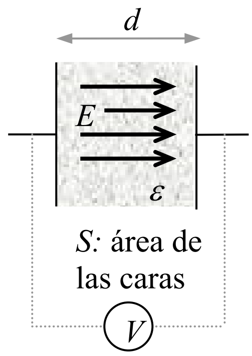
Relación campo-potencial: $\vec{E} = -\,\mathrm{grad}\ V = -\left(\dfrac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \dfrac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \dfrac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$

2. CAMPO ELÉCTRICO EN LA MATERIA

Capacidad de un condensador: $C = \dfrac{Q}{V}$

Condensador de caras plano-paralelas

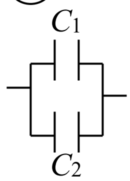
- Campo: $E = \dfrac{Q}{\varepsilon\, S} = \dfrac{V}{d}$
- Capacidad: $C = \dfrac{\varepsilon\, S}{d}$

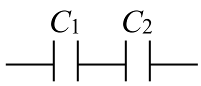


Energía en un condensador = ½ CV^2 = ½ Q^2/C = ½ QV

Asociación de condensadores

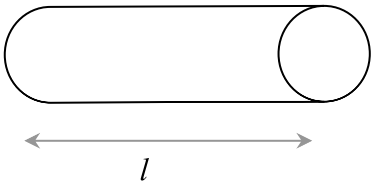
- Paralelo $C_T = C_1 + C_2$, $V_T = V_1 = V_2$, $Q_T = Q_1 + Q_2$
- Serie $\dfrac{1}{C_T} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}$, $V_T = V_1 + V_2$, $Q_T = Q_1 = Q_2$





3. CORRIENTE ELÉCTRICA

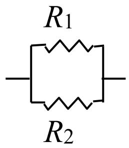
Resistencia eléctrica $R = \rho \dfrac{l}{S}$



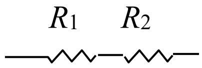
S: sección

Asociación de resistencias

Paralelo $\dfrac{1}{R_T} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$, $V_T = V_1 = V_2$, $i_T = i_1 + i_2 + \ldots$



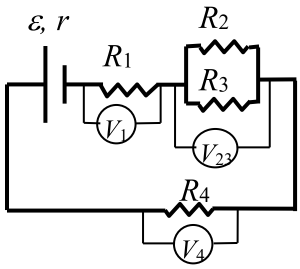
Serie $R_T = R_1 + R_2 + \ldots$, $V_T = V_1 + V_2$, $i_T = i_1 = i_2$



Potencia eléctrica
- Potencia suministrada* por una batería: $P = \varepsilon\, i$
- Potencia consumida en una resistencia: $P = V\, i = i^2 R = V^2/R$

Ley de Ohm

- Circuitos de una malla: la fuerza electromotriz de la fuente se consume en las diversas resistencias (conservación de la energía).



$$\boxed{\varepsilon = ir + V_1 + V_{23} + V_4 = ir + iR_1 + iR_{23} + iR_4}$$

Intensidad por la fuente, R_1 y R_4:

$$i = i_1 = i_4 = \frac{\varepsilon}{r + R_1 + R_{23} + R_4}$$

Intensidad por R_2 y R_3: $i_2 = \dfrac{V_{23}}{R_2}$ $\quad i_3 = \dfrac{V_{23}}{R_3}$

- Circuitos con varias mallas:

1. Ley mallas: en cada malla la fuerza electromotriz de las baterías se consume en las resistencias (conservación de la energía). $\sum_k \varepsilon_k = \sum_j i_j R_j$
2. Ley nudos: la suma de las intensidades que entran al nudo es igual a la suma de las intensidades que salen de él (conservación de la carga). $\sum_k i_k = 0$

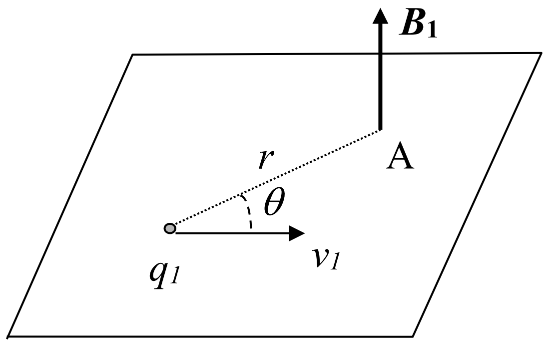
---

* absorbida cuando la corriente va en sentido contrario

4. INTERACCIÓN MAGNÉTICA

Fuerza magnética que sufre q_2 en A debida a q_1:

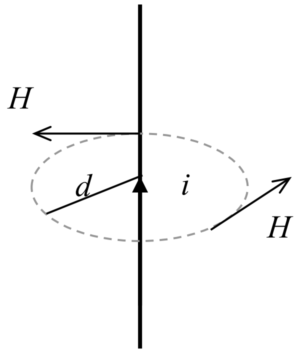
$$\vec{F}_{12} = q_2\left(\vec{v}_2 \wedge \vec{B}_1\right) = \frac{\mu_0}{4\pi} q_1 q_2 \left(\vec{v}_2 \wedge \frac{\left(\vec{v}_1 \wedge \vec{r}\right)}{r^3}\right)$$



Campo creado por un conductor recto e infinito:

Excitación magnética: $H = \dfrac{i}{2\pi\, d}$

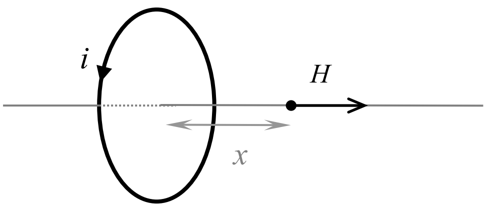
Inducción magnética: $B = \mu\, H$



El campo siempre es perpendicular al conductor y tangente a la circunferencia. El sentido se obtiene por la regla de la mano dcha.

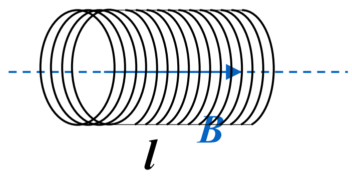
Campo creado por una espira en un punto de su eje a distancia *x*:

$$H = \frac{i\, R^2}{2\,(R^2 + x^2)^{3/2}}$$



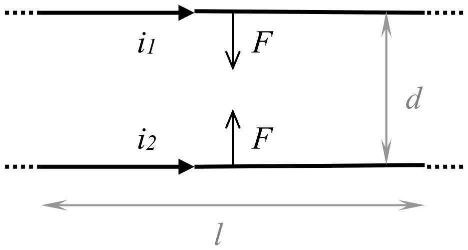
R: radio de la espira
El sentido se obtiene por la regla de la mano dcha.

Campo en el interior de un solenoide: $B = \dfrac{N\mu i}{l}$



Fuerza entre dos regiones de longitud *l*, de conductores paralelos e infinitos:

$$F = \mu \frac{i_1\, i_2\, l}{2\pi\, d}$$



Las corrientes de igual sentido se atraen. Las de sentido contrario se repelen.

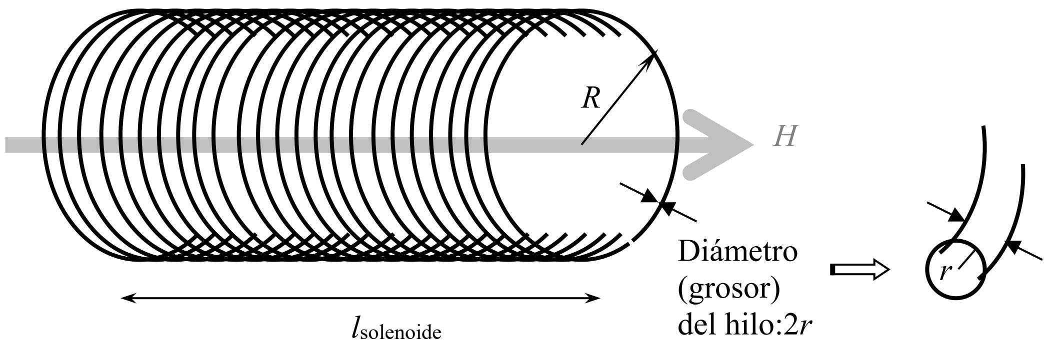
6. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

Flujo del campo magnético a través de una superficie S: $\phi = \vec{B}\,\vec{S}$

Momento magnético de una bobina: $\vec{m} = N\,i\,\vec{S}$

F.e.m inducida por un campo externo variable: $\varepsilon = -NS_{\text{espira}}\dfrac{\mathrm{d}B_{\text{ext}}}{\mathrm{d}t}$

Solenoide de *N* espiras recorrido por una corriente *i*



Características del solenoide

- Resistencia eléctrica: $\text{Res} = \dfrac{\rho\, l_{\text{hilo}}}{S_{\text{hilo}}} = \dfrac{\rho\, N 2\pi R}{\pi r^2}$
- Autoinductancia: $L = \mu\dfrac{N^2\, S_{\text{espira}}}{l_{\text{solenoide}}} = \mu\dfrac{N^2\,\pi R^2}{l_{\text{solenoide}}}$

Campo y flujo en su interior

- Excitación magnética: $H = \dfrac{N\,i}{l}$
- Inducción magnética: $B = \mu H$
- Flujo: $\phi = N\,B\,S_{\text{espira}} = L i$

7. CORRIENTE ALTERNA

Voltaje instantáneo: $V_{\text{inst}} = V_{\max}\ \text{sen}(\varpi t)$ Voltaje eficaz: $V = \langle V_{ins}^2 \rangle = \dfrac{V_{\max}}{\sqrt{2}}$

Intensidad instantánea: $i_{\text{inst}} = i_{\max}\ \text{sen}(\varpi t + \phi)$ Intens. eficaz: $i = \langle i_{ins}^2 \rangle = \dfrac{i_{\max}}{\sqrt{2}}$

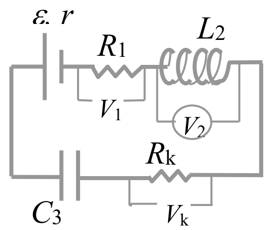
Los valores eficaces son las magnitudes que miden los aparatos.

Circuitos de corriente alterna

Para emplear los métodos de c. continua, se usan fasores complejos para el voltaje, $\mathcal{V}$, y la intensidad, $\mathcal{I}$, y se sustituye R por la impedancia compleja $\mathcal{Z} = R + j\ (L\omega - 1/C\omega)$

Ley de Ohm: $\mathcal{V} = \mathcal{I}\mathcal{Z}$; Serie: $\mathcal{Z} = \sum_i \mathcal{Z}_i$ Paralelo: $\dfrac{1}{\mathcal{Z}} = \sum_i \dfrac{1}{\mathcal{Z}_i}$

Caso especial: circuito con R, L y C en serie



Impedancia: $Z = \sqrt{\left(\sum_k R_k\right)^2 + \left(\sum_k \left[L_k\omega - \dfrac{1}{C_k\varpi}\right]\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \dfrac{1}{C\varpi}\right)^2}$

Ley de Ohm: $V = i\,Z$, $V_k = i\,Z_k$, $V \neq \sum_k V_k$

Frecuencia de resonancia: $f\_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$

Desfase ϕ: $\cos\phi = \dfrac{R}{Z}$ (factor de potencia)

Potencia consumida: $P = i^2R = i^2\,Z\cos\phi = i\,V\cos\phi$

8. ONDAS

Descripción de la onda:

$$y(x) = A \operatorname{sen}\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

Efecto Doppler:

$$\boxed{f' = \frac{v + v_{\mathrm{O}}}{v - v_{\mathrm{E}}} f}$$

v_0, v_{E} positivos para movimientos del observador o del emisor hacia el otro, y negativos en caso contrario

9. INTRODUCCIÓN A LA TERMODINÁMICA

Dilatación lineal:	$l_t = l_0(1 + \alpha t)$
Dilatación superficial:	$S_t = S_0(1 + \alpha t)^2 \cong S_0(1 + 2\alpha t)$
Dilatación cúbica:	$V_t = V_0(1 + \alpha t)^3 \cong V_0(1 + 3\alpha t)$
Dilatación de líquidos:	$V_t = V_0(1 + Kt)$

Ecuación de los gases perfectos:

$$\boxed{PV = nRT = \frac{m}{A} RT}$$

10. PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

Calor que cede o absorbe un cuerpo al cambiar de fase: $Q = m\, c_L$

Calor que cede o absorbe al cambiar su temperatura: $Q = m\, c_e (T_{\mathrm{f}} - T_0)$

El cuerpo no cambia de temperatura hasta que todo él se encuentra en una misma fase.

11. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

	Ecuación	Q	W	$\Delta U = Q + W$
PROCESO ISÓBARO P constante	$V/T = cte$	$nC_p(T_2 - T_1)$	$-P(V_2 - V_1)$	$n\,C_V(T_2 - T_1)$
PROCESO ISÓCORO V constante	$P/T = cte$	$nC_V(T_2 - T_1)$	0	$n\,C_V(T_2 - T_1)$
PROCESO ISOTERMO T constante	$PV = cte$	$nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$	$-nRT\ln\frac{V_2}{V_1}$	0
PROCESO ADIABÁTICO $Q = 0$	$TV^{\gamma-1} = cte$ $PV^{\gamma} = cte$ $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = cte$	0	$nC_V(T_2 - T_1)$ $= \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$	$n\,C_V(T_2 - T_1)$