FÍSICA I

Bloque I

INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA

- Aspectos fundamentales
- Vectores

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

Tema 1. La Física

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

1 ¿Qué es la Física?

Ciencia que estudia los componentes fundamentales de la materia y sus interacciones.

- Trata de ofrecer una modelización matemática
- Se basa en la observación y la experimentación

Aporta a la ingeniería

- Marco conceptual
- Técnicas y avances

2 Estructura de la materia

Partículas elementales

forman la materia y
no se pueden dividir con los medios actuales

Leptones: electrones, neutrinos, muones

Quarks: forman los protones, neutrones, mesones (hadrones)

+ antipartículas

+ partículas de intercambio (fotón, W y Z, gluones)

+ bosón de Higgs (origen de la masa)

Las más importantes para la estructura de la materia son:

electrones, protones y neutrones

Átomos

Neutrones, electrones y protones se combinan para formar átomos.

Átomo: unidad menor de unelemento químico que conserva sus propiedades.

Corteza de electrones: carga negativa, 10^{-10} m

Fuerza electromagnética

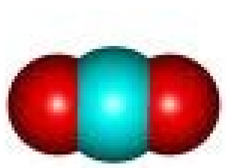
Núcleo: carga positiva, 10^{-15} m, casi toda la masa (fuerza fuerte)

Cada elemento se caracteriza por su número de protones.

Moléculas

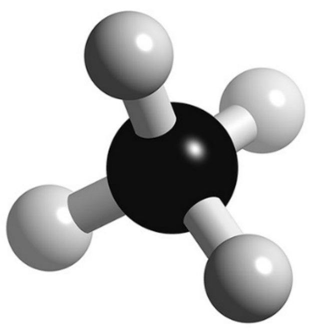
Los átomos suelen agruparse en moléculas (o redes).

Los electrones externos se mueven entre los distintos núcleos.

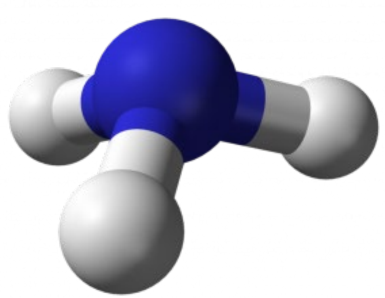


CO_2

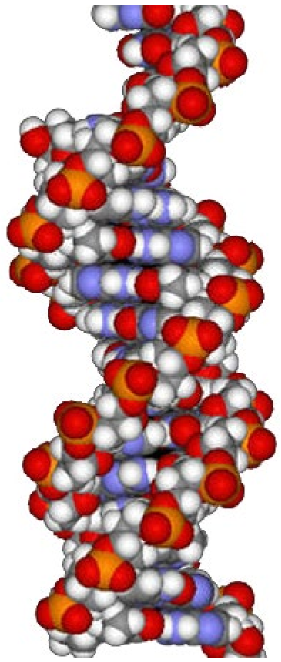
H_2O



CH_4



NH_3



ADN

Estados de la materia

Sólido: los átomos se sitúan en posiciones fijas de una red periódica 10^{-10} m
Forma y volumen casi constantes

Líquido: las distancias intermoleculares son similares a los sólidos
Los enlaces se crean y destruyen >> Volumen casi constante

Gas: las distancias intermoleculares son mayores y las fuerzas menores
No conservan forma ni volumen

Plasma: partículas positivas y negativas desligadas

3 Interacciones fundamentales

Interacción	Intensidad relativa	Alcance	Propiedad	Bosón mediador	Fenómenos
Gravitatoria	10^{-38}	∞	masa	¿Gravitón?	Galaxias… planetas
Nuclear fuerte	1	10^{-15} m	carga color	gluón	Estabilidad del nucleo
Nuclear débil	10^{-14}	10^{-18} m	carga débil	bosón débil	Desintegración radiactiva
Electro-magnética	10^{-2}	∞	carga eléctrica	fotón	Átomos… materia

Interacciones fundamentales

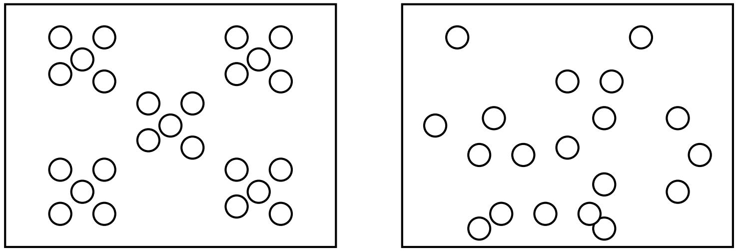
Ej. La interacción gravitatoria entre un electrón y un protón es despreciable frente a su interacción electromagnética. Sin embargo, el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra (ambas formadas esencialmente por protones y electrones) se describe utilizando la interacción gravitatoria.
¿Por qué no se considera la interacción electromagnética?
¿Y por qué se desprecia la fuerza nuclear fuerte entre sus protones?

Ej. ¿Por qué los protones del núcleo de los átomos no se separan si son cargas positivas que se repelen?

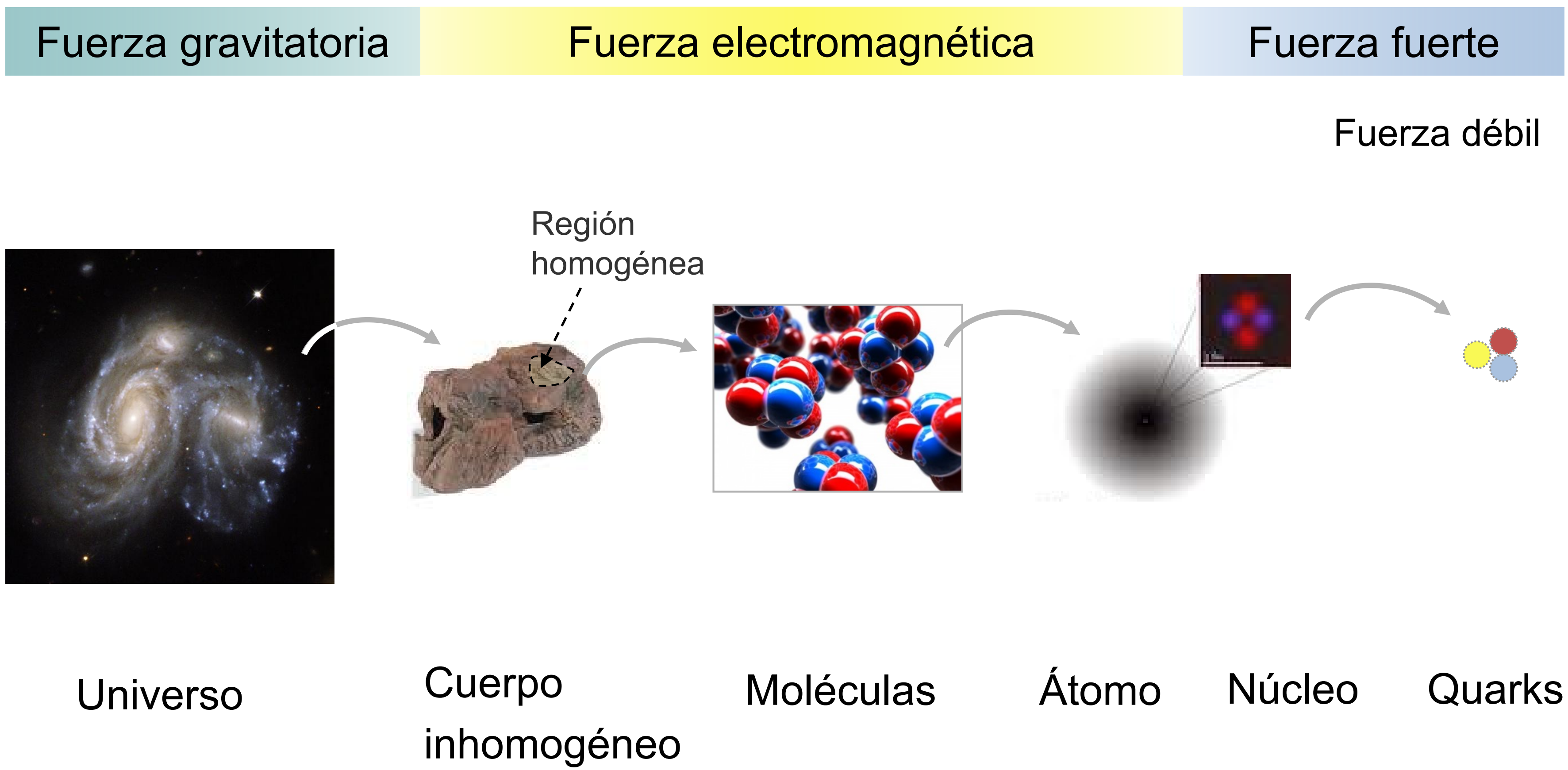
Interacciones fundamentales

Ej. Sea un átomo de hidrógeno formado por un protón y un electrón.
¿Sigue siendo hidrógeno si se le quita el electrón?
¿Y si en lugar de uno tiene dos electrones?
¿Y si tiene un protón, un neutrón y un electrón?
¿Y dos protones, un neutrón y un electrón?
¿Y dos neutrones y un protón?

Ej. Sean dos cuerpos cuya estructura interna se muestra en la figura.
¿Cuál de ellos será anisótropo?



Resumen



Fuerza gravitatoria
Fuerza electromagnética
Fuerza fuerte
Fuerza débil
Región homogénea
Universo
Cuerpo inhomogéneo
Moléculas
Átomo
Núcleo
Quarks

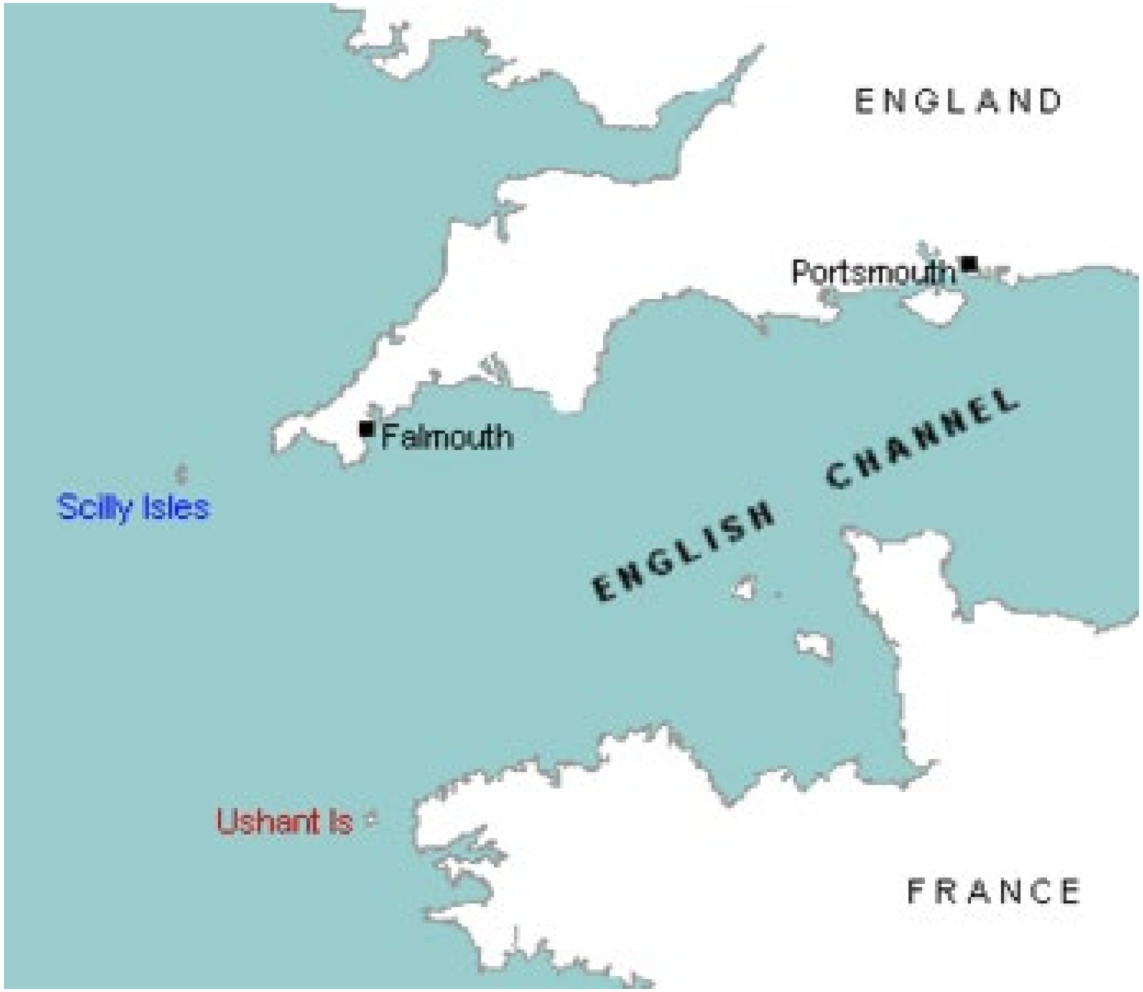
BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	9. Sólidos 10. Fluidos

Tema 2. Medición

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

22 de octubre de 1707: desastre de las islas Sorlingas (Scilly isles)



1 ¿Qué es medir?

La definición de una magnitud debe incluir cómo medirla

Medir significa comparar con un patrón o unidad

¿Se necesita una unidad para cada magnitud?

$$\text{En Mecánica basta con} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Masa} & \text{kg} \\ \text{Longitud} & \text{m} \\ \text{Tiempo} & \text{s} \end{array} \right\} \text{SI}$$

Ecuación de dimensiones

Ej. Un alumno duda entre dos expresiones para la fuerza centrífuga:

$$F = m\frac{v^2}{R} \qquad F = m\,\omega^2 R$$

¿Cuál es dimensionalmente incorrecta?

Ej. Demostrar que a todas estas formas de expresar una energía les corresponde la misma ecuación dimensional.

Energía cinética $\quad E_c = \frac{1}{2} m\, v^2$

Energía potencial gravitatoria $\quad E_p = m\, g\, h$

Trabajo termodinámico $\quad W = p V$

Importancia de las unidades

Vuelo 143 de Air Canada

El 23-7-1983 un Boeing 767 se quedó sin combustible a 12.500 m de altitud.

Planeó hasta una antigua base de la Fuerza Aérea *(llena de gente acampada)*.

Calcularon mal el combustible (usaron libras por kg, 1 lb = 0.45 kg). Además, estaba estropeado el sistema que mide el nivel de combustible.

2 Errores en la medida

Toda medida implica cierta incertidumbre

Se debe alterar lo menos posible el sistema a medir

Error: diferencia entre la medida y el valor verdadero

Incertidumbre: estimación del error

desconocido

Error estadístico: fluctúa en una serie de medidas precisión

Error sistemático: fijo en una serie de medidas exactitud

3 Precisión de un experimento

Una medida: error del instrumento Δx_{ins}

Varias medidas:

Estimación

Valor verdadero: $$\langle x \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Fluctuaciones: $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \langle x \rangle \right)^2}$$

Error: $$\Delta x_{\text{exp}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \langle x \rangle \right)^2}$$

Resultado: $$\boxed{\langle x \rangle \pm \Delta x}$$

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{exp}}^2 + \Delta x_{\text{ins}}^2}$$

Precisión de un experimento

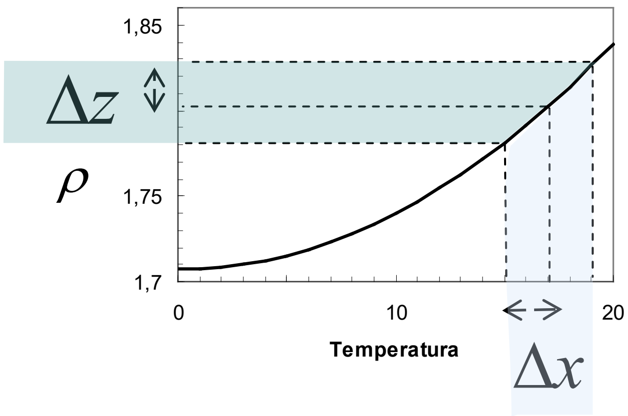
Ej. Se mide la masa de un objeto: Precisión balanza: 1 g

Masa (g)	125	124	123	125	126	122

Estimar la masa con su error absoluto y relativo.

4 Propagación de errores

Magnitud obtenida de una gráfica



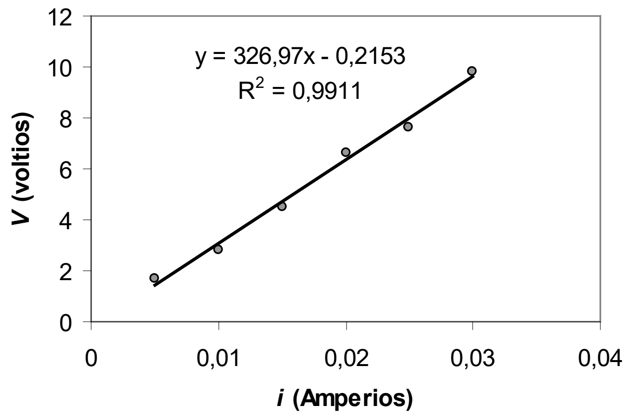
$$\Delta z = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{2}$$

Medidas indirectas

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|\Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|\Delta y + \left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|\Delta z$$

Ajuste por mínimos cuadrados

$$y = mx + c$$



Propagación de errores

Se mide el lado de una superficie cuadrada. Estimar el valor de la superficie con su error.

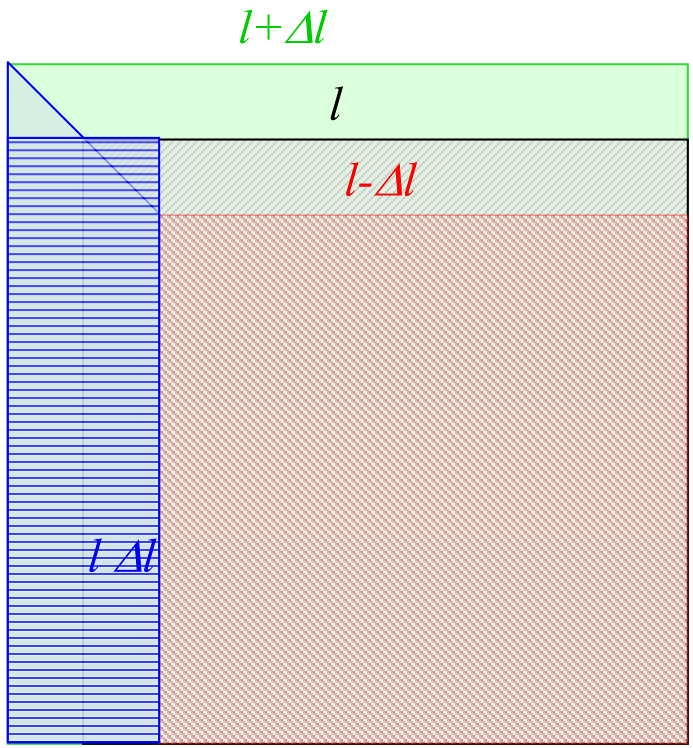
$S = l^2$

$S_{MAX} = (l+\Delta l)^2$

$S_{min} = (l-\Delta l)^2$

$\Delta S = (S_{MAX} - S_{min})/2 = 2\, l\, \Delta l$

$$\Delta S = \left|\frac{\partial S}{\partial l}\right| \Delta l = 2\, l\, \Delta l$$



Propagación de errores

Se mide el lado de una superficie cuadrada con una cinta métrica cuya precisión es de 1 cm. El valor de la medida es 1 m. Estimar el valor de la superficie con su error.

$$l = 1.00 \pm 0.01 \text{ m}$$

$$S = l^2 = 1 \text{ m}^2$$

$$S_{\mathrm{MAX}} = (l+\Delta l)^2 = 1.01^2 = 1.02 \text{ m}^2$$

$$S_{\mathrm{min}} = (l-\Delta l)^2 = 0.99^2 = 0.98 \text{ m}^2$$

$$\Delta S = (S_{\mathrm{MAX}} - S_{\mathrm{min}})/2 = 0.02 \text{ m}$$

$$\Delta S = \left|\frac{\partial S}{\partial l}\right| \Delta l = 2\, l\, \Delta l = 0.02 \text{ m}$$

$$\boxed{S = 1.00 \pm 0.02 \text{ m}^2}$$

Propagación de errores

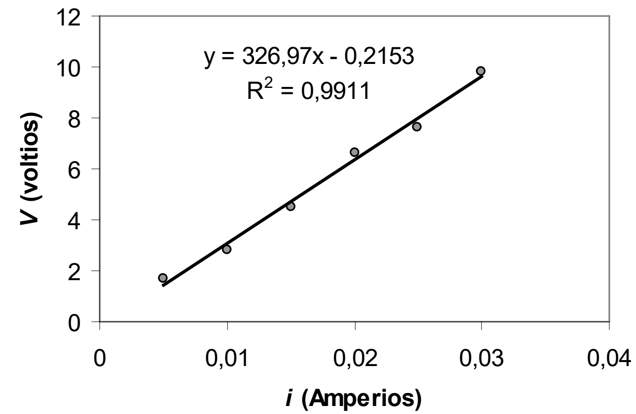
$$m = \frac{E}{D} \qquad \Delta m = \sqrt{\frac{1}{n-2}\frac{DF - E^2}{D^2}} \qquad c = \bar{y} - m\bar{x} \qquad \Delta c = \sqrt{\frac{1}{n-2}\frac{DF - E^2}{D^2}\left(\frac{D}{n} + \bar{x}^2\right)}$$

con:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum y_i \quad D = \sum x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum x_i\right)^2 \quad E = \sum x_i y_i - \frac{1}{n}\sum x_i \sum y_i \quad F = \sum y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum y_i\right)^2$$

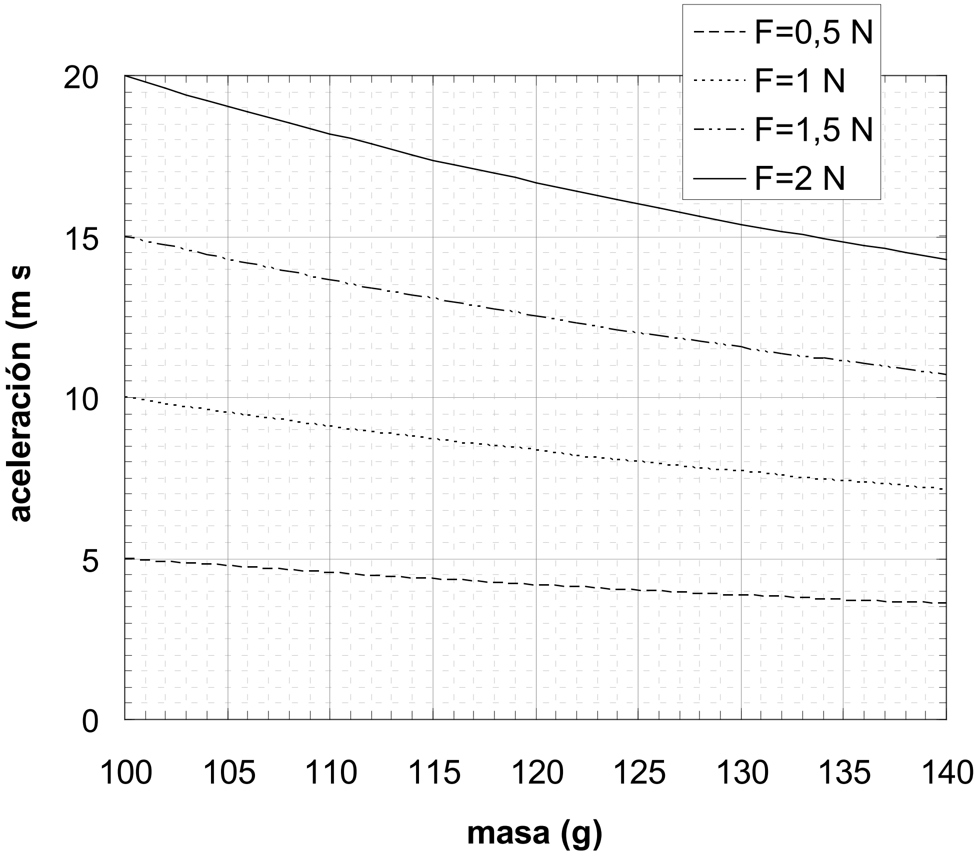
Ajuste por mínimos cuadrados

$$y = mx + c$$



Propagación de errores

Ej. Estimar la aceleración del objeto del ej. anterior, con su error, para F = 2 N.



Propagación de errores

Ej. Se miden la masa y velocidad de un objeto:

Masa (g)	125	124	123	125	126	122

Velocidad (m/s)	3.23	3.21	3.21	3.19	3.27	3.24	3.17	3.21

Precisión balanza: 1 g

Precisión velocímetro: 0.01 m/s

Estimar la energía cinética con su error absoluto y relativo.

Determinar la fuente de error más importante para la E_{cin}.

Propagación de errores

Ej. ***Experimento***: ley de Hooke para un muelle $F = k\,\Delta l$

Fuerza (N)	Alargamiento (cm)
1.00 ± 0.01	1.2 ± 0.1
1.50 ± 0.01	1.9 ± 0.1
2.00 ± 0.01	2.3 ± 0.1
2.50 ± 0.01	3.0 ± 0.1
3.00 ± 0.01	3.5 ± 0.1
3.50 ± 0.01	4.3 ± 0.1

Representar los datos del experimento $F(\Delta l)$.

Obtener la constante *k*, con su error por mínimos cuadrados.

5 Cifras significativas

Son los dígitos de una medición que se conocen con certeza más uno o dos dígitos inciertos.

Regla 1. En números sin ceros, todos los dígitos son significativos.
Regla 2. Todos los ceros entre dígitos significativos son significativos.
Regla 3. Los ceros a la izquierda no son significativos.
Regla 4. Los ceros a la derecha del punto decimal son significativos.
Regla 5. Los ceros a la derecha si no hay punto decimal pueden ser significativos.

Se evitan confusiones en notación científica.

Reglas de redondeo

Números contados: no están sujetos a error (salvo condiciones muy complicadas)

Números definidos: no están sujetos a error.

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	9. Sólidos 10. Fluidos

Tema 3. Vectores

´Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

1 Componentes de un vector

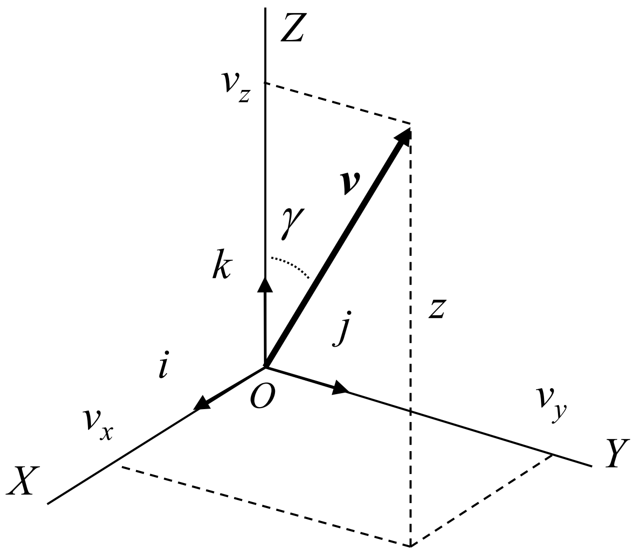
Vectores: representan magnitudes físicas que requieren módulo y dirección.

Representación:

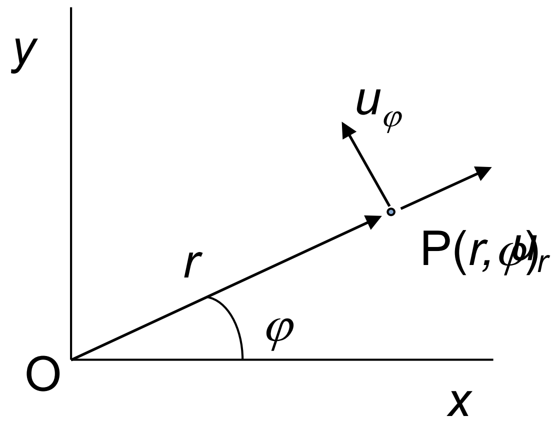
Componentes $$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

Vectores unitarios $$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} + v_z\,\vec{k}$$

Cosenos directores $$\vec{v} = |\vec{v}|\,(\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$$



Coordenadas polares



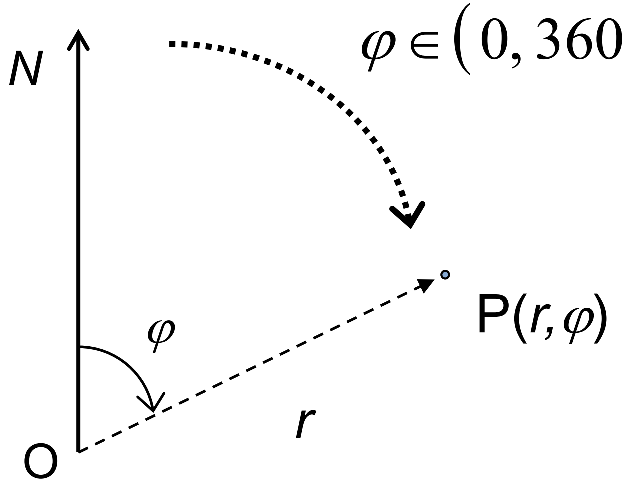
$$\begin{cases} \vec{u}_r = \cos\varphi\, \vec{i} + \operatorname{sen}\varphi\, \vec{j} \\ \vec{u}_\varphi = -\operatorname{sen}\varphi\, \vec{i} + \cos\varphi\, \vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{i} = \cos\varphi\, \vec{u}_r - \operatorname{sen}\varphi\, \vec{u}_\varphi$$

$$\vec{j} = \operatorname{sen}\varphi\, \vec{u}_r + \cos\varphi\, \vec{u}_\varphi$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} x = r\cos\varphi & r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ y = r\operatorname{sen}\varphi & \varphi = \arctan\dfrac{y}{x} \end{array}}$$

$$\varphi \in \left(0, 360^{\circ}\right)$$



En navegación: posiciones, demoras, y rumbos respecto al Norte

Componentes de un vector

Ej. Un barco se encuentra 3 millas hacia el este y 4 millas hacia el sur de un puerto.

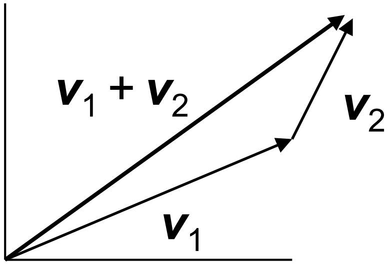
Expresar la posición del barco respecto al puerto.

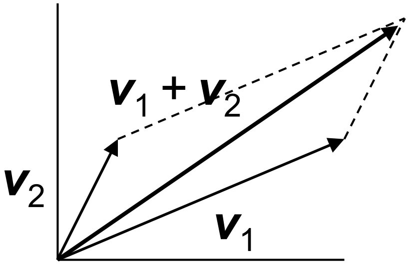
2 Operaciones con vectores

Suma de vectores

$$\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \left(v_{x1} + v_{x2}\ ,\ v_{y1} + v_{y2}\ ,\ v_{z1} + v_{z2}\right)$$

Gráficamente:





Propiedades:

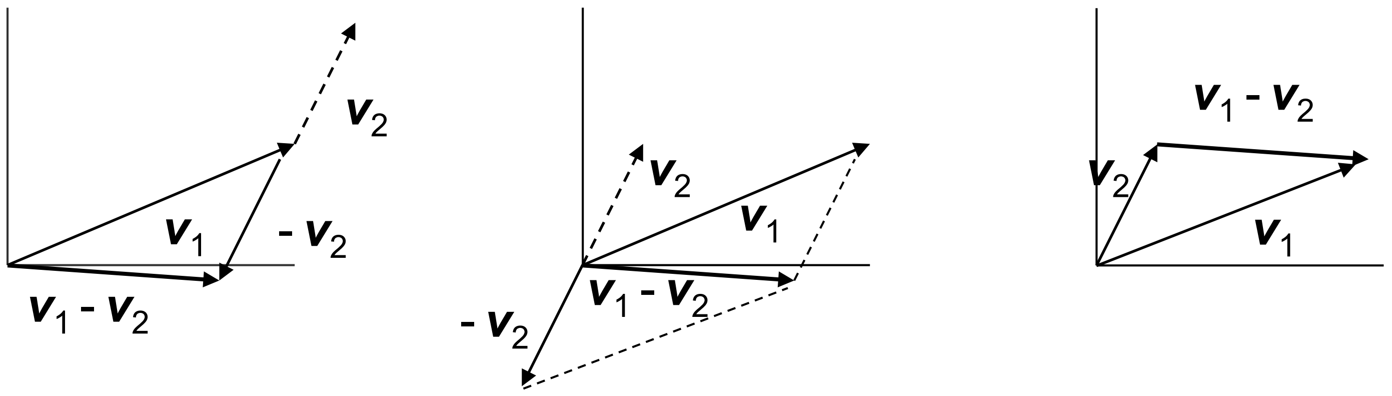
$$\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$$ Conmutativa

$$\left(\vec{v}_1 + \vec{v}_2\right) + \vec{v}_3 = \vec{v}_1 + \left(\vec{v}_2 + \vec{v}_3\right)$$ Asociativa

Resta de vectores

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \left(-\vec{v}_2\right) = \left(v_{x1} - v_{x2}\ ,\ v_{y1} - v_{y2}\ ,\ v_{z1} - v_{z2}\right)$$

Gráficamente:



Suma de vectores

Ej. Un barco recorre 5 millas hacia el este, luego 4 millas hacia el sur y por último, 2 millas hacia el oeste.

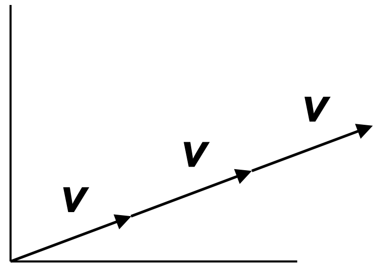
Hallar la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.

Ej. La suma de dos vectores **A** y **B** es un vector **C** de módulo 24 y cuyos cosenos directores son 1/3, -2/3, 2/3.
El vector 3**A**-2**B** tiene por componentes 7,9,3.

Calcular las componentes de los vectores **A** y **B**.

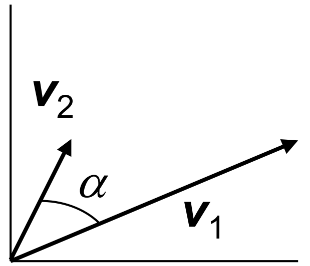
Productos con vectores

Producto de un vector por un escalar:



$$n\,\vec{v} = \vec{v} + \vec{v} + \vec{v} + \ldots = \left(n\,v_x + n\,v_y + n\,v_z\right)$$

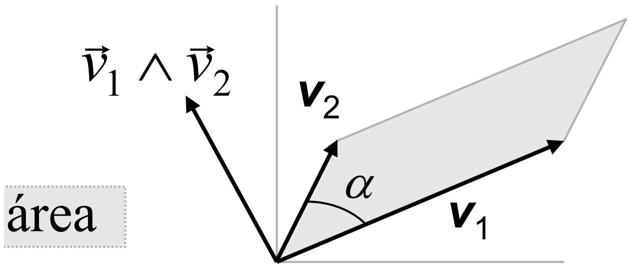
Producto escalar de vectores



$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = \left|\vec{v}_1\right| \left|\vec{v}_2\right| \cos\alpha = v_{x1}v_{x2} + v_{y1}v_{y2} + v_{z1}v_{z2}$$

Producto vectorial de vectores

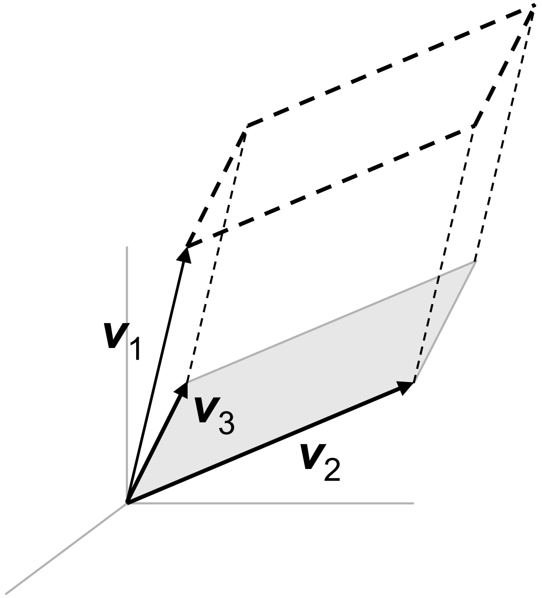
$$\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_{x1} & v_{y1} & v_{z1} \\ v_{x2} & v_{y2} & v_{z2} \end{vmatrix}$$



Productos con vectores

Producto mixto

$$\vec{v}_1 \cdot \left(\vec{v}_2 \wedge \vec{v}_3\right) = \begin{vmatrix} v_{x1} & v_{y1} & v_{z1} \\ v_{x2} & v_{y2} & v_{z2} \\ v_{x3} & v_{y3} & v_{z3} \end{vmatrix}$$ = volumen del paralelepípedo



Productos con vectores

Ej. Hállese el ángulo que forman los vectores:

$$\vec{A} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$$
$$\vec{B} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$$

Ej. Los cosenos directores de un vector unitario ***A*** cumplen:

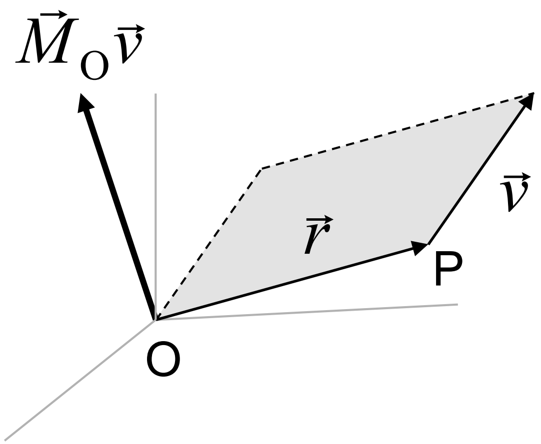
$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{2}{3} \qquad \frac{\cos\beta}{\cos\gamma} = \frac{3}{4}$$

Calcular el producto vectorial de este vector por el

$$\vec{B} = \sqrt{29}\left(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}\right)$$

Momento de un vector respecto a un punto

Momento de $\vec{v}$ respecto a O $\qquad \vec{M}_{\mathrm{O}}\vec{v} = \overline{\mathrm{OP}} \wedge \vec{v} = \vec{r} \wedge \vec{v}$



$$\left.\begin{array}{l} \vec{M}_{\mathrm{O}}\vec{v} \perp \vec{v} \\ \vec{M}_{\mathrm{O}}\vec{v} \perp \vec{r} \end{array}\right\} \text{ dirección}$$

$$\left|\vec{M}_{\mathrm{O}}\vec{v}\right| = \left|\vec{r}\right| \left|\vec{v}\right| \operatorname{sen}\alpha = \left|\vec{v}\right| d$$

Momento de un vector respecto a un punto

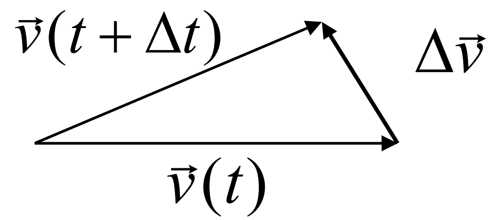
Ej. En el punto **P**(2, 3, 2) se aplican los vectores

$$\vec{v}_1 = \left(-2, 3, 1\right)$$
$$\vec{v}_2 = \left(-1, 3, 2\right)$$

Calcular el momento del sistema respecto al punto **A**(-1, 0, 2).

Derivación e integración vectorial

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$



Cordenadas cartesianas: $$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} \right)$$

Propiedades

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}s} \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \qquad \frac{\mathrm{d}(a\,\vec{v})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\vec{v} + a\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_1}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\vec{v}_2}{\mathrm{d}t} \qquad \frac{\mathrm{d}(\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_1}{\mathrm{d}t} \cdot \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{v}_2}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} \perp \vec{v} \quad |\vec{v}|\ \text{cte} \qquad \frac{\mathrm{d}(\vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}_1}{\mathrm{d}t} \wedge \vec{v}_2 + \vec{v}_1 \wedge \frac{\mathrm{d}\vec{v}_2}{\mathrm{d}t}$$

Integración vectorial

$$\int \vec{v}\ \mathrm{d}t = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_i \vec{v}(t)\ \Delta t = \int v_x\ \mathrm{d}t\ \vec{i} + \int v_y\ \mathrm{d}t\ \vec{i} + \int v_z\ \mathrm{d}t\ \vec{i}$$

Derivación e integración vectorial

Ej. Dado el vector $\vec{A}$ (1,-2, 3), aplicado en el punto (3*t*, 2, *gt*²)
Calcular (O es el origen):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\vec{M}_{\mathrm{O}}\vec{A}$$

Ej. Dados los vectores:

$$\vec{A} = t\,\vec{i} - 2t\,\vec{j} + t^2\vec{k}$$

$$\vec{B} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$$

Calcular:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\vec{A}\wedge\vec{B}}{\vec{A}\cdot\vec{B}}$$

Operadores diferenciales

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Gradiente

$$\vec{\nabla}\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\vec{k}$$

Divergencia

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Rotacional

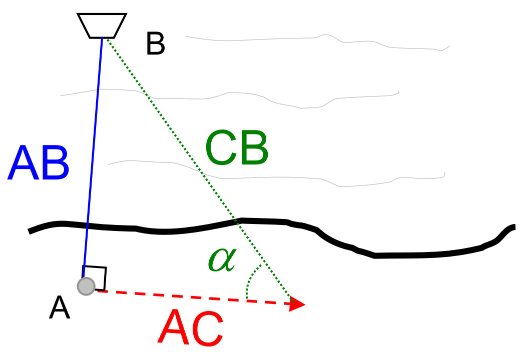
$$\vec{\nabla}\wedge\vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$$

3 Triangulación

Técnica para determinar la posición o distancia de un punto lejano o de difícil acceso mediante construcciones geométricas.

Trigonometría plana: distancias < 200 millas

Ej. Se desea conocer la distancia desde nuestra posición A al barco B.



Para ello se camina perpendicularmente al segmento AB hasta otro punto que llamamos C.

Se mide la distancia AC.
Se mide el ángulo α entre los segmentos AC y CB.

$$AB = AC\, tg(\alpha)$$

Bloque II

MECÁNICA

- Cinemática
- Dinámica
- Energía
- Sólidos
- Fluidos

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

Tema 4. Cinemática

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

Mecánica

Área de la Física que estudia cómo las interacciones entre objetos afectan a su movimiento.

Cinemática

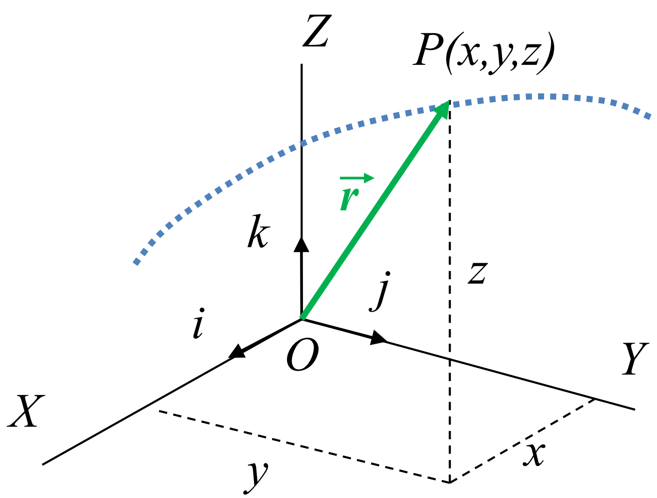
Descripción del movimiento.

Aproximación: Objetos $\Rightarrow$ Masas puntuales

1 Reposo y movimiento

Son conceptos relativos: dependen del sistema de referencia.

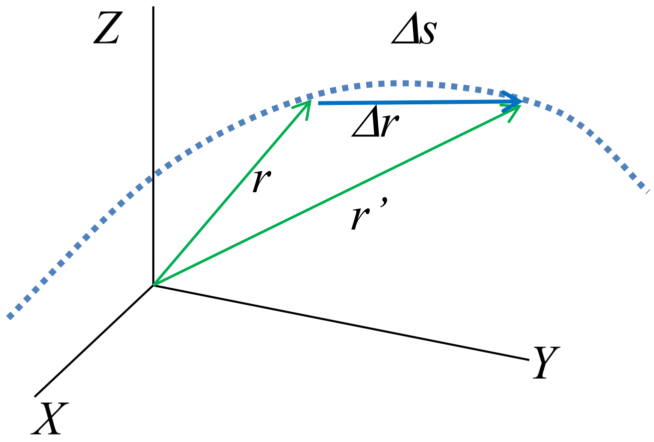
- Sistema de referencia: objeto material al que asociamos unos ejes de coordenadas + origen de tiempos.



Vector de posición: vector que une el origen del sistema de coordenadas con el móvil.

2 Velocidad

$$\vec{v} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$



La velocidad describe la trayectoria.

Velocidad media: $$\vec{v} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

Velocidad

Ej.

Dos ciclistas avanzan por un terreno llano a 36 km/h.
El segundo pasa por una meta volante 1 minuto después del primero.
¿Qué distancia les separa en ese instante?

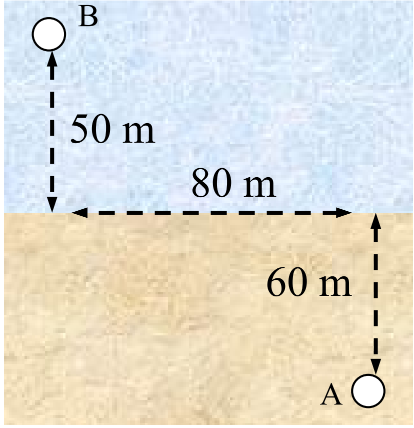
Unos kilómetros más adelante, comienzan a subir un puerto de 18 km.
El primer ciclista sube todo el puerto a 18 km/h.
El segundo sube los primeros 9 km del puerto también a 18 km/h.
¿Cuánto tiempo después que el primer ciclista llega a mitad del puerto?
¿Qué distancia les separa en esa situación?
¿A qué velocidad ha de subir el perseguidor la segunda mitad del puerto para alcanzar al escapado?

Velocidad

Ej.

Un socorrista en A ve a un bañista en apuros en B.
El socorrista puede correr por la arena a 25 km/h y nadar a 10 km/h.
Calcular la trayectoria para llegar de A hasta B en el menor tiempo.

(Nota: para resolver la ecuación se puede utilizar por ejemplo una hoja de cálculo).

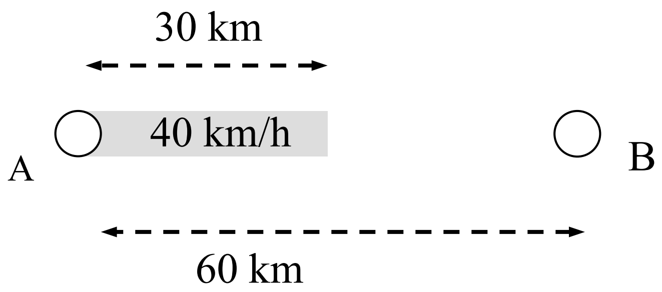


Sol.

Si hubiera corriente, discutir su efecto sobre el resultado.

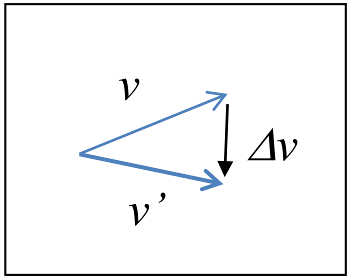
Velocidad

Ej. Las ciudades A y B distan 60 km.
Un coche realiza los primeros 30 km a 40 km/h.
Calcular la velocidad a la que debe cubrir los restantes 30 km para que la velocidad media en el trayecto total A-B sea de 60 km/h.

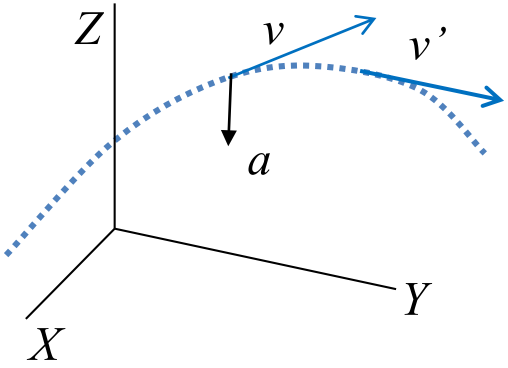


Ej. Las ciudades A y B distan 100 km. Un coche va de A hasta B a 50 km/h.
¿A qué velocidad debe regresar desde B hasta A para que la velocidad media en el trayecto total (A-B-A) sea de 100 km/h?

3 Aceleración



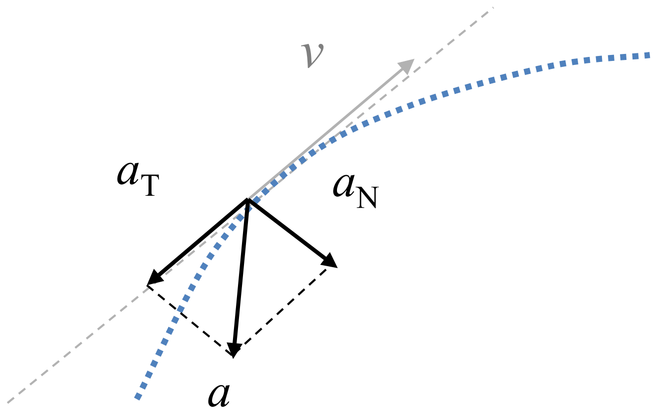
$$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$



No es en general tangente ni perpendicular a la trayectoria.

Siempre apunta hacia el lado cóncavo.

Componentes intrínsecas de la aceleración



$$\vec{a} = a_t\,\vec{u}_t + a_n\,\vec{u}_n = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\vec{u}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{u}_n$$

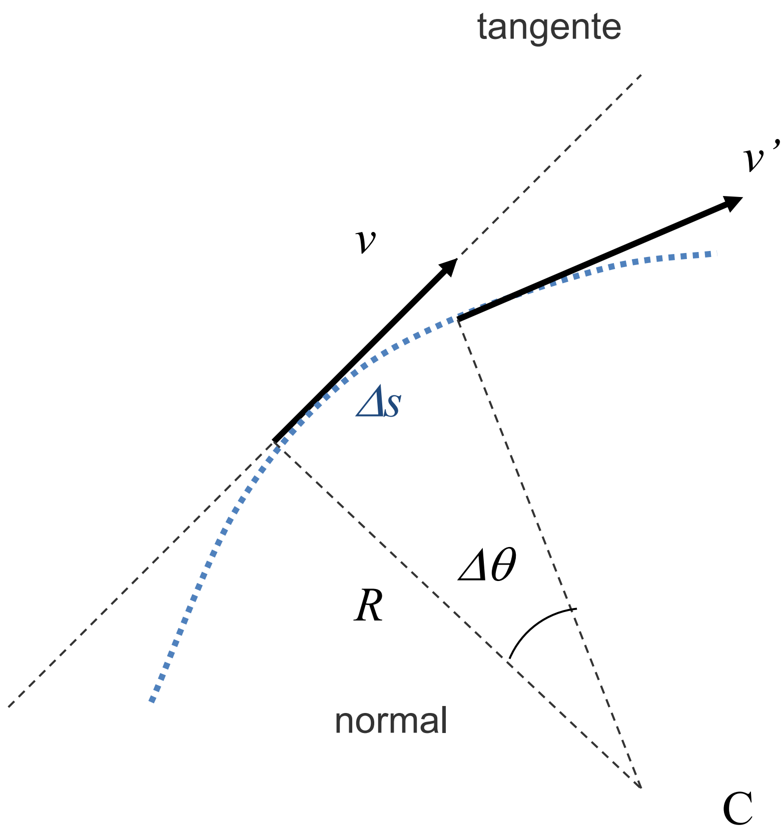
a_t Aceleración tangencial: cambios en el módulo de la velocidad

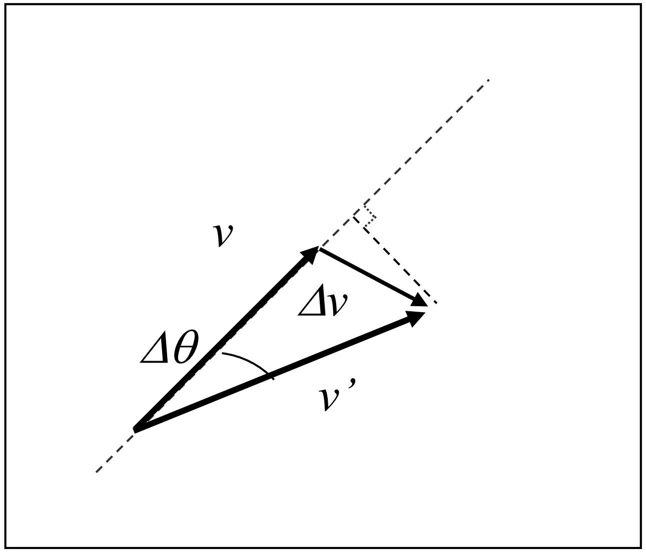
$a_t = 0$ movimiento uniforme

a_n Aceleración normal: cambios de dirección

$a_n = 0$ movimiento rectilíneo

Componentes intrínsecas de la aceleración





4 Estudio del movimiento

- Movimiento sin aceleración: rectilíneo uniforme $x = x_0 + v_0 t$
- Movimiento con aceleración constante

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \qquad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$$

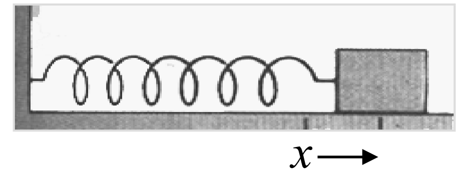
El movimiento se produce en un plano
La trayectoria es una parábola

Si $\vec{v}_0 \parallel \vec{a}$ movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v = v_0 + at$$

- Movimiento con aceleración variable: métodos numéricos, MAS…

Estudio del movimiento



Cinemática del MAS

$$x = x_0 + A\cos(\omega t + \varphi)$$

- ***x*** **desplazamiento respecto O**
- ***A*** **amplitud**
- ***ω*** **frecuencia angular**
- ***φ*** **fase inicial**

Periodo: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$

Frecuencia: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$

Velocidad de la partícula:

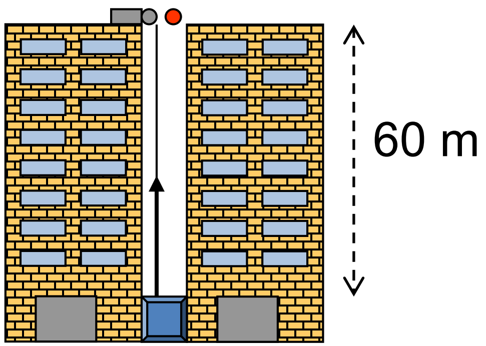
$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\omega A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)$$

Aceleración:

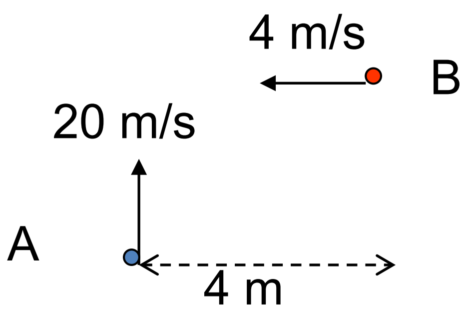
$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$$

Estudio del movimiento

Ej. Un ascensor sube a la velocidad constante de 7 m/s. Cuando arranca, se deja caer un grave desde 60 m. ¿Dónde y cuando se encuentran ambos móviles?



Ej. Se lanza un cuerpo B horizontalmente a 4 m/s. Al mismo tiempo, se lanza A hacia arriba a 20 m/s. La distancia horizontal inicial es 4 m. ¿A qué altura y en qué instante se encontrarán? Hallar la velocidad de cada uno de los cuerpos.



Ej. 4.6

Estudio del movimiento

Ej.

Comentar la posible veracidad del siguiente texto y analizar la explicación que se presenta.

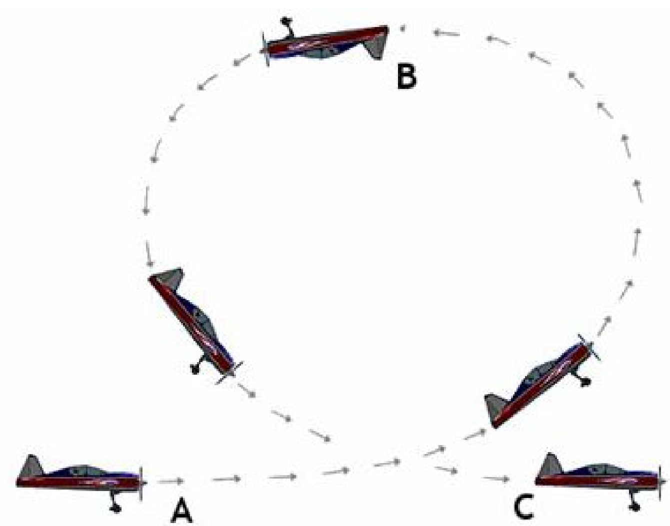
El piloto que cayó desde su avión... y volvió a subirse en él (1917)

Hasta 1918 los pilotos de combate no comenzaron a llevar paracaídas. Por un lado, muchos eran jóvenes temerarios que se negaban a usarlos por temor a ser considerados cobardes. Y por otro lado, los altos mandos también opinaban que al utilizarlos se menoscababa el espíritu de lucha. Muchos pilotos perdieron la vida por no usar paracaídas, pero también se cuentan sorprendentes casos de pilotos arrojados fuera de su avión en pleno vuelo y que lograron volver a subir en él.

Una tarde de 1917, Grahame Donald, piloto escocés de la RAF, pilotaba a una altura de 2000 m su Sopwith Camel. En una brusca maniobra, Grahame puso el avión boca abajo (B), pero en ese instante se le rompió la correa de seguridad... Mientras Grahame caía, el avión comenzó a descender y, extrañamente, completó un amplio rizo (C). En una entrevista concedida 55 años más tarde Grahame explicó:

"Los primeros 500 m pasan muy rápido. Mientras caía empecé a oír mi pequeño y fiel Sopwith Camel en algún lugar cercano. De repente caí de nuevo en él. "

El piloto cayó sobre el ala superior del avión. Después consiguió entrar en la cabina y hacerse con el control del aparato. Ya como comandante de la RAF, también combatió en la Segunda Guerra Mundial. ("*On a Wing and a Prayer*", J. Levine).



extraído de http://aldea-irreductible.blogspot.com

Estudio del movimiento

Ej. Sea un móvil que acelera desde el reposo con $a_x = \dfrac{a_0}{2^{bt}}$ $\quad a_0$ y b ctes

Hallar la posición y velocidad del objeto, $x(t)$ y $v_x(t)$.

Sol.

Ej. Sea un móvil que acelera desde el reposo con $a_x = a_0 \cos(\varpi t)$

Hallar la posición y velocidad del objeto, $x(t)$ y $v_x(t)$.

Ej. Caída libre de un paracaidista: $$a = g\left(1 - \frac{v^2}{v_{\lim}^2}\right)$$

- Buscar qué velocidad límite es razonable
- Obtener la aceleración, velocidad y posición en función del tiempo
- Analizar la precisión del cálculo

Estudio del movimiento

Ej. Un coche de 1000 kg circula a velocidad constante v_0.
El conductor ve a cierta distancia otro vehículo detenido y frena tras 0.5 s.
La fuerza del proceso de frenado sobre el coche es 5000 N.
Calcular y representar la distancia de frenado en función de v_0.

Nota: la distancia de frenado se define como la distancia recorrida por el vehículo desde que se avista el obstáculo hasta su detención.

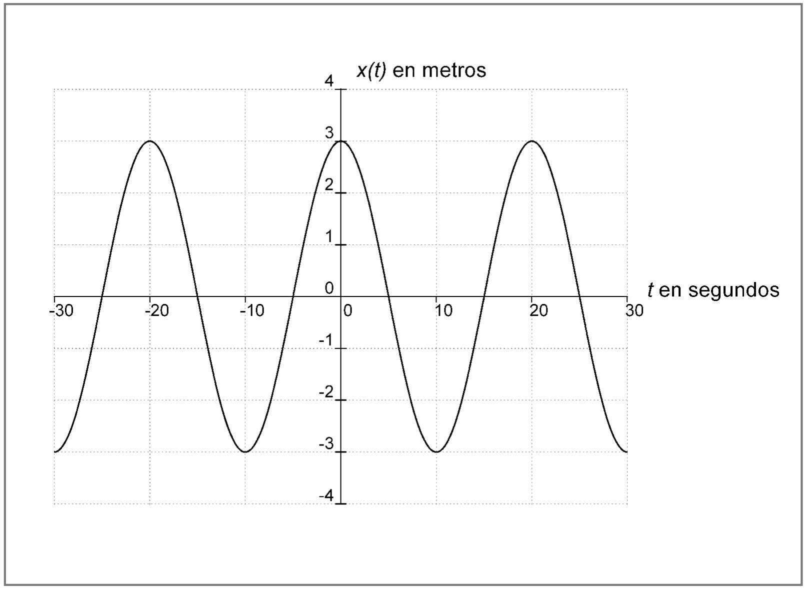
Sol.

Ej. Desde una altura de 30 m se deja caer un móvil
y otro móvil se lanza con velocidad horizontal de 3 m/s.
¿Cuál tardará más en caer?

Ej. Se deja caer una piedra desde una torre de 100 m.
Cuando lleva recorridos 20 m se deja caer otra piedra.
¿Qué distancia las separa cuando la primera llega al suelo?

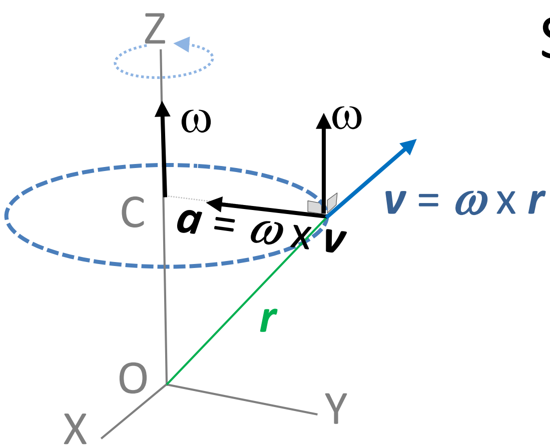
Estudio del movimiento

Ej. Una partícula realiza este MAS
Hallar el periodo y frecuencia angular.
Escribir la ecuación del movimiento.
Hallar la velocidad de la partícula, $v(t)$.



Ej. Una partícula realiza un MAS entre $x = 0$ m y $x = 10$ m.
En el instante inicial pasa por $x = 5$ m con $v = +20$ m/s.
Calcular el periodo del movimiento.
Calcular y dibujar la posición de la partícula en función del tiempo.
Calcular la velocidad de la partícula en función del tiempo.

Movimiento circular



Se definen nuevas magnitudes: θ, ω, α

Velocidad angular: $$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

Aceleración angular: $$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

- Movimiento circular uniforme $\theta = \theta_0 + \varpi t$
- Movimiento circular uniform. acelerado $\left\{ \begin{array}{l} \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{array} \right.$

Relaciones vectoriales:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a} = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Movimiento circular

Ej. Hallar la velocidad angular de la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra

Ej. Una rueda comienza a girar desde el reposo de forma que su velocidad angular aumenta uniformememente hasta 200 rpm en 6 s.
Después gira a esa velocidad durante un tiempo.
Finalmente se aplica un freno hasta detenerla en 5 minutos.
El número total de revoluciones es 3100.

Dibujar la velocidad angular en función del tiempo.
Hallar el tiempo total de rotación.
Hallar el ángulo total girado.

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

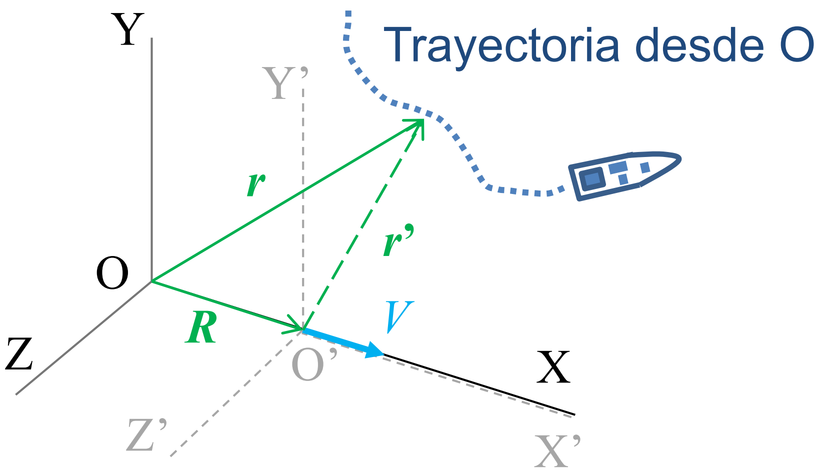
Tema 5. Movimiento relativo

Contenidos

1 Movimiento de traslación relativo

$V << c$

Transformación de Galileo:



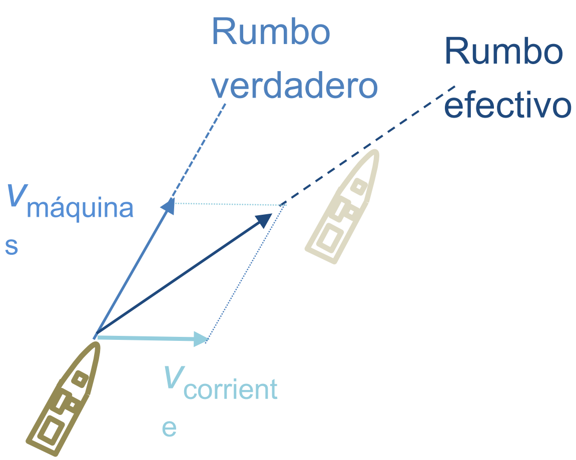
$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{R} \\ \vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{V} \\ \vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{A} \\ t = t' \end{cases}$$

- Composición de movimientos
- Movimiento relativo

Aplicación 1 Composición de velocidades

Es el caso de un cuerpo sometido a varios agentes que le comunican una velocidad (por ejemplo. una lancha con motor y con corriente).

El movimiento resultante se obtiene como la suma vectorial de las distintas velocidades:



$$\vec{v}_{lancha/fondo} = \vec{v}_{lancha/agua} + \vec{v}_{agua/fondo}$$

total: efectiva

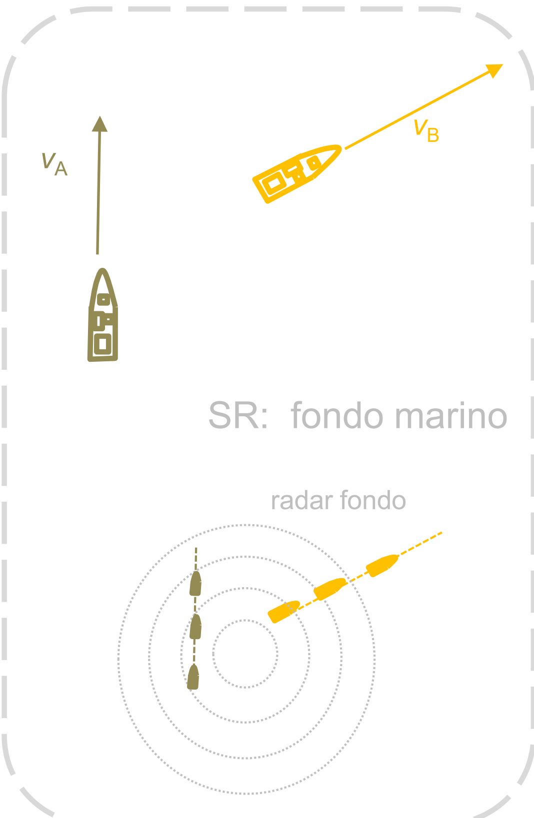
máquinas: verdadera

corriente

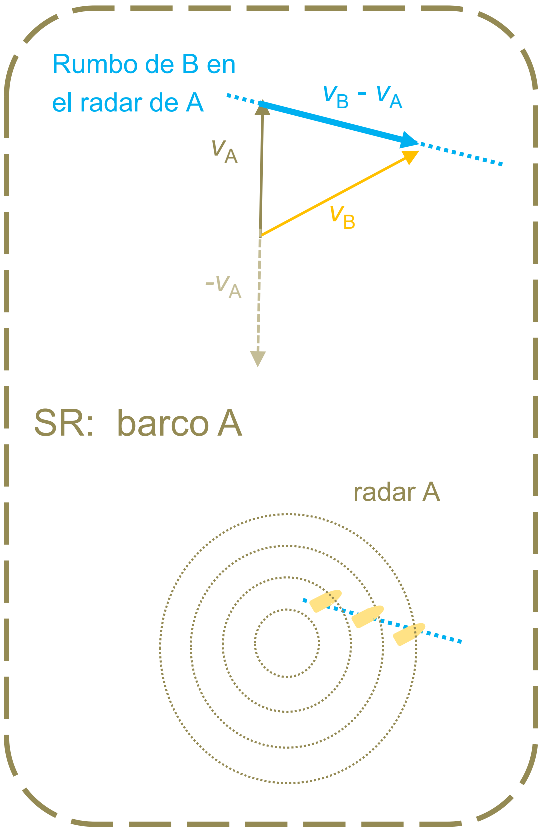
Aplicación 2 Velocidad relativa

Es la velocidad de un cuerpo en el SR de otro objeto en movimiento (p.ej, velocidad del viento o de otro barco en el SR de un barco en movimiento); se obtiene como la resta vectorial de las velocidades:

$$\vec{v}_{B/fondo} = \vec{v}_{B/A} + \vec{v}_{A/fondo} \quad \Rightarrow \quad \underset{\text{relativa}}{\vec{v}_{B/A}} = \vec{v}_{B/fondo} - \vec{v}_{A/fondo}$$



Como A se mueve hacia el Norte con cierta velocidad, cualquier objeto inmóvil, como un faro, se desplaza en el radar de A hacia el Sur con esa velocidad. De la mismas manera, un objeto móvil como B sufrirá esa deriva hacia el Sur que habrá que añadir a su velocidad (o sea, restarle la velocidad de A).

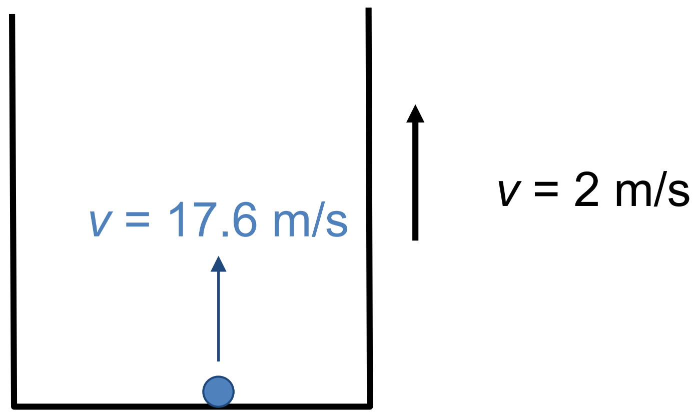


Movimiento de traslación relativo

Rumbo verdadero y rumbo efectivo: historia del paso del cabo Borjador

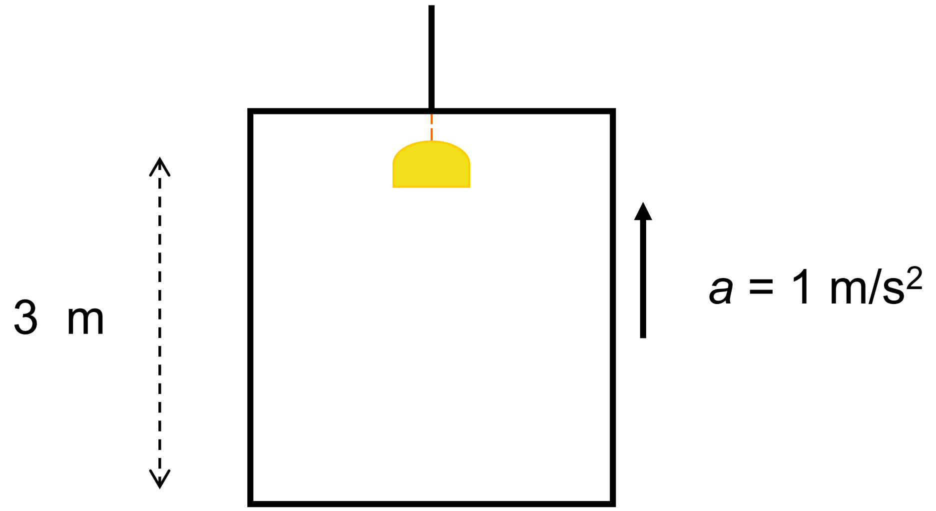
Movimiento de traslación relativo

Ej. Un ascensor sin techo sube verticalmente a 2 m/s.
Desde él, se lanza hacia arriba una piedra a 17.6 m/s respecto del mismo.
Calcular lo que ha subido el ascensor cuando el grave cae en su suelo.



Movimiento de traslación relativo

Ej. La cabina de un ascensor de altura 3 m asciende con aceleración de 1 m/s^2. A una cierta altura del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular cuanto tarda la lámpara en chocar con el suelo del ascensor.

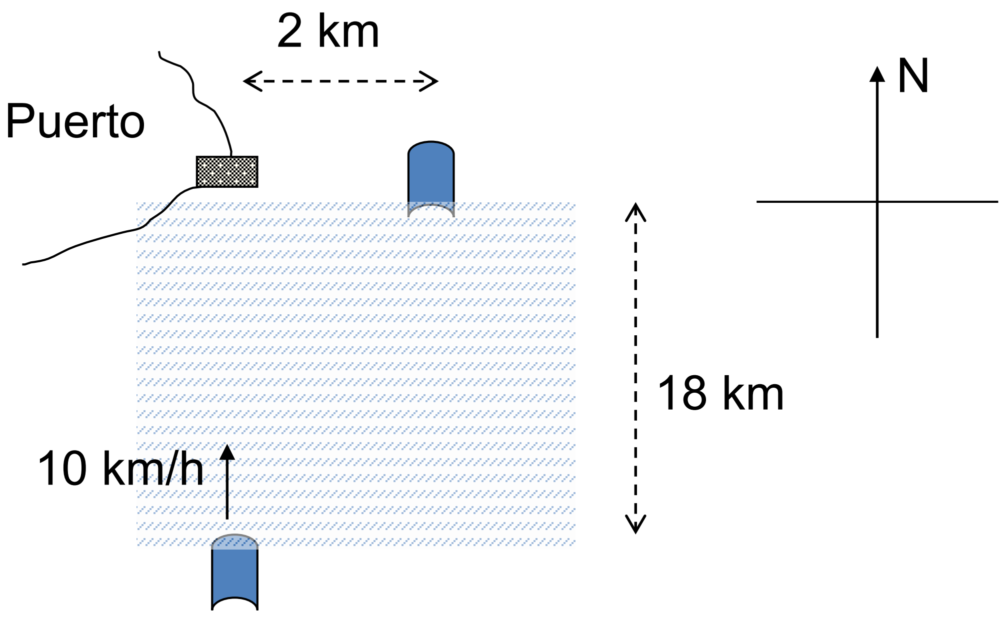


Ej. [4.6]

Movimiento de traslación relativo

Ej.

Una lancha pone rumbo hacia un puerto situado 18 km al N.
Aparece una densa niebla y el piloto mantiene el rumbo norte.
La velocidad relativa respecto al agua es de 10 km/h.
Tras 2 h la niebla se levanta y la lancha se encuentra 2 km al E del puerto.
¿Cuál fue la velocidad media de la corriente durante esas 2 h?



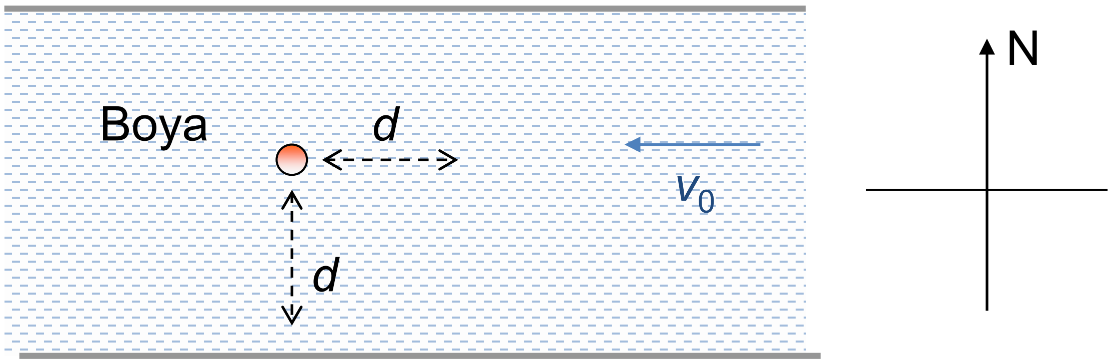
Movimiento de traslación relativo

Ej. La velocidad de la corriente de un río muy ancho que fluye de E a O es v_0. Dos botes parten a la vez desde una boya situada en medio del río.

El bote A navega hasta un punto a *d* km en dirección O y regresa a la boya. El bote B navega hasta un punto a *d* km en dirección S y regresa a la boya.

El motor de ambos botes es idéntico y les proporciona una velocidad (respecto al agua) de *a* *v*0, donde *a*>1.

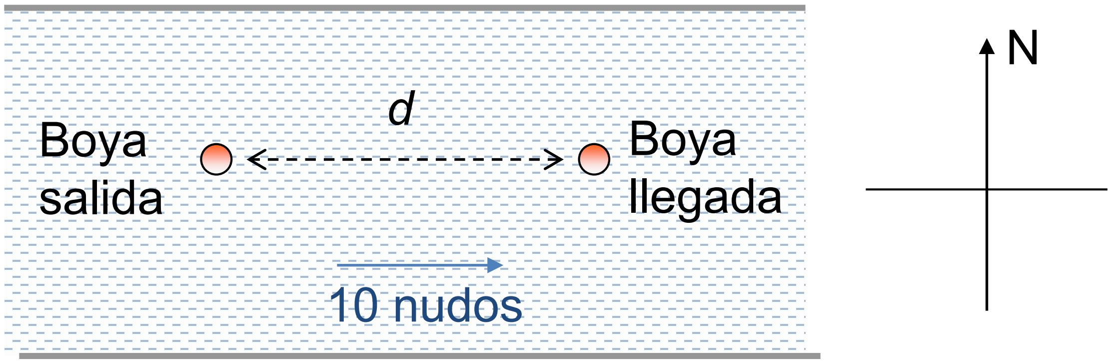
Hallar la relación entre los tiempos empleados por cada bote.



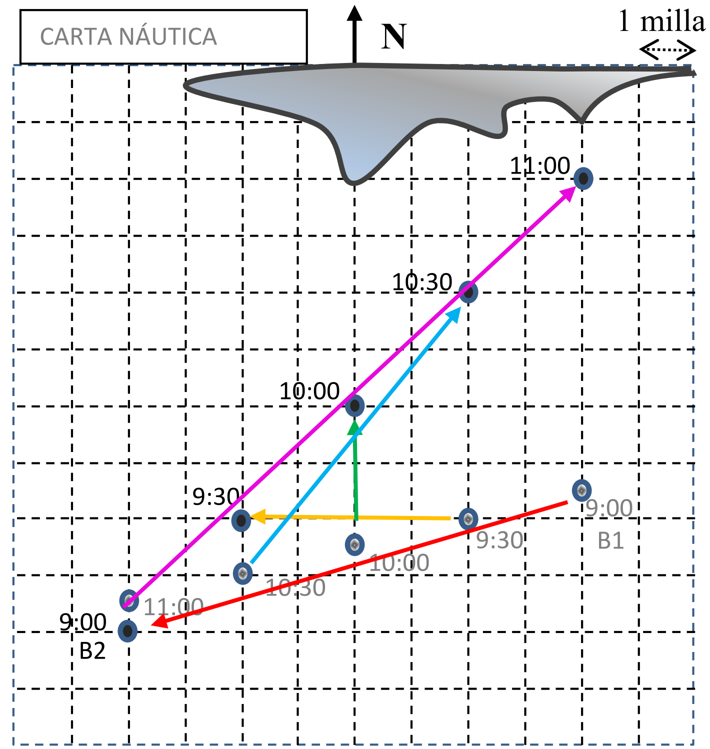
Movimiento de traslación relativo

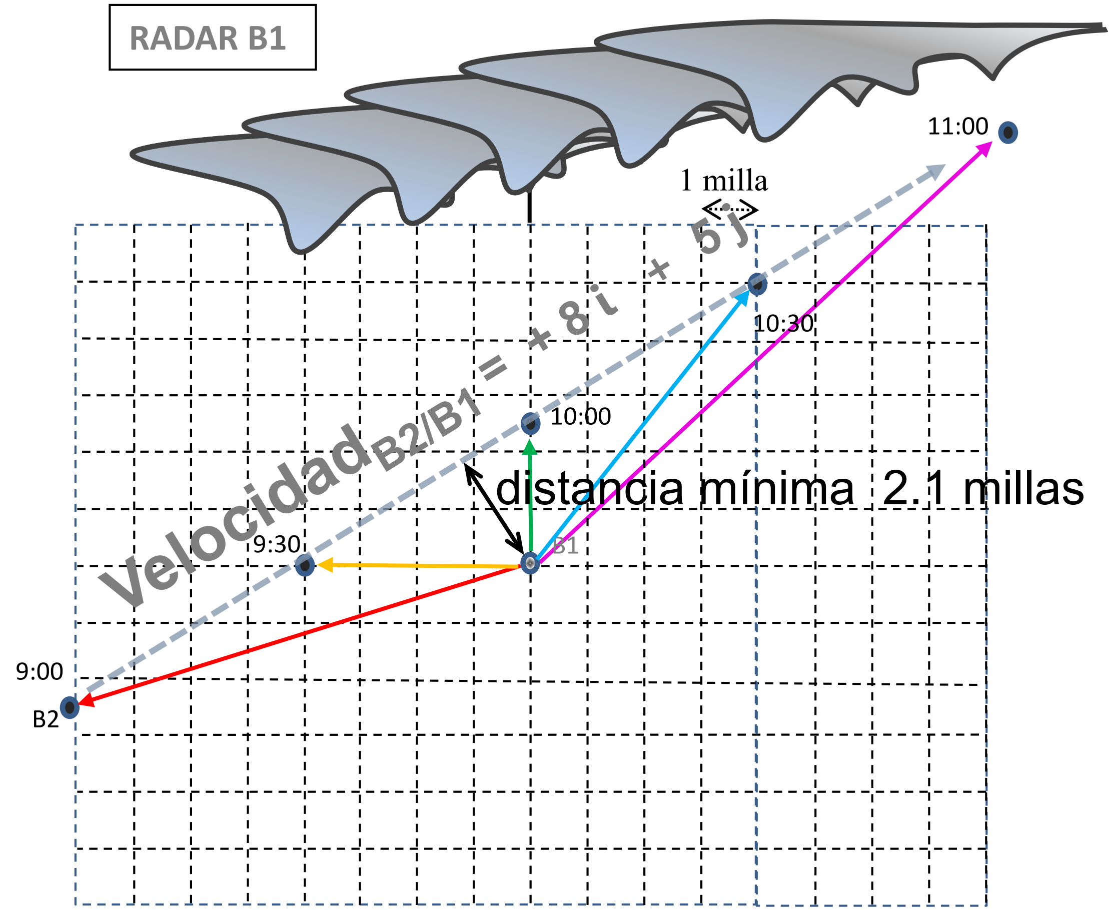
Ej.

La velocidad de la corriente de un río que fluye de O a E es 10 nudos.
A las 9h, se celebra una regata de O a E, con viento de O a E de 10 nudos.
A las 12 h, se celebra la misma regata de O a E, sin viento.
¿En qué regata se consiguen mejores tiempos?



27. a) Dibujar B2 en el radar de B1
b) Velocidad de B2 respecto a B1
c) Mínima distancia entre buques





9:00 B2 está en – 8 **i** – 2.5 **j**

9:30 B2 está en – 4 **i** - 0 **j**

10:00 B2 está en 0 **i** + 2.5 **j**

10:30 B2 está en + 4 **i** + 5 **j**

11:00 B2 está en + 8 **i** + 7.5 **j**

2 Movimiento de rotación relativo

velocidad lineal debido al giro del SR

Magnitudes en el SR en rotación:

$$\vec{v}\,' = \vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{a}\,' = \vec{a} - \underbrace{2\,\vec{\omega} \times \vec{v}\,'}_{\text{Coriolis}} - \underbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}_{\text{Centrífuga}}$$

Magnitudes en el SR fijo

- Estas aceleraciones no corresponden a una interacción

- Afectan al movimiento de los cuerpos respecto a la Tierra:

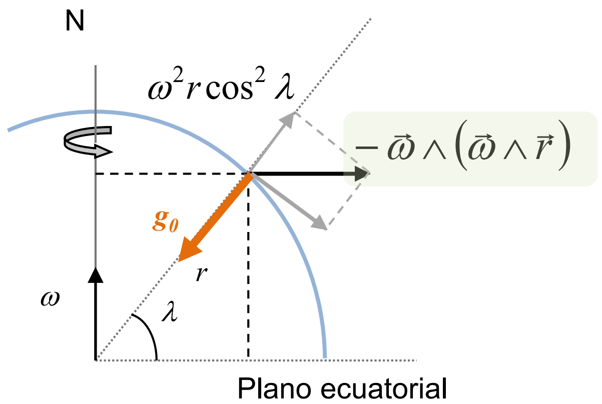
  - Centrífuga: cambio de la vertical y desvío al S (hemisf N)

  - Coriolis: desvío al E en mov. vertical y a la dcha en mov. horizontal

Movimiento de rotación relativo

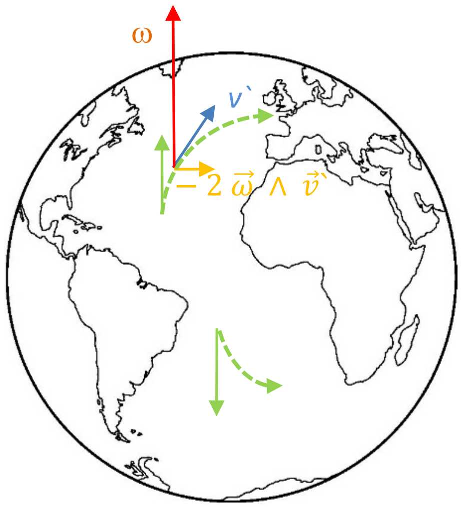
- Centrífuga: reduce el valor de *g*

  desvío al S de la vertical (hemisf N)

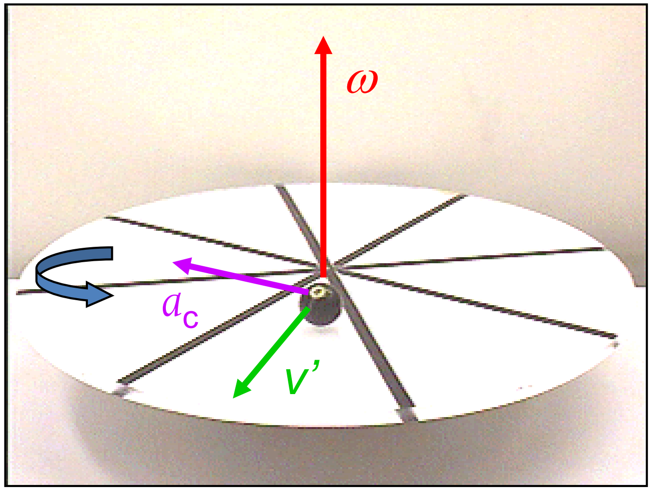


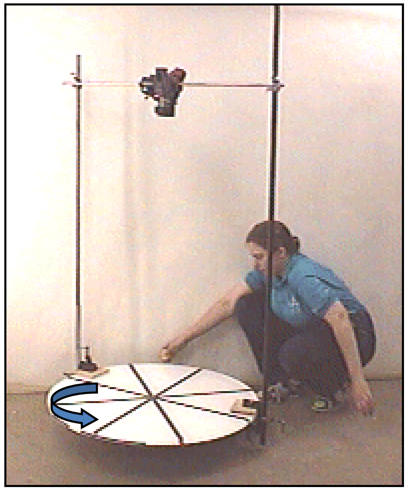
- Coriolis: desvío al E en mov. vertical

  desvío a la dcha en mov. horizontal



Movimiento de rotación relativo





¿Sigue la bola una trayectoria recta en la película?
¿Y en una cámara fija?

$$\vec{a}' = \vec{a} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}' - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

Coriolis

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

Tema 6. Dinámica

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

Dinámica

Estudia las interacciones entre objetos y las relaciona con su movimiento.

Aproximación: Objetos → Masas puntuales

1 Leyes de Newton

Primera ley

Ley de la inercia: en un sistema de referencia inercial una partícula sin interacciones mantiene su velocidad constante.

- Define qué es un sistema de referencia inercial
- Se opone a la visión aristotélica del movimiento

Leyes de Newton

Segunda ley

Se define el momento lineal: $\vec{p} = m\vec{v}$

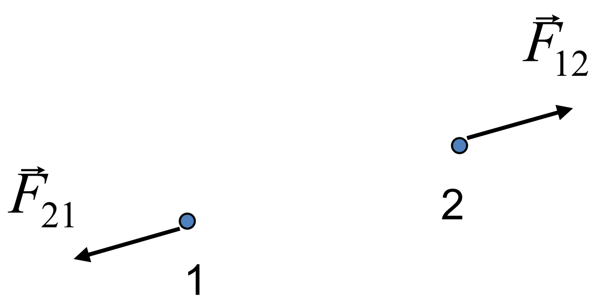
Segunda ley: $$\vec{F} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$$

- Si la masa es constante: $$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$
- Si se conoce la forma de ***F*** se puede derivar el movimiento

Leyes de Newton

Tercera ley

Ley de acción y reacción: si dos partículas interaccionan,
la fuerza que la primera ejerce sobre la segunda
es igual pero de sentido contrario
a la fuerza que la segunda ejerce sobre la primera



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Son fuerzas sobre objetos distintos

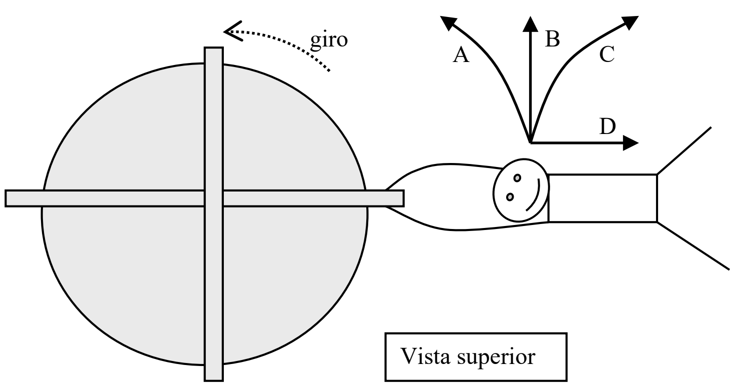
Leyes de Newton

TEST DE PENSAMIENTO ARISTOTÉLICO *Física , Seis ideas fundamentales, T.A. Moore*

- Sea un objeto que se encuentra en reposo sobre un suelo horizontal. Si el rozamiento entre el objeto y el suelo es cero, para mover el objeto se debe ejercer una fuerza:

(a) mayor que el peso del objeto
(b) mayor que la masa del objeto
(c) mayor que la inercia del objeto
(d) de cualquier magnitud.

- Un niño da vueltas en un tiovivo como indica la figura. Si el niño se suelta, ¿cuál de las trayectorias dibujadas seguirá antes de golpear al suelo?



Leyes de Newton

- **Un niño lanza una pelota hacia arriba, que sube hasta alcanzar su máxima altura y luego cae al suelo. Si se ignora la resistencia del aire, ¿qué fuerzas actúan sobre la pelota durante su vuelo?**

  (a) sólo la fuerza constante de la gravedad
  (b) la fuerza de la gravedad y una fuerza ascendente decreciente
  (c) la fuerza constante de la gravedad y una fuerza ascendente decreciente que actúa sólo hasta que la pelota alcanza su altura máxima
  (d) una fuerza ascendente decreciente antes de que la pelota alcance su máxima altura y una creciente fuerza de gravedad descendente después

- **Un ciclista avanza sin pedalear sobre un camino horizontal plano. ¿Por qué acaba por llegar al reposo?**

  (a) Todos los objetos que se mueven llegan al reposo de forma natural
  (b) La fricción frena constantemente la bicicleta
  (c) La fricción a la larga supera la fuerza que mantiene la bicicleta en movimiento
  (d) La fuerza del movimiento inicial de la bicicleta se gasta

(…)

Leyes de Newton

Un rompehielos que desplaza 10000 Tm avanza en línea recta a 3 nudos por el helado océano ártico.

¿Cuál es la suma de todas las fuerzas sobre el rompehielos?

Leyes de Newton

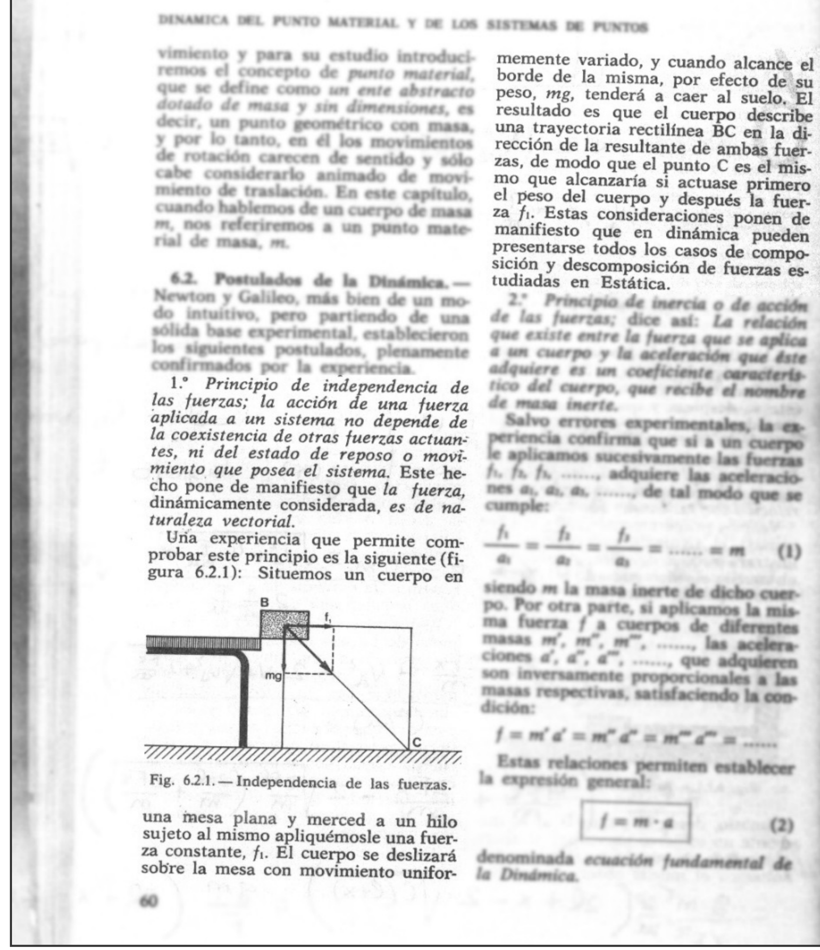
Leyes de Newton

Ej. Nos situamos en la orilla de un río de anchura *L*.
Lanzamos un objeto verticalmente y el aire ejerce sobre él en todo momento una fuerza *F* constante hacia la otra orilla.
¿Caerá el objeto en el río?

Guisasola et al., *La enseñanza de resolución de problemas de Física en la Universidad*, Ed. Octaedro, Barcelona (2005).

1 Un cuerpo experimenta una fuerza en dirección OY, ¿se moverá obligatoriamente en dirección OY?

"Física", J. Catalá (1988)



vimiento y para su estudio introduciremos el concepto de *punto material*, que se define como *un ente abstracto dotado de masa y sin dimensiones*, es decir, un punto geométrico con masa, y por lo tanto, en él los movimientos de rotación carecen de sentido y sólo cabe considerarlo animado de movimiento de traslación. En este capítulo, cuando hablemos de un cuerpo de masa m, nos referiremos a un punto material de masa, m.

6.2. Postulados de la Dinámica. — Newton y Galileo, más bien de un modo intuitivo, pero partiendo de una sólida base experimental, establecieron los siguientes postulados, plenamente confirmados por la experiencia.

1.° *Principio de independencia de las fuerzas; la acción de una fuerza aplicada a un sistema no depende de la coexistencia de otras fuerzas actuantes, ni del estado de reposo o movimiento que posea el sistema.* Este hecho pone de manifiesto que *la fuerza*, dinámicamente considerada, *es de naturaleza vectorial.*

Una experiencia que permite comprobar este principio es la siguiente (figura 6.2.1): Situemos un cuerpo en

Fig. 6.2.1. — Independencia de las fuerzas.

una mesa plana y merced a un hilo sujeto al mismo apliquémosle una fuerza constante, f_1. El cuerpo se deslizará sobre la mesa con movimiento uniformemente variado, y cuando alcance el borde de la misma, por efecto de su peso, mg, tenderá a caer al suelo. El resultado es que el cuerpo describe una trayectoria rectilínea BC en la dirección de la resultante de ambas fuerzas, de modo que el punto C es el mismo que alcanzaría si actuase primero el peso del cuerpo y después la fuerza f_1. Estas consideraciones ponen de manifiesto que en dinámica pueden presentarse todos los casos de composición y descomposición de fuerzas estudiadas en Estática.

2.° *Principio de inercia o de acción de las fuerzas;* dice así: *La relación que existe entre la fuerza que se aplica a un cuerpo y la aceleración que éste adquiere es un coeficiente característico del cuerpo, que recibe el nombre de masa inerte.*

Salvo errores experimentales, la experiencia confirma que si a un cuerpo le aplicamos sucesivamente las fuerzas $f_1, f_2, f_3, \ldots\ldots$, adquiere las aceleraciones $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$, de tal modo que se cumple:

$$\frac{f_1}{a_1} = \frac{f_2}{a_2} = \frac{f_3}{a_3} = \ldots\ldots = m \qquad (1)$$

siendo m la masa inerte de dicho cuerpo. Por otra parte, si aplicamos la misma fuerza f a cuerpos de diferentes masas $m', m'', m''', \ldots\ldots$, las aceleraciones $a', a'', a''', \ldots\ldots$, que adquieren son inversamente proporcionales a las masas respectivas, satisfaciendo la condición:

$$f = m'a' = m''a'' = m'''a''' = \ldots\ldots$$

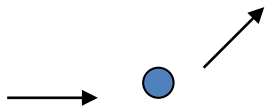
Estas relaciones permiten establecer la expresión general:

$$\boxed{f = m \cdot a} \qquad (2)$$

denominada *ecuación fundamental de la Dinámica.*

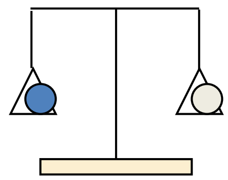
Masa inercial y masa gravitatoria

Masa inercial: relaciona la fuerza sobre un objeto con los cambios en su movimiento (2ª ley).



$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

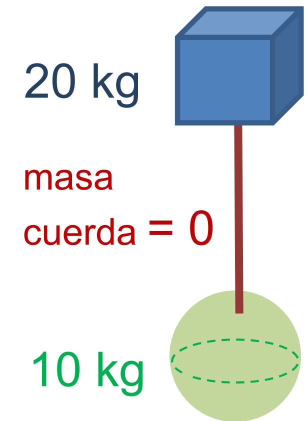
Masa gravitatoria: propiedad de los cuerpos que determina su atracción gravitatoria.



Son iguales en todos los experimentos realizados.

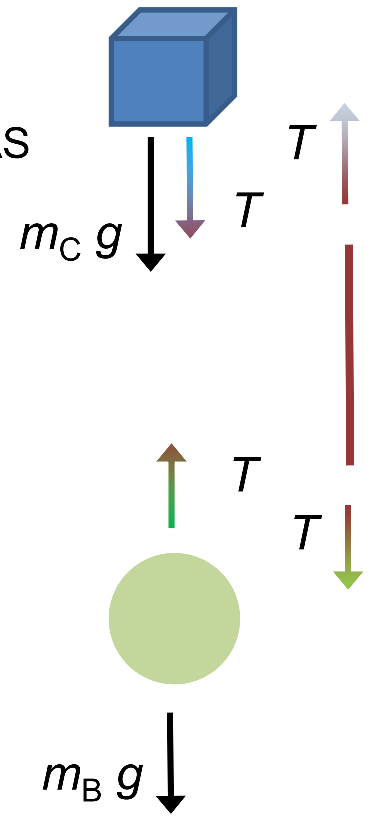
3 El sistema de la figura cae libremente partiendo del reposo.

Hallar la tensión en la cuerda.



FUERZAS SOBRE **CADA** CUERPO:

- GRAVITATORIAS
- ELECTROMAGNÉTICAS
- de CONTACTO



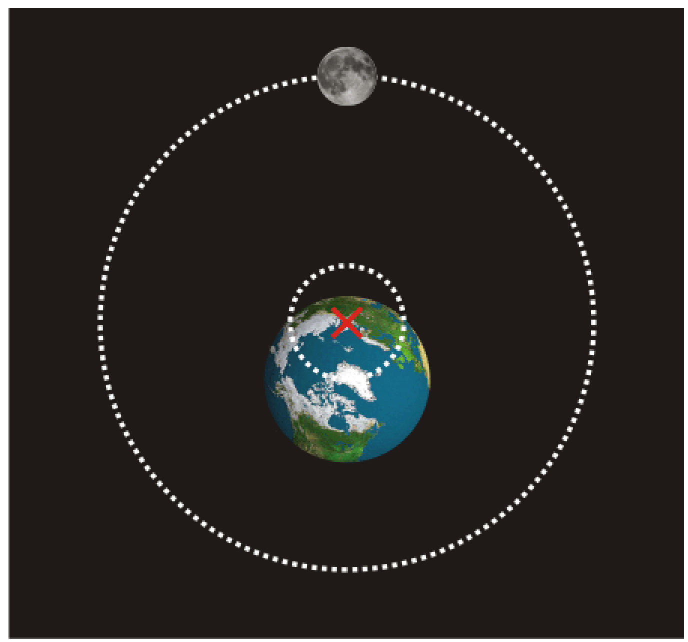
2ª ley PARA **CADA** CUERPO:

$$\begin{cases} m_C\, g + T = m_C\, a_C \\ m_B\, g - T = m_B\, a_B \end{cases}$$

$$a_B = a_C \qquad \begin{cases} 20\, g + T = 20\, a \\ 10\, g - T = 10\, a \end{cases} \Rightarrow \quad a = g \qquad T = 0$$

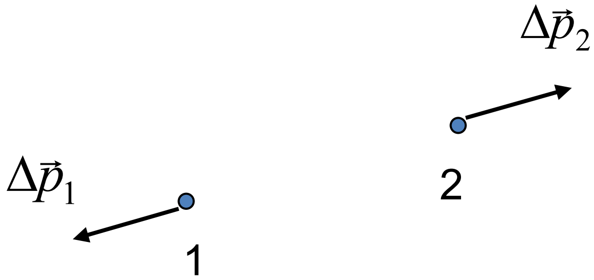
4 Dibujar las fuerzas que existen en el sistema Tierra-Luna.

¿Es un caso de verdadero equilibrio?



2 Conservación del momento lineal

Si dos partículas interaccionan el momento total se conserva.



$$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

Una interacción es un intercambio de momento.

Colisiones

Interacción entre dos sistemas en un intervalo breve: intercambio de *p*

Como no existen fuerzas externas *p* se conserva:

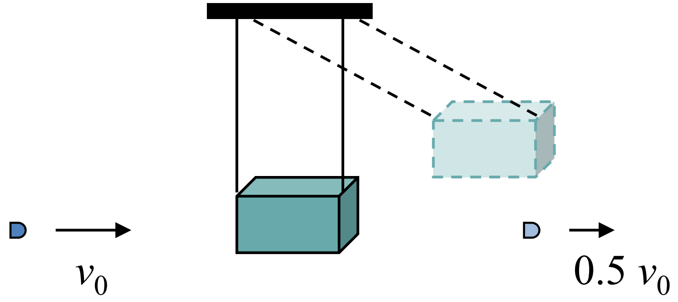
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

Colisiones

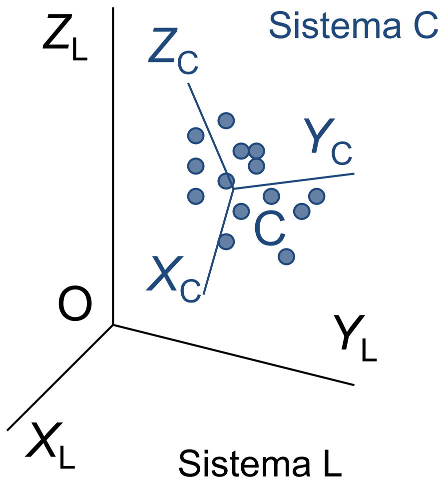
Ej. **Una bola cargada positivamente, de 100 g se acerca con v = $2\vec{i}$ m/s a otra bola cargada positivamente de 200 g en reposo.**
Tras su interacción la primera bola se mueve con v = $2\vec{j}$ m/s
Hallar la velocidad de la segunda bola.

Ej. **Un cañón de 5000 kg dispara un proyectil de 100 kg.**
La energía cinética del proyectil al salir del cañón es 7.5 10^6 J.
Hallar la energía cinética del cañón a causa del retroceso.

Ej. **Se dispara una bala de masa m con v_0 sobre un bloque de masa M.**
La bala atraviesa el bloque y emerge con $v = v_0/2$.
Calcular la altura que alcanza el bloque.



3 Centro de masas



Definición:

$$\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$$

Coord. cartesianas:

Objetos discretos:

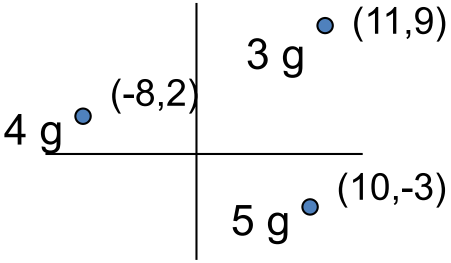
$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \quad y_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i} \quad z_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

Objetos continuos:

$$x_{\mathrm{CM}} = \frac{\int dm\ x}{\int dm} \quad y_{\mathrm{CM}} = \frac{\int dm\ y}{\int dm} \quad z_{\mathrm{CM}} = \frac{\int dm\ z}{\int dm}$$

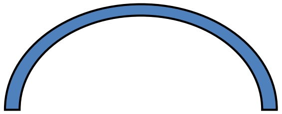
Centro de masas

Ej. **Objetos discretos:**

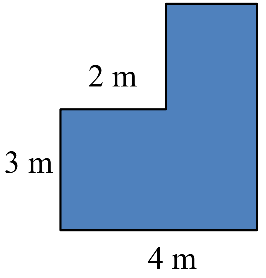


Ej. **Objetos continuos:**

Ej. **Objetos continuos:**



Ej. **Objetos continuos:**

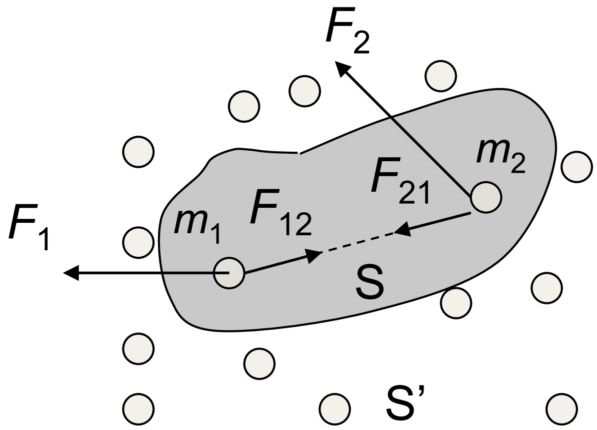


Movimiento del CM

$$\vec{r}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} \Rightarrow \quad \vec{v}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{\sum_i m_i}$$

velocidad del sistema

$$\vec{a}_{\mathrm{CM}} = \frac{\sum_i m_i \vec{a}_i}{M} = \frac{\sum_i \vec{F}_{\mathrm{int}} + \vec{F}_{\mathrm{ext}}}{M} = \frac{\sum_i \vec{F}_{\mathrm{ext}}}{M}$$



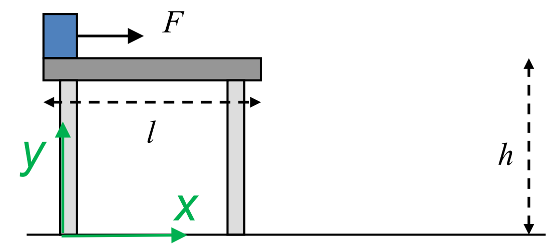
- **El CM se mueve como una partícula de masa *M* sujeta a la fuerza externa resultante**

9

La fuerza *F* es constante y actúa en todo momento.
El móvil de masa *m* arranca con velocidad inicial nula.

Hallar la posición del móvil en función del tiempo.
Hallar la ecuación de la trayectoria hasta que el cuerpo toca el suelo.

Nota: ignorar el rozamiento.



Movimiento en la mesa

$$\begin{cases} x = \tfrac{1}{2} F/m\, t^2 \\ y = h \end{cases} \qquad 0 < t < t_{borde}$$

$$l = \tfrac{1}{2} F/m\, t_{borde}^{\;2} \Rightarrow t_{borde} = (2ml/F)^{1/2}$$

Movimiento en el aire

$$\begin{cases} x = \tfrac{1}{2} F/m\, t^2 \\ y = h - \tfrac{1}{2}\, 9.8\, (t - t_{borde})^2 \end{cases} \qquad t_{borde} < t$$

Ecuación de la trayectoria

$$t = (2mx/F)^{1/2}$$

$y = h$ mesa

$y = h - 4.9\, [(2mx/F)^{1/2} - (2ml/F)^{1/2}]^{\,2}$ aire

Movimiento del CM

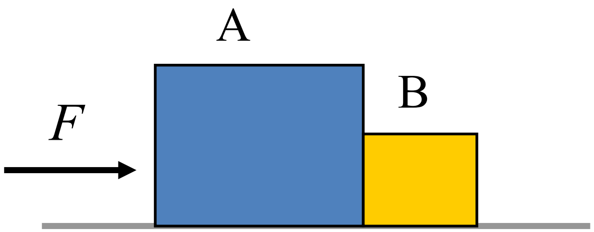
Ej.

Una fuerza horizontal F=12 N actúa sobre un bloque A, de 4 kg, que empuja a otro bloque B, de 2 kg.

Calcular la aceleración del sistema.

Calcular la fuerza que cada bloque ejerce sobre el otro.

Nota: ignorar el rozamiento. Es interesante repertirlo con rozamiento.



Movimiento del CM: ecuación básica del MAS

$$F = -k\,x$$

Por la 2ª ley de Newton:

$$F = m\,a \Rightarrow m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -kx$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

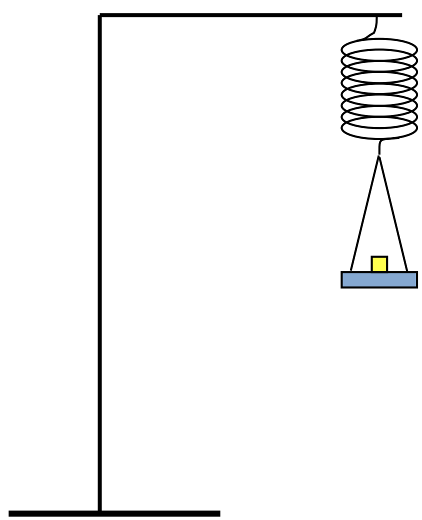
$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2 x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Aparece en muchas situaciones físicas (y de otras ciencias).

Movimiento del CM: ecuación básica del MAS

Ej.

Al situar la pesa sobre el platillo el muelle se alarga 2 cm.
Se hace oscilar el conjunto con amplitud de 4 cm.
¿Cuál es la frecuencia del movimiento?
¿Cuál es la fuerza neta sobre la pesa en el punto más alto?
Hallar la máxima amplitud para que la pesa permanezca sobre el platillo.



Masa pesa = 25 g

Masa platillo = 100 g

Movimiento del CM: ecuación básica del MAS

Ej. En el fondo del hueco de los ascensores suele instalarse un muelle como medida de seguridad.

Además, en caso de ruptura del cable, un freno de seguridad aplica una fuerza de rozamiento constante al ascensor.

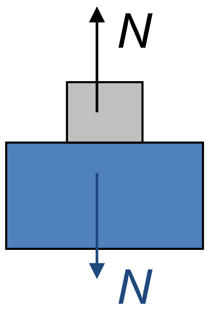
Determinar la constante elástica que debe tener el muelle.

4 Fuerzas de contacto

Fuerzas estadísticas de gran importancia práctica (f. electromagnéticas)

Estudio fenomenológico

a) Fuerza normal



Impide que un objeto penetre en otro

Se ajusta de forma automática

Fuerzas de contacto

b) Fuerza de rozamiento

- El rozamiento es esencial en muchas aplicaciones

- Se opone al movimiento RELATIVO entre cuerpos

- Cumple la tercera ley de Newton

Leyes clásicas (fenomenológicas)

- Independiente del área de contacto
- Independiente de la velocidad
- Proporcional a la normal

Fuerzas de contacto

c) Fuerzas de fricción en fluidos

Un cuerpo en movimiento en el seno de un fluido experimenta una fricción que aumenta con la velocidad

v bajas, caso lineal:

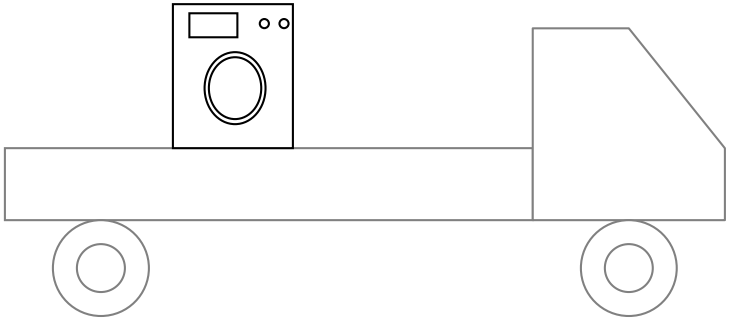
$$F_{res} = -k\eta v \quad \begin{cases} k \text{ coef arrastre: forma y tamaño del cuerpo} \\ \eta \text{ viscosidad del fluido} \end{cases}$$

*V*elocidad límite: $$v_{\mathrm{LIM}} = \frac{F}{k\eta}$$

Fuerzas de contacto

Ej. Un camión que transporta una lavadora arranca en un semáforo. Tomando un sistema de referencia ligado al semáforo dibujar las fuerzas sobre la lavadora mientras el camión acelera, y especificar qué objeto ejerce cada fuerza.

Repetir el ejercicio cuando el camión avanza a velocidad constante.



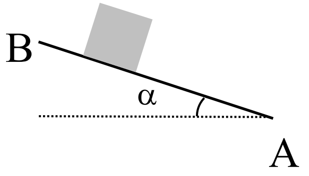
Ej. Aceleración decreciente

Fuerzas de contacto

Ej. Medida del coeficiente de rozamiento estático entre un objeto y una plataforma.

La plataforma se eleva lentamente desde la horizontal hasta que el objeto comienza a deslizar. Hallar μ con su error a partir de:

masa del objeto $m = 200 \pm 5$ g
ángulo en que comienza a deslizar: $\alpha_L = 30º \pm 1º$

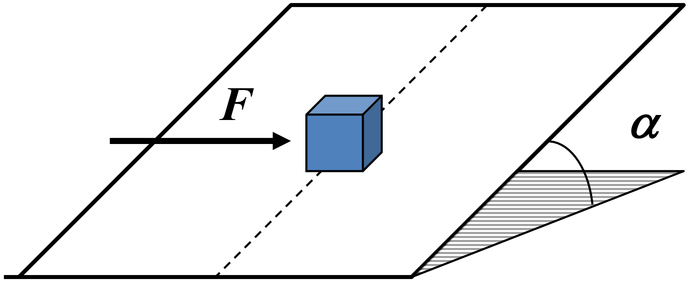


Ej. En el dispositivo anterior, hallar para $\alpha = 15º$:

a) la fuerza normal que la plataforma ejerce sobre el objeto.
b) la fuerza de rozamiento que la plataforma ejerce sobre el objeto.
c) la fuerza total que el objeto ejerce sobre la plataforma.

Fuerzas de contacto

Ej. Un cuerpo de masa *m* está en reposo sobre un plano inclinado.
El coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es $\mu = 2 \text{ tg } \alpha$.
Hallar la mínima fuerza horizontal (perpendicular a la pendiente del plano) necesaria para que se mueva el cuerpo.
¿En qué dirección se movería en este caso?



Fuerzas de contacto

Ej. Introducción a la navegación Olimpiada Nacional de Física 2010

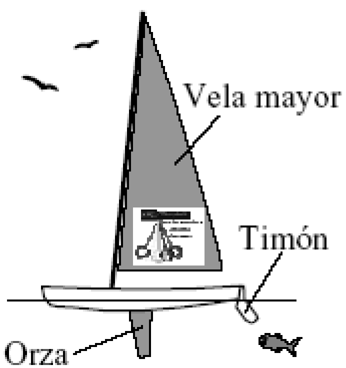


Fig. 1

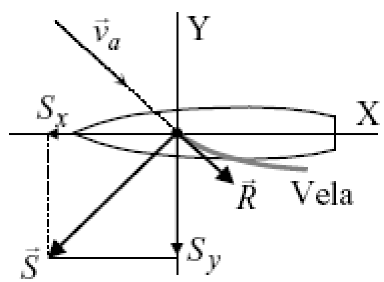


Fig. 2

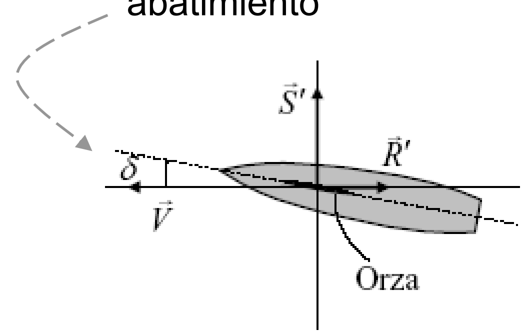


Fig. 3

Fuerzas aerodinámicas: sustentación y resistencia

Fuerzas hidrodinámicas: sustentación y resistencia

5 Equilibrio estático

Equilibrio estático: partícula en reposo

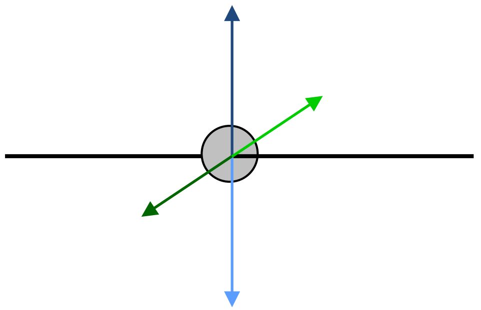
Equilibrio cinético: partícula con MRU

Son equivalentes:
cambio de SR inercial

Condición:

$$\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{Total=0} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum F_z = 0 \end{cases}$$

Las ligaduras pueden reducir el nº de ecuaciones necesarias.



6 Fuerzas de inercia

Son fuerzas ficticias que aparecen al observar un cuerpo desde un sistema de referencia no inercial.

2ª ley en SR inercial

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

FUERZAS REALES

movimiento en SR inercial

transformación de Galileo a un SR acelerado

$$= m\left(\overrightarrow{a'} + \vec{A}\right)$$

movimiento en SR NO inercial

aceleración entre SR

$$\Rightarrow$$

2ª ley en SR NO inercial

$$\vec{F} - m\vec{A} = m\overrightarrow{a'}$$

FUERZAS REALES

FUERZA DE INERCIA

movimiento en SR NO inercial

No corresponden a una interacción entre objetos

No aparecen por pares (3ª ley de Newton) [Ej. G.Donald]

Materiales adicionales: FORCE CONCEPT INVENTORY

Algunos errores conceptuales sólo pueden corregirse si se discuten explícitamente y se reflexiona sobre ellos.

- Primera ley de Newton

  Si no existen fuerzas la dirección y sentido de v son constantes
- Segunda ley de Newton

  No se requiere fuerza para que un cuerpo se mueva en una dirección (o sentido)

  Fuerza constante implica aceleración constante

  La aceleración g es independiente del peso

  El momento lineal es un vector…
- Tercera ley de Newton

The Physics Teacher **30** 141 (1992)

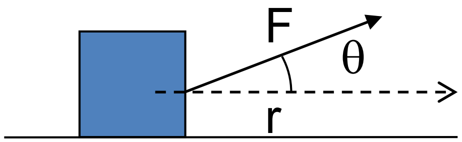
BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

Tema 7. Energía

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

1 Trabajo de una fuerza. Energía



Trabajo: $$W = \vec{F}\,\vec{r} = F\,r\cos\theta$$

Caso general: $$W = \int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}$$

Unidad (S.I.): Joule = kg m^2 s^{-2}

Para hallar *W* se necesita

- ***F(r)* y la trayectoria**
- **o**
- ***F(t)* y *r(t)***

Energía

Suele definirse como la capacidad de realizar un trabajo: es una definición imprecisa.

Sabemos que la energía es una magnitud que se conserva.

Unidad (S.I.): Joule = $kg\ m^2\ s^{-2}$

2 Energía cinética

Energía asociada al movimiento de los objetos.

Es igual al trabajo necesario para acelerar el cuerpo desde el reposo hasta la velocidad *v*:

$$E_{\mathrm{C}} = \int F_{T} \mathrm{d}s = \int m \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}s = \int_{0}^{v_f} m\, v\, \mathrm{d}v = \frac{1}{2} m\, v_f^2$$

Si un cuerpo pasa de velocidad v_1 a v_2 :

$$W = \Delta E_{\mathrm{C}} = \frac{1}{2} m\, v_2^2 - \frac{1}{2} m\, v_1^2$$

3 Energía potencial

Energía asociada a la posición de los objetos.

Fuerzas conservativas: el trabajo realizado por la fuerza para llevar un cuerpo de un punto A a otro B no depende del camino seguido, sólo de los puntos inicial y final.

Energía potencial:

$$W = \int \vec{F} \mathrm{d}\vec{r} = E_{\mathrm{P}}(\mathrm{A}) - E_{\mathrm{P}}(\mathrm{B}) = -\Delta E_{\mathrm{P}}$$

Relación Fuerza - Energía potencial

Energía potencial a partir de *F*:

$$E_P(A) = -\int_0^A \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r} = \int_A^0 \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}$$

$$dW = \vec{F}\mathrm{d}\vec{r} = F_s\mathrm{d}s = -\mathrm{d}E_P \Rightarrow F_s = -\frac{\mathrm{d}E_P}{\mathrm{d}s}$$

La fuerza en una dirección es la derivada de E_p en esa dirección

Fuerza a partir de Energía potencial:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}E_P$$

Si *E*p (r) [no depende de la dirección] la fuerza es central:

$$F = -\frac{\mathrm{d}E_P\,(r)}{\mathrm{d}r}$$

4 Conservación de la Energía

Si las fuerzas son conservativas: $W = -\Delta E_P$

Siempre: $W = \Delta E_C$

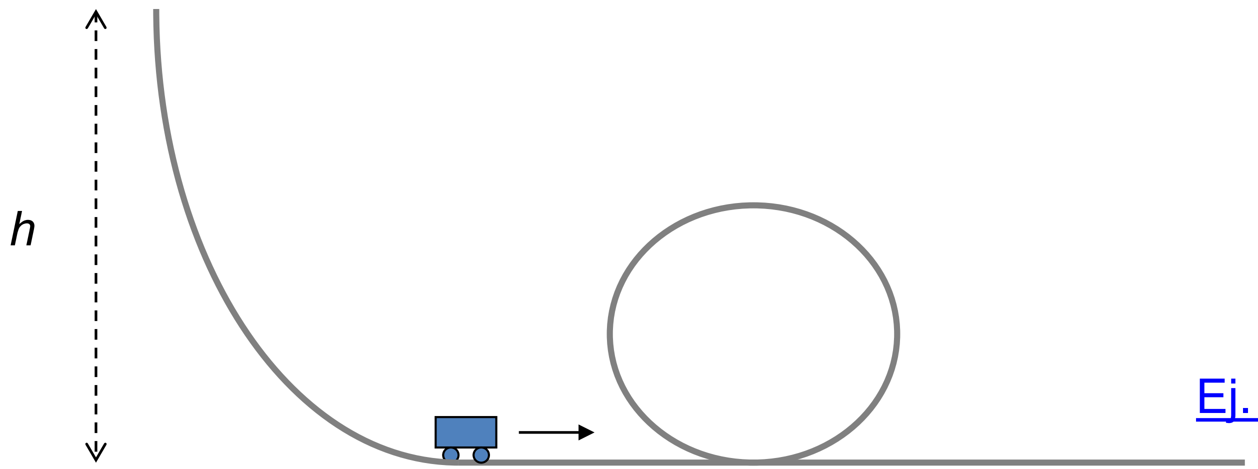
$$\Delta E_C = -\Delta E_P \Rightarrow \Delta\underbrace{\left(E_C + E_P\right)}_{\text{Energía total}} = 0$$

Si las fuerzas son conservativas, la energía total de la partícula permanece constante.

Ej 15.3

Conservación de la Energía

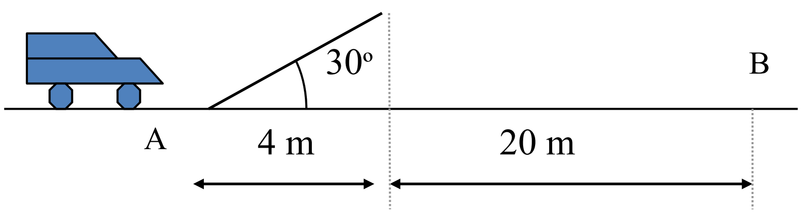
Ej. **Hallar la altura mínima para superar el lazo sin velocidad inicial.**



Ej. G.Donald

Conservación de la Energía

Ej. **Hallar la velocidad del coche en el punto A para que alcance el punto B.**



Ej. **Una piedra de 0.2 kg se lanza con *v* = 15 m/s formando un ángulo de 60º con la horizontal.**
Hallar las energías cinética, potencial y total de la piedra tras 1 s y en el punto más alto de su trayectoria.

Conservación de la Energía: MAS

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow F = ma = -m\omega^2 x \qquad (x\text{-}x_0)$$

Fuerza proporcional y opuesta al desplazamiento

Energía

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \text{sen}^2(\omega t) = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

$$E_{\text{pot}} = \int F \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$$

$$E_{\text{total}} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

Conservación de la Energía: MAS

Ej. La posición de una partícula de 2 kg es $x(t) = 5 \cos(3t)$ m

Su energía potencial es $E_p(t) = 9\, x^2(t)$ J.

Hallar la velocidad en función del tiempo, $v(t)$.

Hallar la energía cinética y la energía total en función del tiempo.

Hallar la velocidad de la partícula en función de su posición x, $v(x)$.

Ej 15.3

Fuerzas no conservativas

Las fuerzas fundamentales para una partícula son conservativas

pero

en sistemas con muchas partículas aparecen
a nivel macroscópico fuerzas no conservativas

***F* conservativas y no conservativas:** $$W = -\Delta E_{\mathrm{P}} + W'_{F\ \mathrm{No\ Cons}}$$

Siempre: $$W = \Delta E_{\mathrm{C}}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\left(E_{\mathrm{C}} + E_{\mathrm{P}}\right) = W'_{F\ \mathrm{No\ Cons}}$$

Fuerzas no conservativas

Ej. **Hallar la potencia que desarrolla el motor de un automóvil de 1.000 kg, que avanza a 36 km/h con un coeficiente de rozamiento de 0.07**

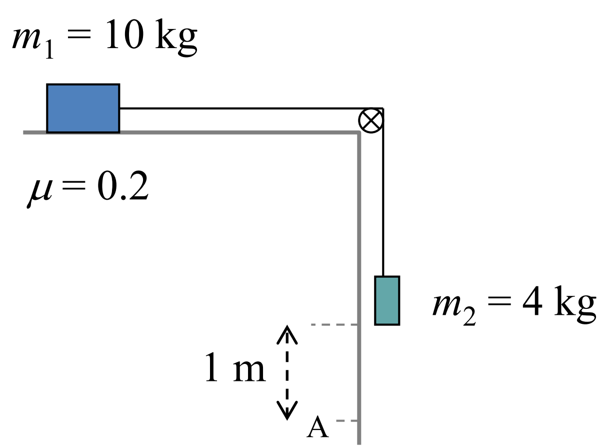
- **por una carretera horizontal**
- **subiendo una cuesta que asciende 5 m por cada 100 m**
- **bajando la misma cuesta.**

Ej. **Un cuerpo desciende desde el reposo por un plano inclinado 30º y luego continúa sobre el plano horizontal hasta detenerse. Recorre la misma distancia en los dos planos. Hallar el coeficiente de rozamiento (igual en ambos planos).**

Fuerzas no conservativas

Ej. **El sistema de la figura parte del reposo en la situación indicada. Hallar cuando el bloque 2 llega a A:**

- **la tensión de la cuerda**
- **la velocidad de cada bloque**
- **la energía disipada por las fuerzas de rozamiento**



Ej 15.3

5 Potencia

Potencia: $$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$$

También: $$P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \vec{F}\,\vec{v}$$

Unidad (S.I.): Vatio
= kg m^2 s^{-3}

Supongamos un objeto que se mueve en una dimensión:

$$P = F_x\, v_x = m\, a_x\, v_x \Rightarrow a_x = \frac{P}{m\, v_x}$$

Potencia

Ej. **La grúa de un barco eleva una carga de 80 kg a 10 m en 20 s. ¿Cuál es la potencia de su motor?**

6 Fuentes de energía

¿Por qué necesitamos fuentes de energía si la energía se conserva?

ENERGÍAS NO RENOVABLES	ENERGÍAS RENOVABLES
Combustibles fósiles ¿De dónde proviene su energía? ¿Cómo se aprovecha? ¿Qué problemas derivan de su uso? ¿Por qué es tan complicado dejar de usarlos?	¿Qué son? ¿Aparecerán nuevas fuentes? ¿Qué ventajas e inconvenientes presentan? ¿Existe límite para explotarlas? ¿Son energías limpias? ¿Cuál será la energía renovable del futuro? ¿Cómo se aplicarían al sector marítimo?
Centrales nucleares ¿En qué se basan las centrales nucleares? ¿Qué problemas presentan? ¿Se puede aplicar al sector marítimo?	¿Es útil mejorar el rendimiento del sistema? ¿Cómo se puede reducir el consumo energético?

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

Tema 8. Dinámica del sólido rígido

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

1 Movimiento del sólido

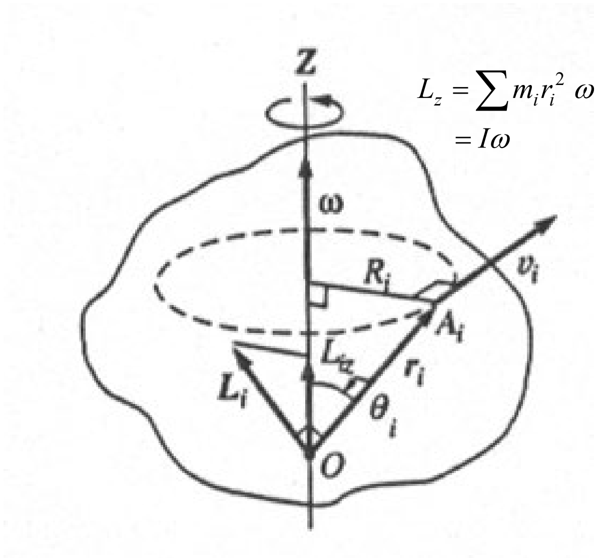
Sólido rígido: sistema de partículas en el que la distancia entre ellas permanece fija bajo la aplicación de cualquier fuerza.

$$\textbf{Movimiento} \begin{cases} \textbf{Traslación:} \quad M\,a_{\mathrm{CM}} = \sum F_{\mathrm{ext}} \\ \quad + \\ \textbf{Rotación:} \quad \textbf{formalismo especial} \end{cases}$$

2 Rotación del sólido rígido

Pero todo cuerpo posee tres ejes (ejes principales de inercia) para los que:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$



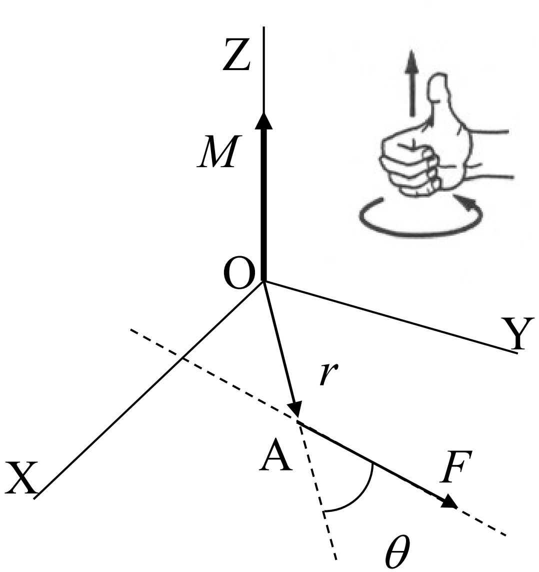
Si el cuerpo gira respecto a un eje principal:

(con ***L*** y ***M*** respecto CM o pto. en reposo en un SR inercial)

$$\vec{M}_{F_{\text{ext}}} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = I\frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} = I\vec{\alpha}$$

relaciona Fext con la rotación de todo el sólido

Momento de una fuerza



Momento de una fuerza:

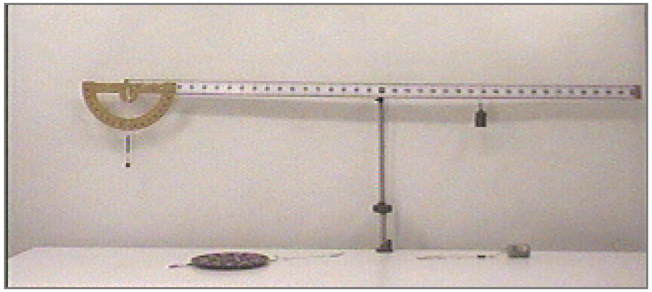
$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\left| \vec{M}_o \right| = r\ F\ \mathrm{sen}\,\theta$$

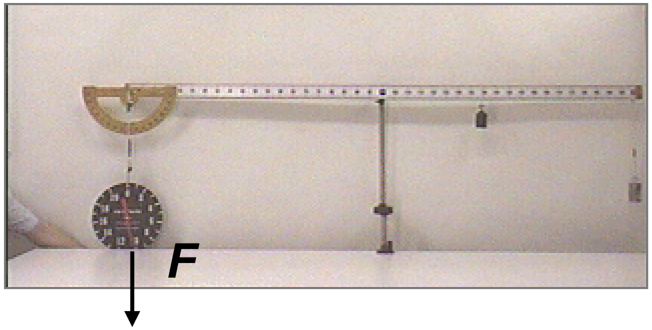
Efecto de una fuerza para cambiar la rotación de un objeto respecto a un eje

Momento de una fuerza

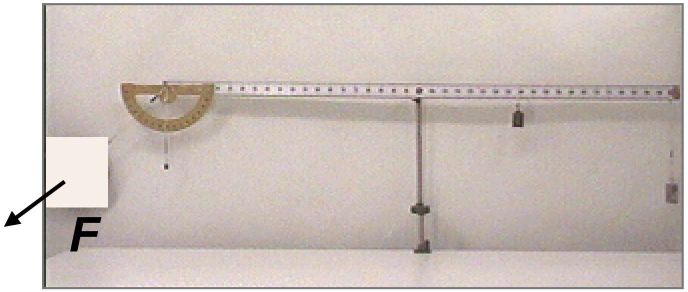
Equilibrio



La fuerza vertical
compensa la pesa.



¿Ha de ser la fuerza
oblicua mayor o menor?



Momento de una fuerza

Ec. Fundamental para estudiar el movimiento de rotación:

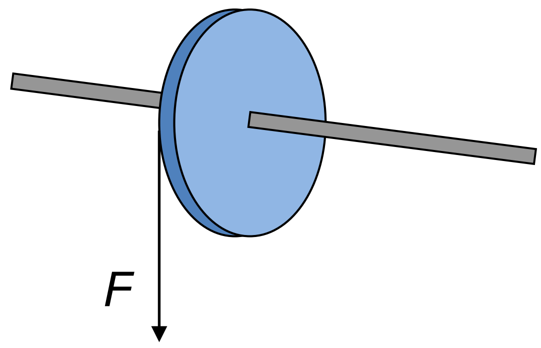
Una partícula: $$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}$$ se han de calcular respecto al mismo punto

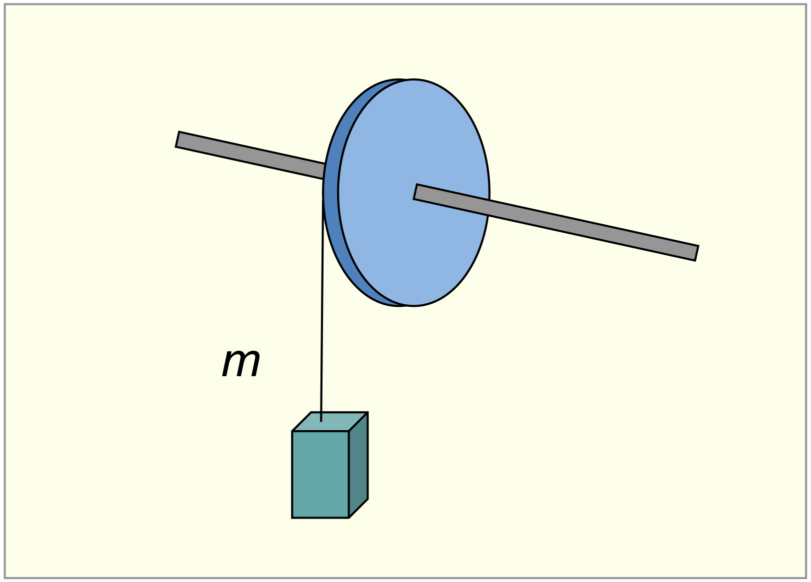
Sistema partículas: $$\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = \vec{M}_{F_{ext}}$$ se han de hallar respecto al mismo punto, que debe estar en reposo en algún sistema inercial o ser el CM

Principio de conservación del momento angular: en ausencia de momento de fuerzas exteriores, el momento angular es constante

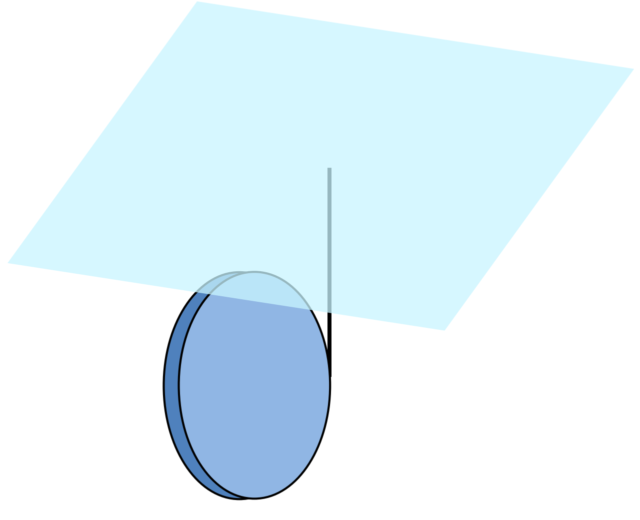
Rotación del sólido rígido

Ej.





Ej.



Momento de inercia

Momento de inercia: representa la resistencia de un objeto a los cambios en su movimiento de rotación

Cálculo

$$I = \sum m_i r_i^2$$ **Objetos discretos**

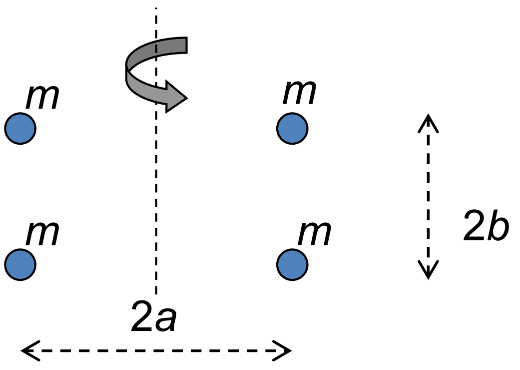
$$I = \int \mathrm{d}m\, r^2$$ **Objetos continuos**

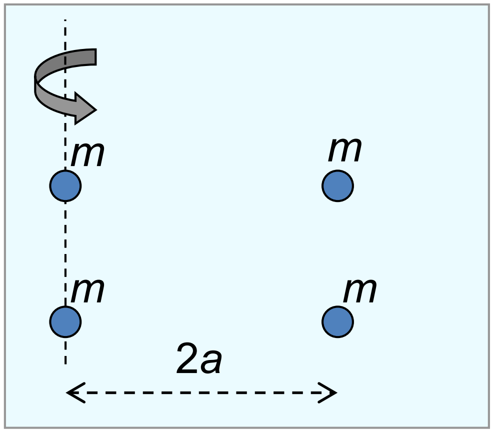
Teoremas para facilitar el cálculo:

- **T$^{\text{ma}}$ de los ejes paralelos (Steiner)** $\quad I = I_{\mathrm{CM}} + Md^2$
- **T$^{\text{ma}}$ Poinsot** $\quad I = I_1 \cos^2\alpha + I_2 \cos^2\beta + I_3 \cos^2\gamma$
- **T$^{\text{ma}}$ de los cuerpos planos** $\quad I_x + I_y = I_z$

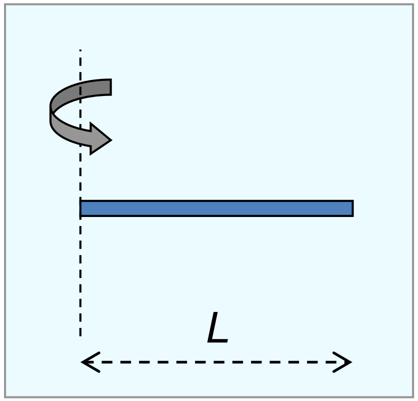
Momento de inercia

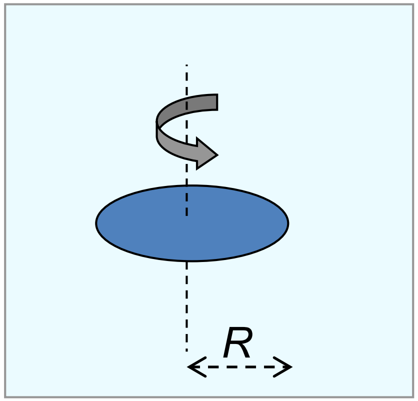
Ej. **Objetos discretos**





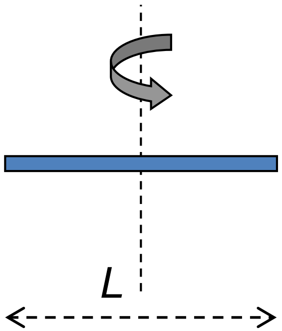
Ej. **Objetos continuos**

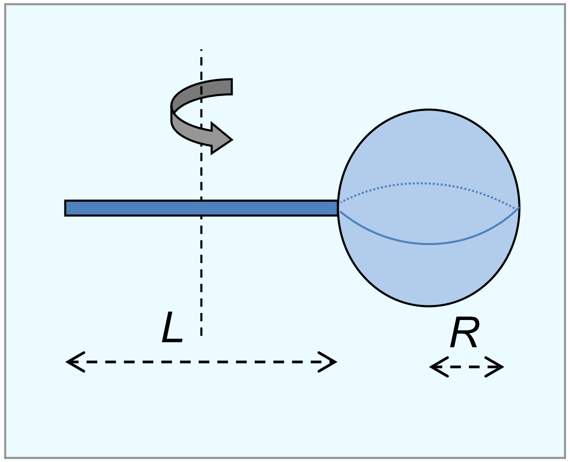




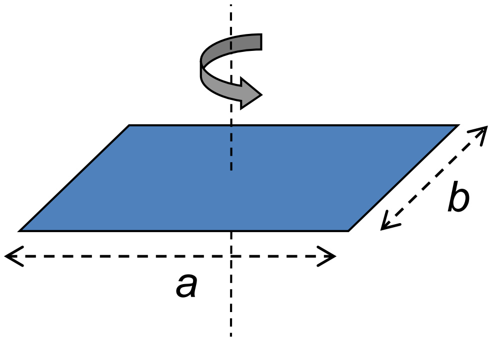
Momento de inercia

Ej. **Teorema de Steiner**





Ej. **Teorema de los cuerpos planos**



3 Equilibrio del sólido rígido

Objeto N partículas: 3N ecuaciones

6 ecuaciones

Condición sólido rígido: 3N – 6 ligaduras

Cualquier movimiento = traslación + rotación

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \sum \vec{M} = 0$$

3 + 3 ecuaciones

Si todas las fuerzas están en un mismo plano:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

3 ecuaciones

Equilibrio del sólido rígido

Resolución de problemas

1 - Dibujar un esquema de CADA cuerpo con las fuerzas sobre él

$$\left\{\begin{array}{l}\text{gravitatorias}\\ \text{electromagnéticas}\\ \text{de contacto}\end{array}\right.$$

2 - Elegir un SR

3 - Elegir un origen de momentos

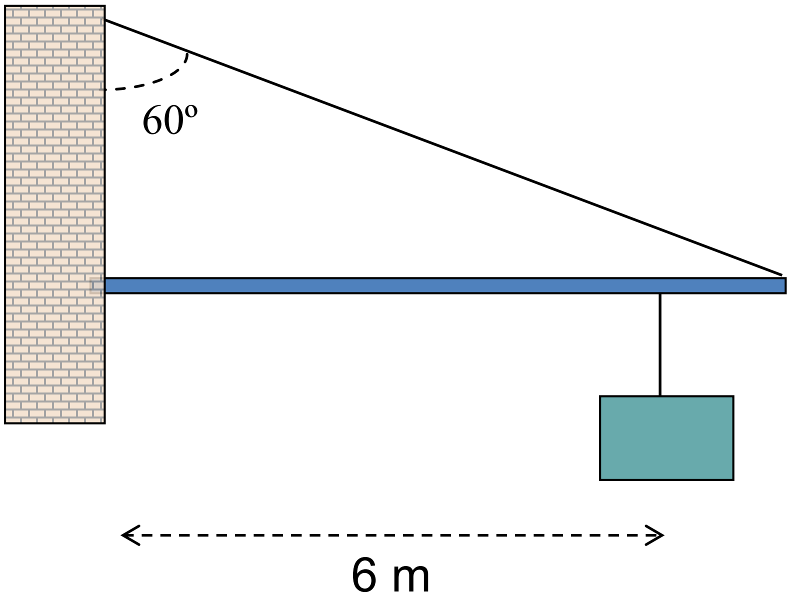
4 - Escribir las ecuaciones del equilibrio estático

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum M_z = 0$$

5 - Resolver las ecuaciones

Equilibrio del sólido rígido

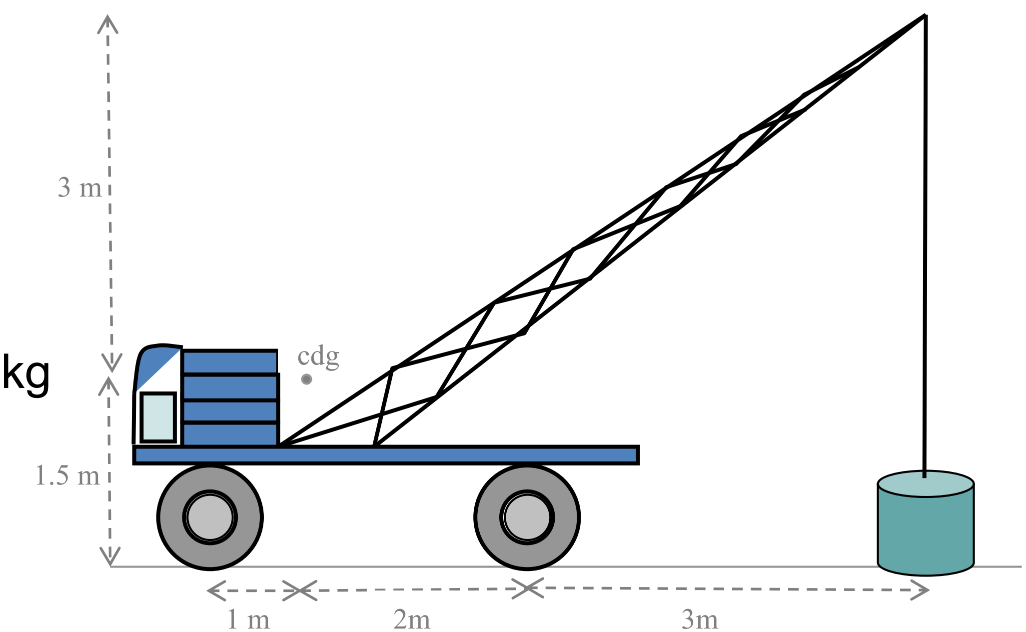
Ej. La viga de 1.000 kg y 8 m hace de carril aéreo.
Sobre ella desliza un colgador en el que colocamos 2000 kg de carga.
Calcular la tensión del cable del soporte y la reacción de la pared sobre la viga cuando la carga se encuentra a 6 m de la pared.



Equilibrio del sólido rígido

Ej. Dibujar las fuerzas sobre el camión cuando eleva el cubo.
Hallar la fuerza que el suelo ejerce sobre las ruedas delanteras y traseras si el cubo con 1000 l de hormigón (ρ = 1900 kg/m^3) se eleva con a = 2.2 m/s^2
Hallar la máxima carga de hormigón que se puede elevar sin que se levanten las ruedas.
¿Cuál es la posición crítica del cubo para que se levanten las ruedas?

M = 3673.5 kg



m = 100 kg

4 Centro de gravedad

Punto donde se aplica la resultante del peso de todas las partículas:

$$\begin{cases} P_{\text{Total}} = \sum m_i g_i \\ M_{\text{Total}} = \sum x_i m_i g_i \end{cases}$$

Peso total

Momento total

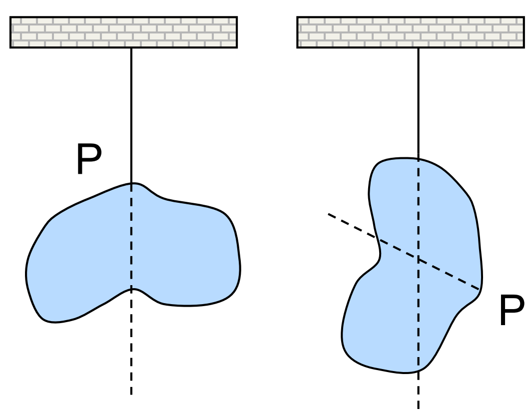
Cálculo cdg:

$$x_{\text{cdg}} P_{\text{Total}} = M_{\text{Total}} \Rightarrow$$

$$x_{\text{cdg}} = \frac{\sum x_i m_i g_i}{\sum m_i g_i}$$

cdg = CM si *g* es cte

Obtención experimental:

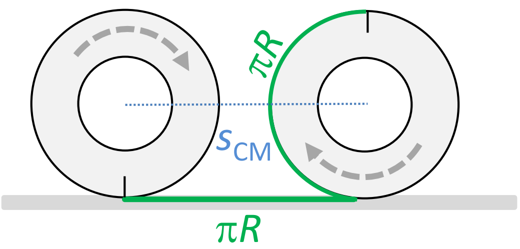


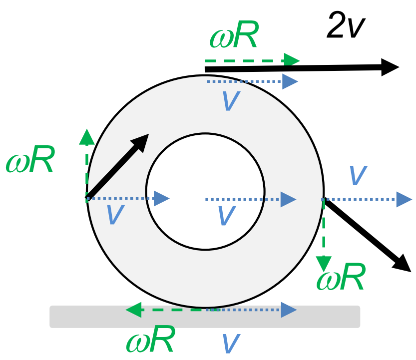
5 Objetos rodantes

Objetos que ruedan: el eje de rotación se traslada.

a) Rotación sin deslizamiento

$$a = \alpha R$$





El movimiento es una traslación + una rotación $v_{CM} = \omega R$

El punto de contacto no se mueve respecto al suelo (Rozamiento estático)

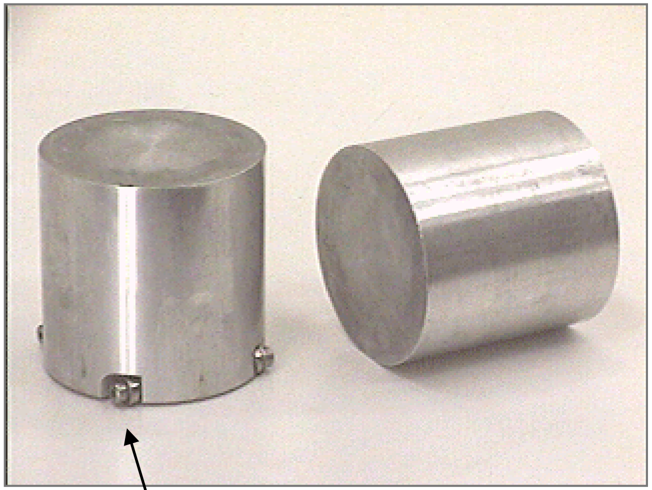
b) Rotación con deslizamiento

$$a \neq \alpha R$$

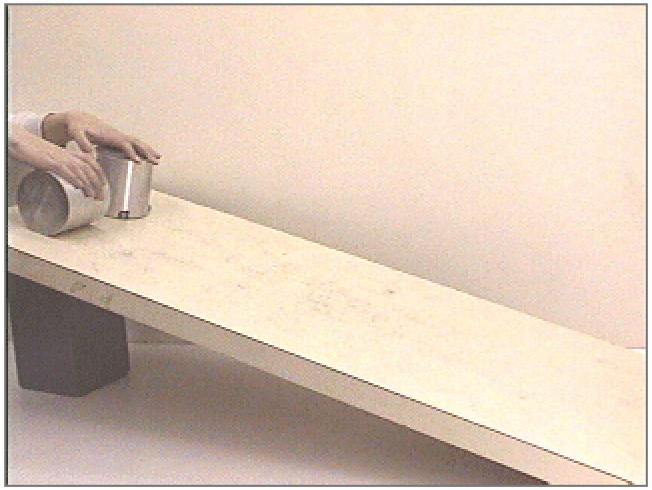
El punto de contacto con el suelo se mueve (Rozamiento cinético) $F_{roz} = \mu N$

Objetos rodantes

Ej.



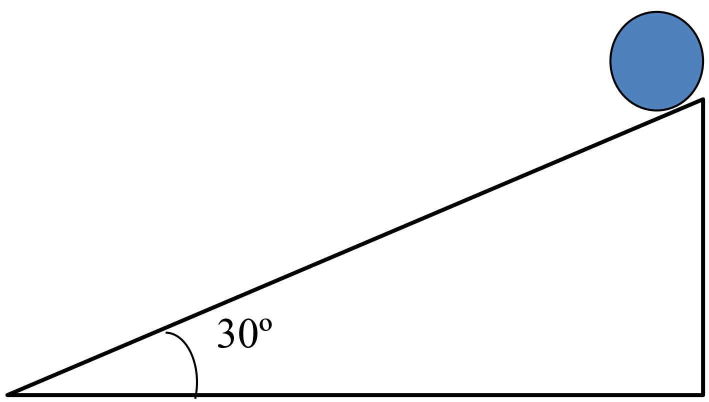
Sin rozamiento



¿Cuál bajará más rápido?

Objetos rodantes

Ej. Una esfera maciza homogénea parte del reposo desde el plano. Hallar el mínimo coeficiente de rozamiento entre plano y esfera para que ruede sin deslizar.
Un cilindro macizo con el coeficiente de rozamiento anterior, ¿rodará sin deslizar?



Objetos rodantes

Ej.

Una esfera maciza homogénea se lanza (sin rodar) con velocidad v_0 sobre un plano con coeficiente de rozamiento μ.

¿En qué punto comienza a rodar sin deslizar?

¿Cuál es su velocidad en ese instante?

Energía del sólido rígido

Sólido rígido: $\Delta E_{\mathrm{P\ int}} = 0$

Movimientos

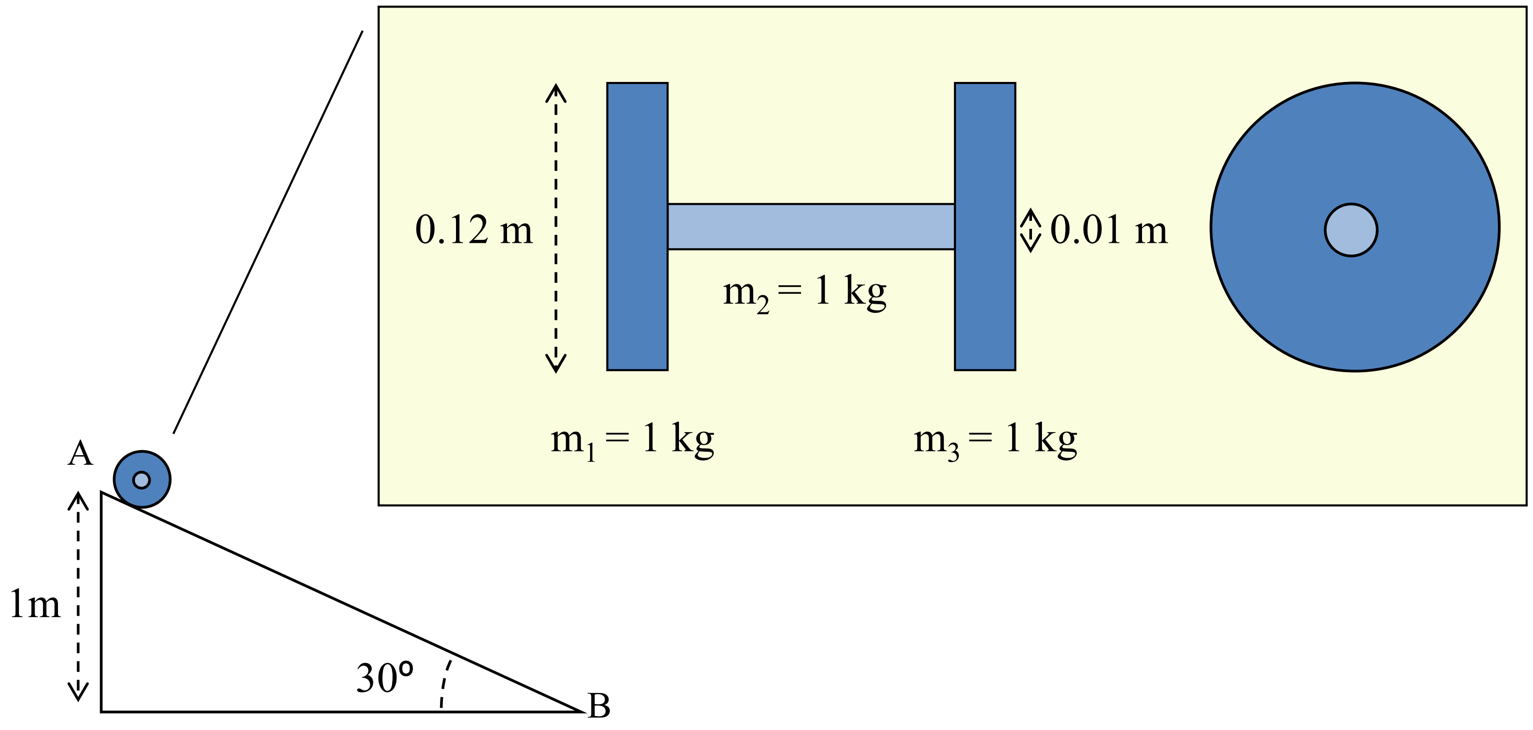
- **Traslación** $\frac{1}{2} M\, v_{\mathrm{CM}}^2$
- **Rotación** $\frac{1}{2} I\, \omega^2$

Como: $U = \frac{1}{2} M\, v_{\mathrm{CM}}^2 + E_{\mathrm{C\ int}} + E_{\mathrm{P\ int}} \Rightarrow \quad E_{\mathrm{C\ int}} = \frac{1}{2} I\omega^2$

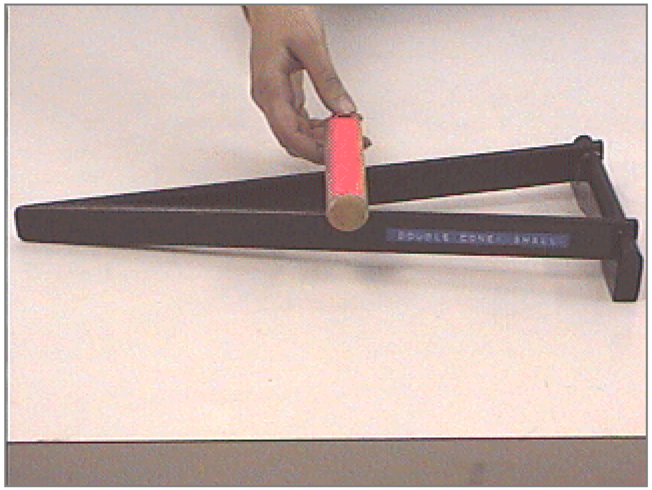
Conservación de E: $\Delta\left(\frac{1}{2} M\, v_{\mathrm{CM}}^2 + \frac{1}{2} I\, \omega^2 \right) = W_{\mathrm{Ext}}$

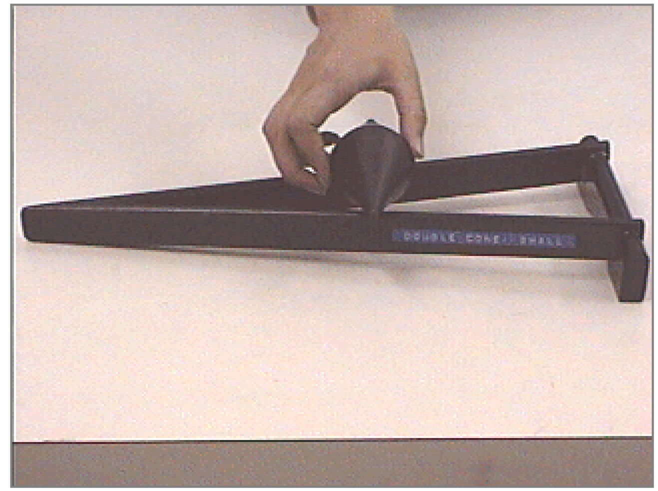
Energía del sólido rígido

Ej. **Hallar el tiempo en rodar de A a B si parte del reposo**



Energía del sólido rígido





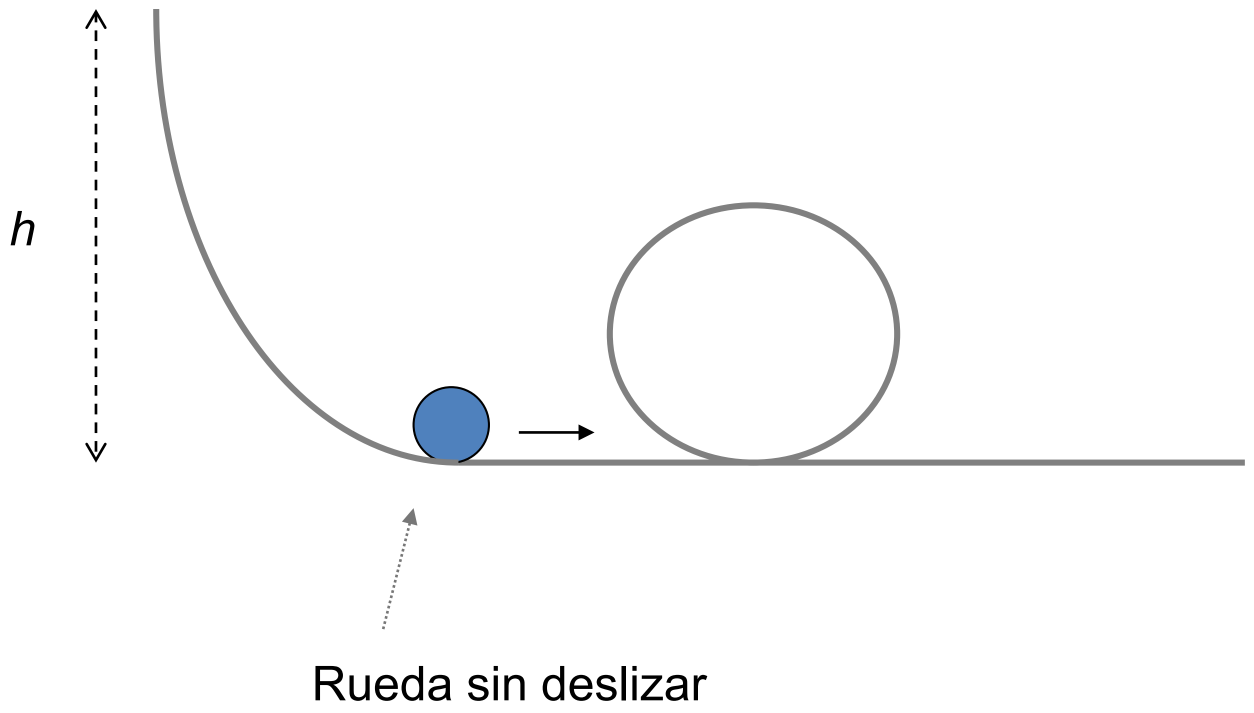
Cilindro **Doble cono**

¿En qué condiciones asciende el cono por los raíles?

Su cdg debe descender.

Energía del sólido rígido

Ej. **Hallar la altura mínima para superar el lazo sin velocidad inicial.**



Energía del sólido rígido

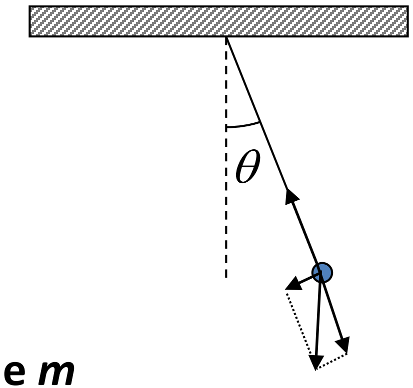
Ej. **Sean una esfera, un clindro y un aro en lo alto de un plano inclinado. ¿Cuál llegará antes abajo?**

Ej. **Dos objetos con $m_2 = 2\, m_1$ se mueven sobre un carril sin rozamiento bajo la acción de sendas fuerzas iguales, *F*. Ambos parten sin velocidad inicial y recorren una distancia *d*.**
¿Cuál llegará con mayor energía cinética?
¿Cuál tarda menos tiempo?

Ej 15.3

Péndulo simple y péndulo físico

Péndulo ideal: partícula suspendida de una cuerda sin masa y de longitud mucho mayor que las dimensiones de la partícula.

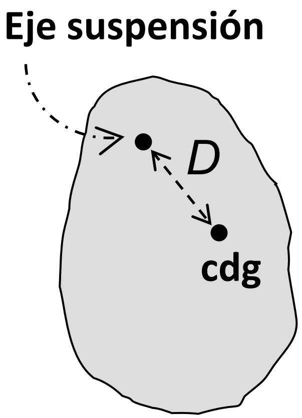


$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{l}\operatorname{sen}\theta = 0 \approx \frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{l}\,\theta = 0$$

Oscilaciones pequeñas

MAS $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$ **no depende de *A* ni de *m***

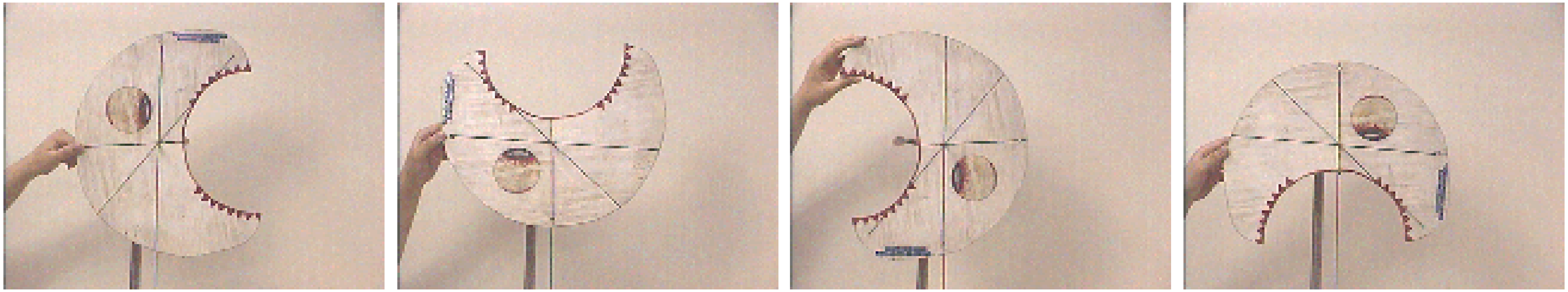
Péndulo físico: cuerpo suspendido (no del cdg)



$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \frac{MgD}{I}\,\theta = 0$$

MAS $$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MgD}}$$

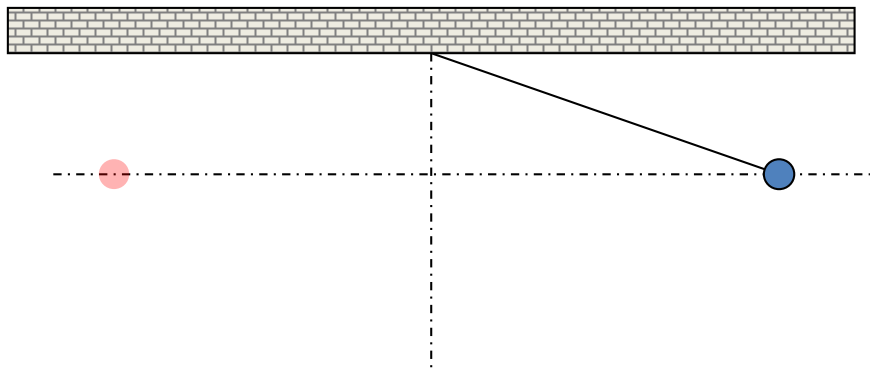
Péndulo simple y péndulo físico



El objeto se suspende de su cdg en estas cuatro posiciones; ¿en qué posiciones oscila y qué tipo de movimiento sigue?

Al estar colgado de su cdg permanece estático

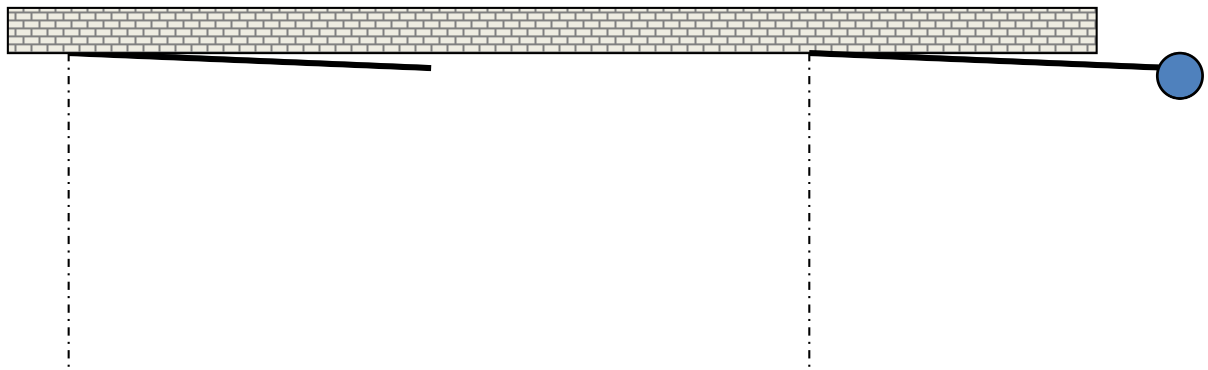
Péndulo simple y péndulo físico



Se deja caer el péndulo desde la altura indicada y cuando alcanza el punto rojo se corta la cuerda; ¿qué trayectoria sigue la lenteja?

Caída libre

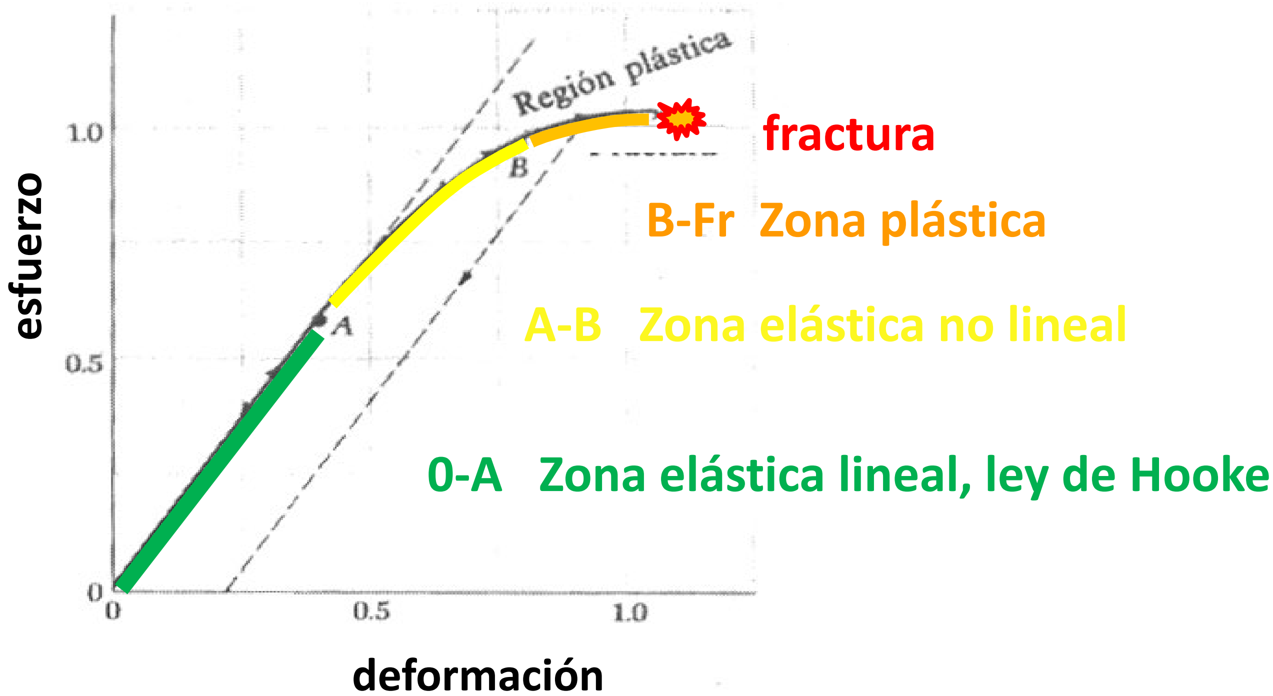
Péndulo simple y péndulo físico



Se tienen dos barras de 100 g iguales colgadas del extremo.
En una de ellas se coloca al final una masa de 1 kg.
Se desvían ambas 90º y se dejan oscilar.
¿Cuál oscila más rápido?

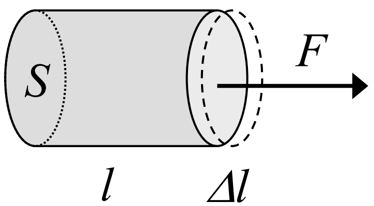
Más rápido oscila la que no tiene la masa (aumenta el momento de inercia o la longitud del péndulo equivalente… se puede entender de varias maneras).

6 Elasticidad en sólidos



Elasticidad por tracción

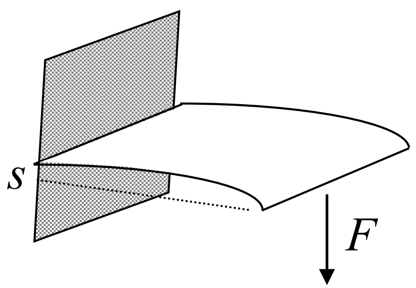
$$\frac{F}{S} = E\,\frac{\Delta l}{l}$$



Elasticidad en sólidos

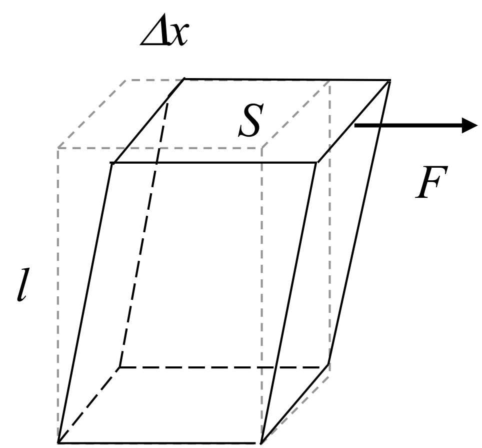
deformación = cte esfuerzo

Flexión



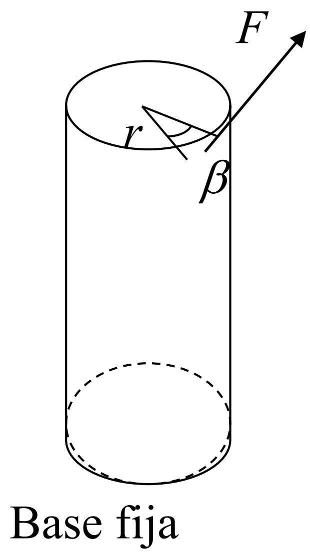
$$s = c_f F$$

Cizalladura



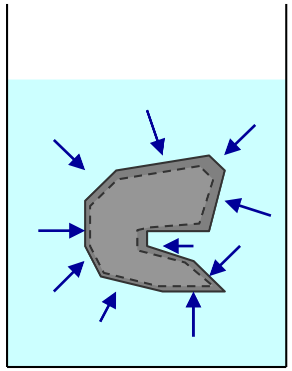
$$\frac{\Delta x}{l} = \frac{1}{\mu}\frac{F}{S}$$

Torsión



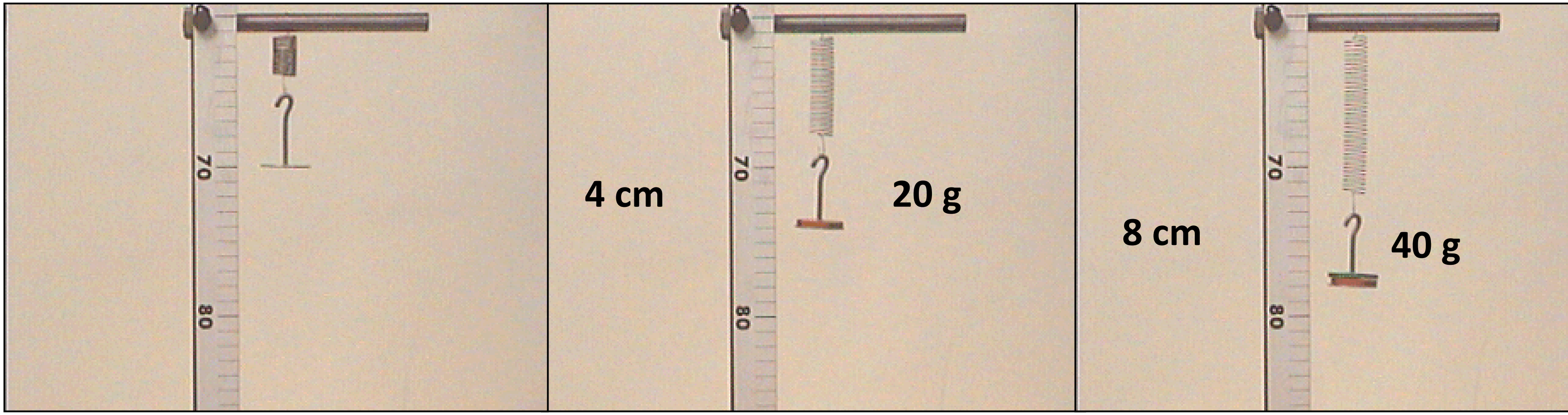
$$\beta = \frac{1}{R} r\, F$$

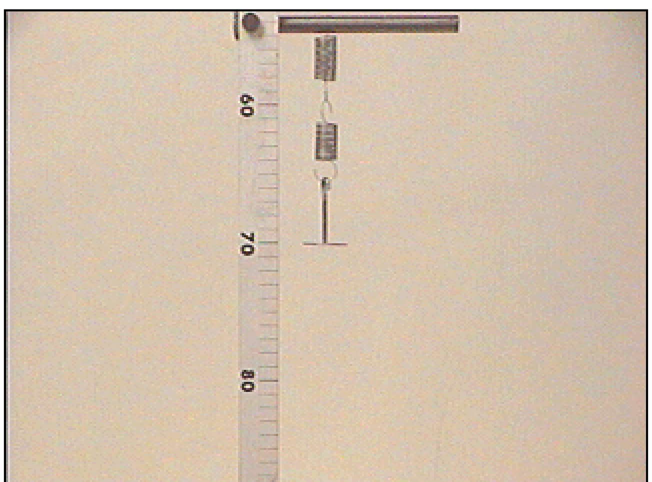
Compresibilidad

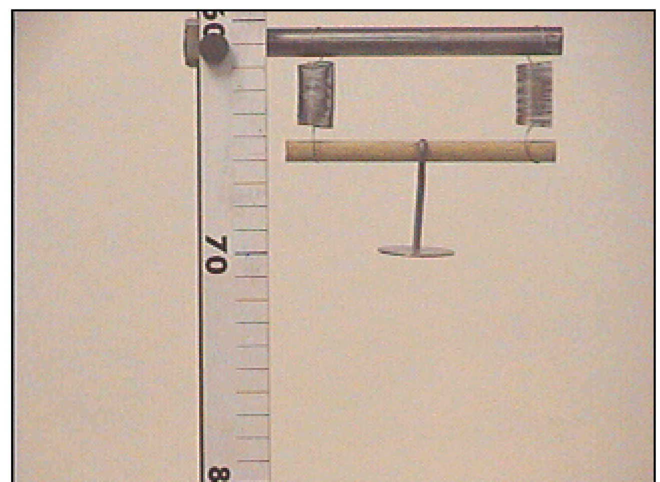


$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{Q} P$$

Elasticidad en sólidos

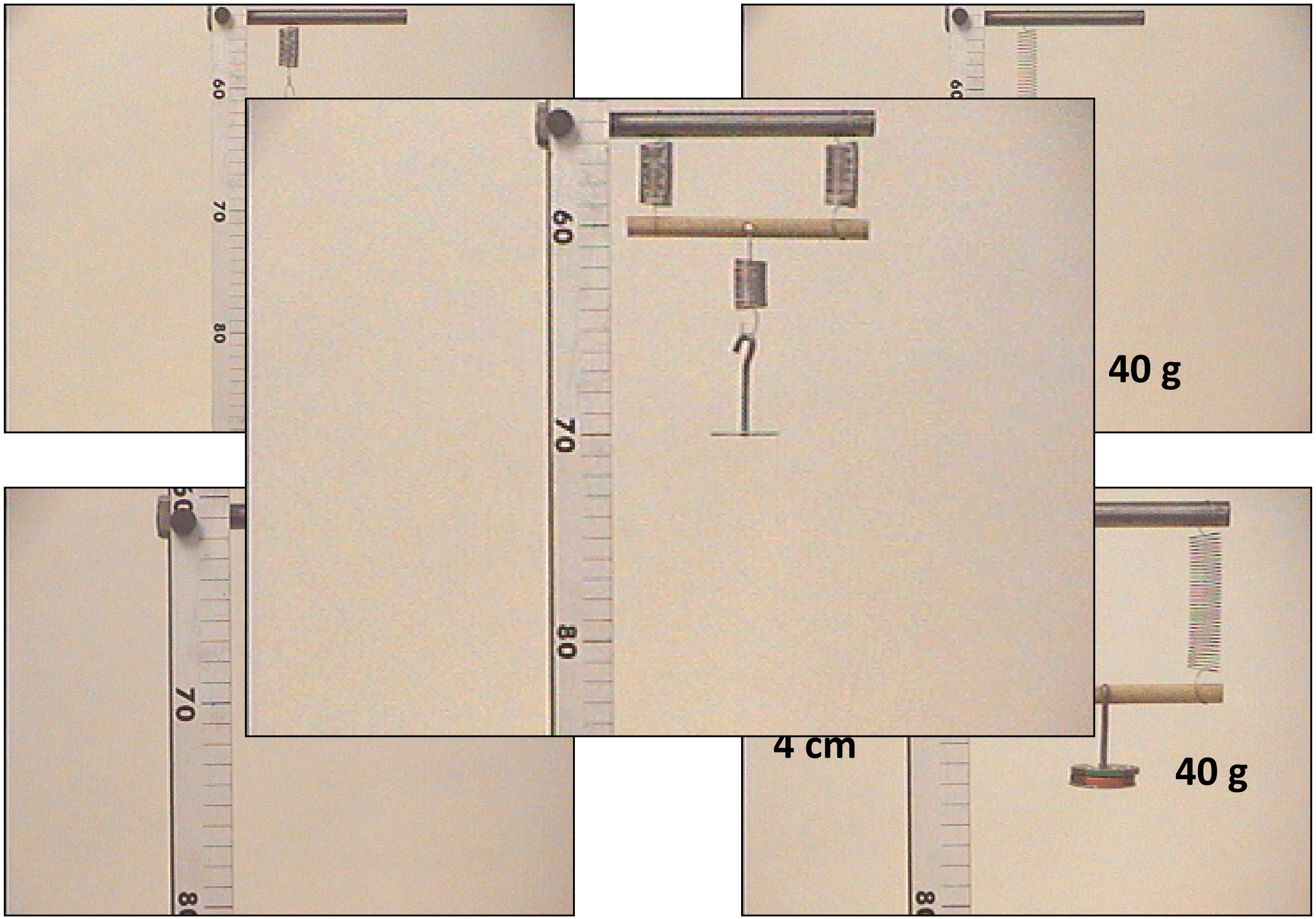






Elasticidad en sólidos

Ej 15.3



Materiales adicionales: TEST EQUILIBRIO ESTÁTICO

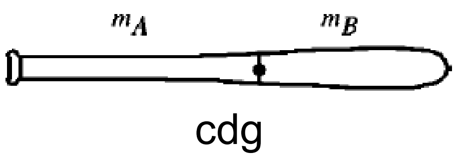
Algunos errores conceptuales sólo pueden corregirse si se discute y reflexiona sobre ellos.

- Papel de Fuerza, Momento y masa en el equilibrio
  - dificultad para distinguir F y M
  - creen que un objeto inclinado requiere una F neta
  - creen que cada objeto tiene su posición natural de equilibrio
- Concepto de CM (cdg)
  - creen que divide el objeto en dos partes de igual masa
  - no comprenden que el peso puede aplicarse en un punto
- Producto vectorial para el cálculo de momentos

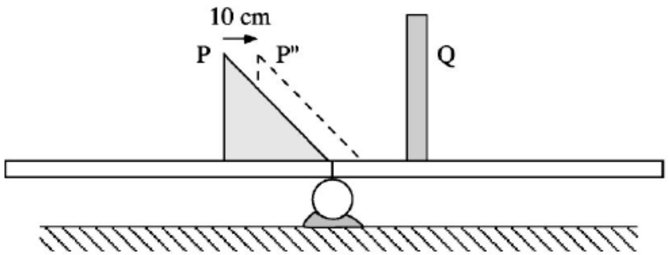
Am J Phys **73** 545 (2005)

Materiales adicionales: TEST EQUILIBRIO ESTÁTICO

Ejemplos

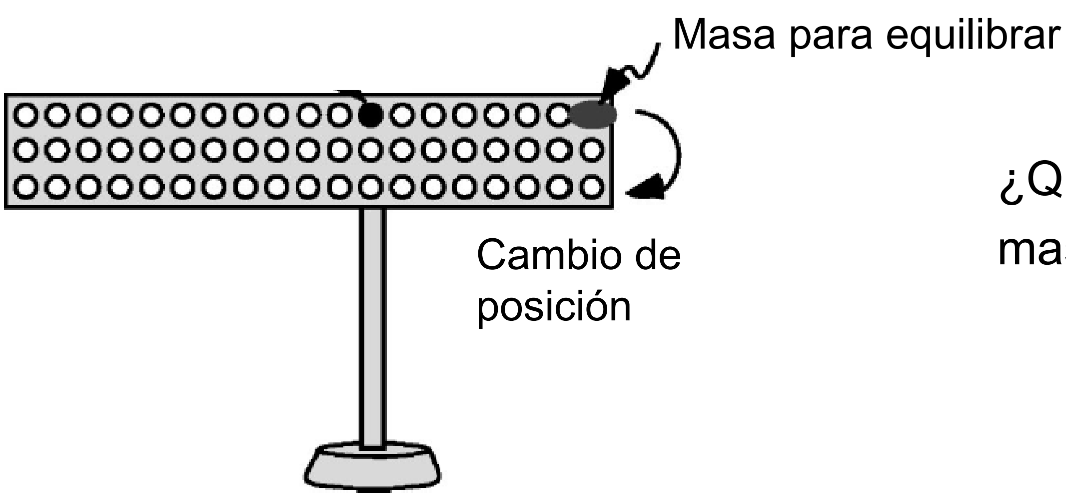


¿ $m_A = m_B$?



Si se mueve P 10 cm,

¿cuánto hay que mover Q?



¿Qué ocurre al cambiar la masa de posición?

Am J Phys **73** 545 (2005)

BLOQUE	UNIDAD		TEMA
I INTRODUCCIÓN	A	Aspectos Fundamentales	1. La Física 2. Medición
	B	Vectores	3. Vectores
II MECÁNICA	C	Cinemática	4. Cinemática 5. Movimiento relativo
	D	Dinámica	6. Dinámica
	E	Energía	7. Energía
	F	Aplicaciones	8. Sólidos 9. Fluidos

Tema 9. Fluidos

Dpto. Física Aplicada
Universidad de Cantabria

Contenidos

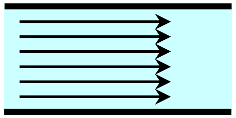
1 Tipos de flujo

Estacionario: el movimiento no cambia con el tiempo

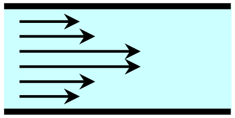
La velocidad del fluido en cada posición es constante.

Las líneas de corriente no se cruzan.

Régimen de Bernouilli: sin rozamiento



Régimen laminar: con rozamiento



Turbulento: el movimiento cambia con el tiempo

Se pasa de un régimen a otro al superar cierta velocidad

$$N_R = \frac{2 r \rho v}{\eta}$$

2 Densidad

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad \frac{\text{masa}}{\text{Volumen}}$$

Unidad (S.I.): kg m^{-3}

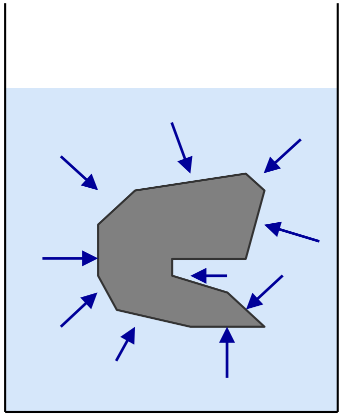
Sólidos y líqu

Gases: fuerte

Material	Densidad $\rho(kg/m^{-3})$	Material	Densidad $\rho(kg/m^{-3})$
Aluminio	$2.7 \cdot 10^3$	Madera	$0.7 \cdot 10^3$
Bronce	$8.4 \cdot 10^3$		
Cobre	$8.9 \cdot 10^3$	Sangre	$1.05 \cdot 10^3$
Oro	$19.3 \cdot 10^3$	Alcohol etílico	$0.81 \cdot 10^3$
Iridio	$22.6 \cdot 10^3$	Glicerina	$1.26 \cdot 10^3$
Hierro o acero	$7.8 \cdot 10^3$	Mercurio	$13.6 \cdot 10^3$
Plomo	$11.3 \cdot 10^3$	Agua	$1.00 \cdot 10^3$
Platino	$21.4 \cdot 10^3$	Agua del mar	$1.03 \cdot 10^3$
Tungsteno	$19.3 \cdot 10^3$		
		Aire	1.29
Hueso	$1.8 \cdot 10^3$	Helio	0.179
Ladrillo	$1.4 - 2.2 \cdot 10^3$	Hidrógeno	0.090
Hormigón	$2.4 \cdot 10^3$	Vapor (100 °C)	0.6
Diamante	$3.5 \cdot 10^3$	Hexafluoruro de uranio	15
Vidrio	$2.6 \cdot 10^3$		
Hielo	$0.92 \cdot 10^3$	Espacio interestelar	$3 \cdot 10^{-22}$
Nylon	$1.1 \cdot 10^3$	Sol (promedio)	$1.4 \cdot 10^3$
Roca (promedio)	$2.8 \cdot 10^3$	Tierra (promedio)	$5.5 \cdot 10^3$
Caucho (duro)	$1.2 \cdot 10^3$	Estrella de neutrones	10^{17}

* A temperatura ambiente y presión atmosférica. Excepto cuando se indica, y en los lugares fuera de la Tierra.

3 Presión en un fluido estático



$$P = \frac{F}{S} \qquad \frac{\text{fuerza}}{\text{Superficie}}$$

Unidad (S.I.): Pascal

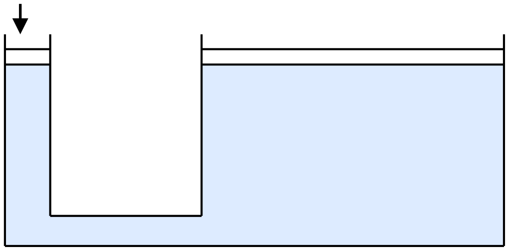
Pa = kg m^{-1} s^{-2}

Presión en función de la profundidad:

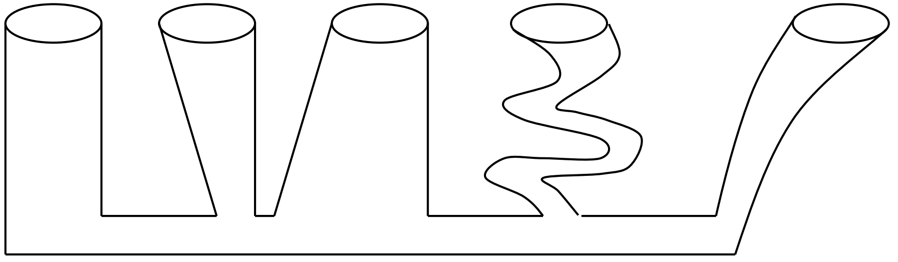
- **Líquidos:** $P = P_0 + \rho\, g\, h$
- **Gases: la densidad depende de la presión**

Presión en un fluido estático

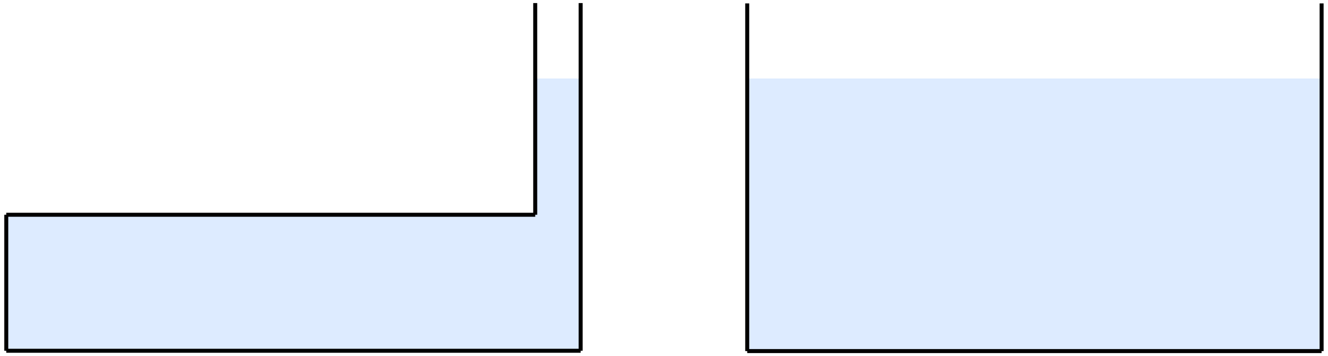
Principio de Pascal: la presión se transmite a todo el fluido



Paradoja hidrostática:

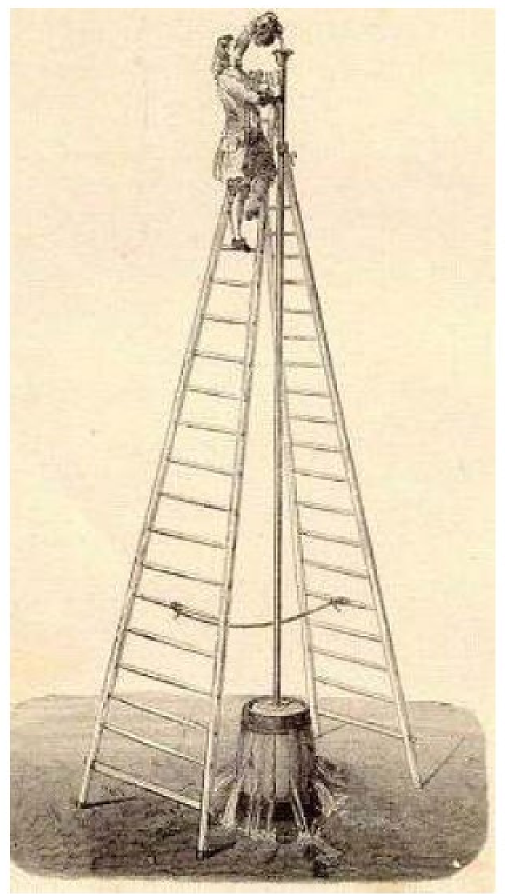


Presión en un fluido estático



¿En qué recipiente es mayor la presión sobre el fondo?

Presión en un fluido estático

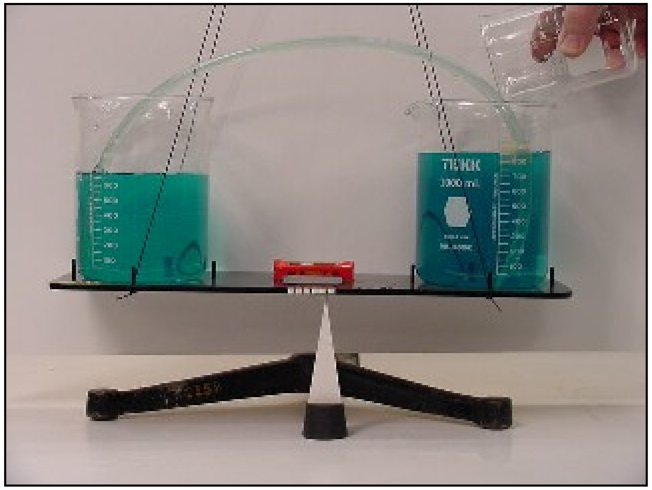


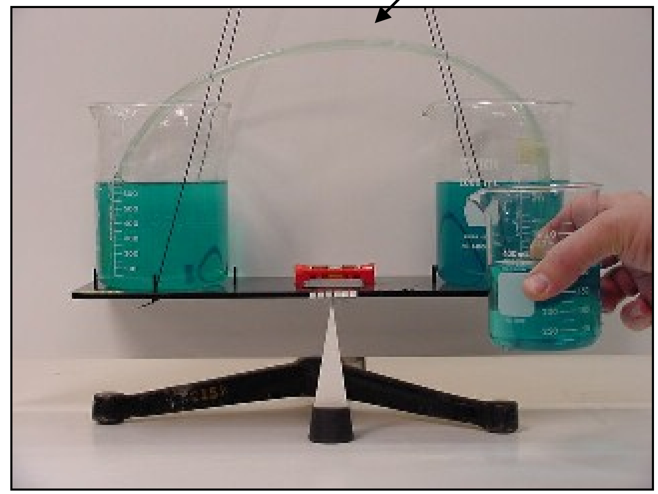
El barril de Pascal

(imagen tomada de “El mundo físico” de A. Guillemin)

Presión en un fluido estático

Tubo con agua





¿Qué ocurre al verter el líquido en el recipiente de la derecha?

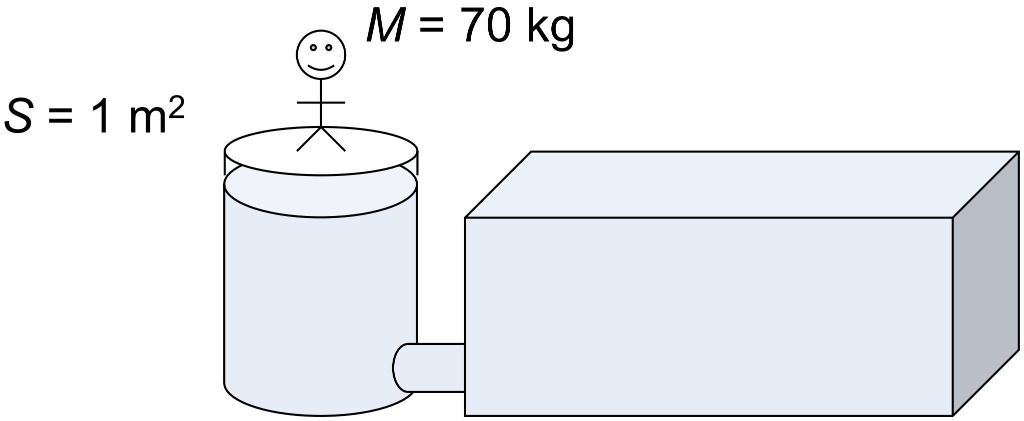
Al principio se descompensa, pero pasa agua por el tubo hasta recuperar el equilibrio.

Presión en un fluido estático

Ej.

¿Cuánto desciende el hombre?

Calcular el volumen y la masa de agua desalojada.



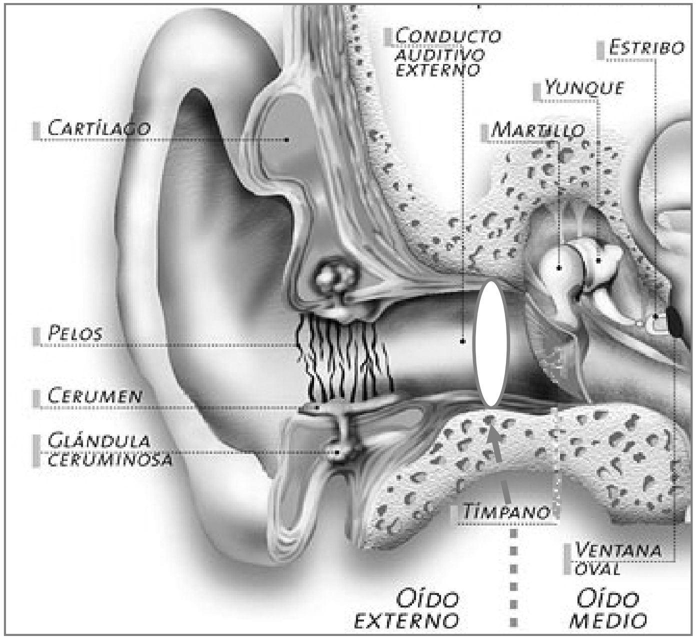
Presión en un fluido estático

Ej.

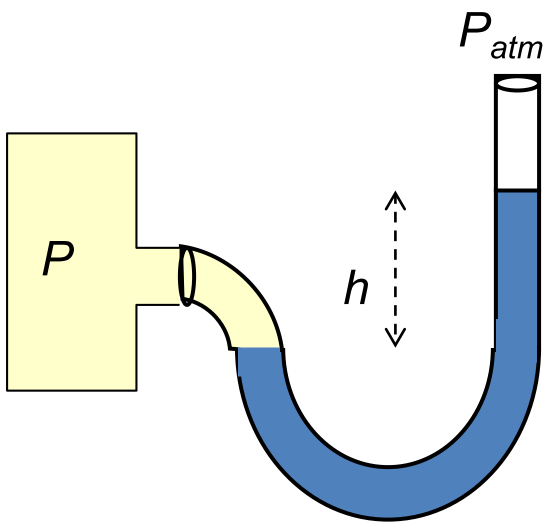
El tímpano separa herméticamente el oído externo del oído medio. Si en el oído medio el aire está encerrado a la P_{atm} a nivel del mar, ¿cuál es la fuerza sobre el tímpano si subimos a 1500 m de altura? ¿Qué sistema utiliza el cuerpo humano para evitar este problema?

$\rho_{aire} = 1.3\ \mathrm{kg/m^3}$

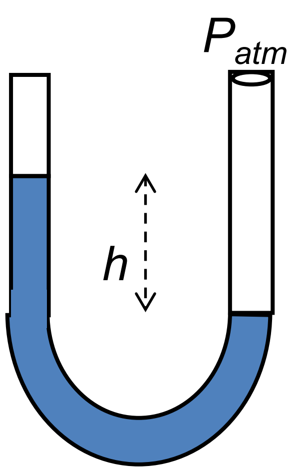
Tímpano $\approx$ 1 cm



Medida de la presión



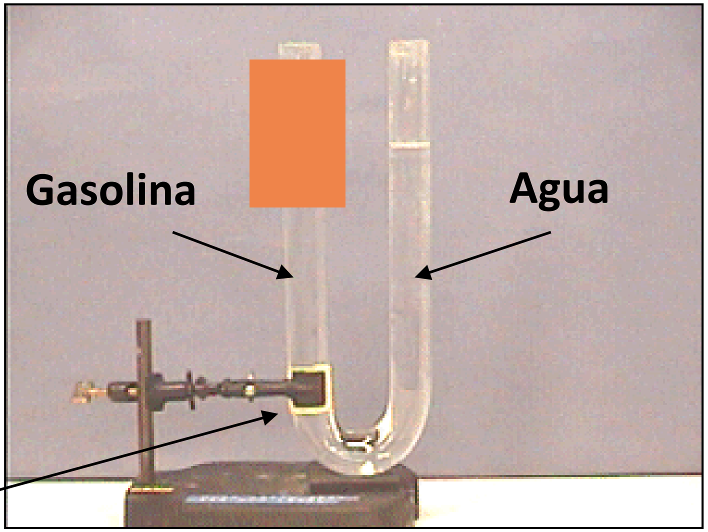
$$P = P_{\mathrm{atm}} + \underbrace{\rho\, g\, h}_{\textbf{Presión manométrica}}$$



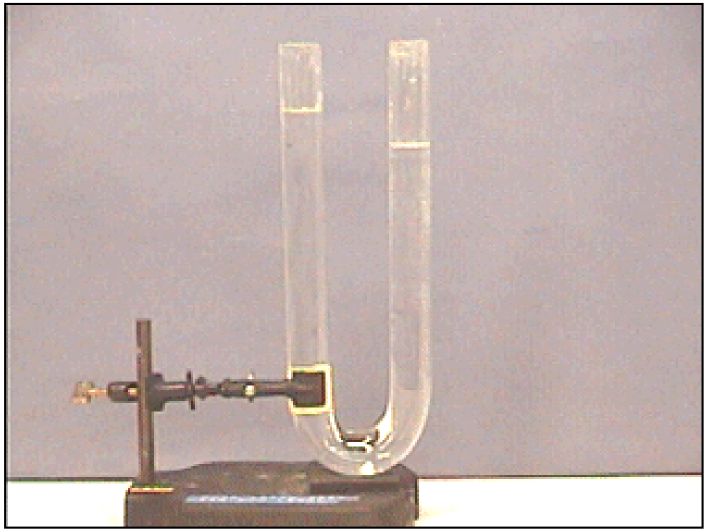
$$P = \rho\, g\, h$$

Medida de la presión

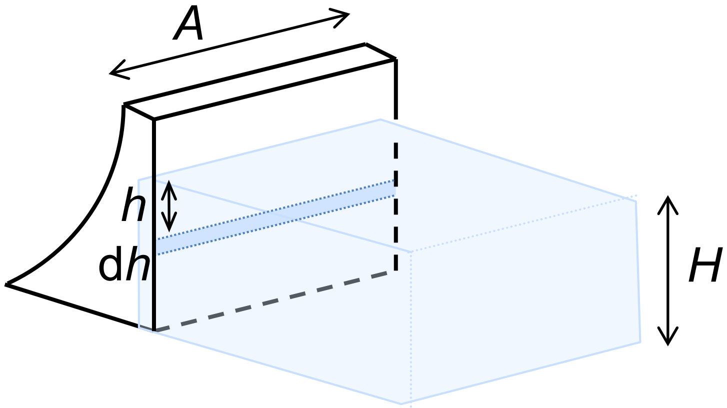
¿Cómo queda el nivel de la gasolina respecto al del agua?



Separación entre líquidos



Fuerza sobre un dique



$$\mathrm{d}F = P\,\mathrm{d}S = \rho\, g\, h\, A\,\mathrm{d}h$$

Fuerza sobre el dique:

$$F = \int_0^H \rho\, g\, h\, A\,\mathrm{d}h = \frac{1}{2}\rho\, g\, A H^2$$

Momento de la fuerza:

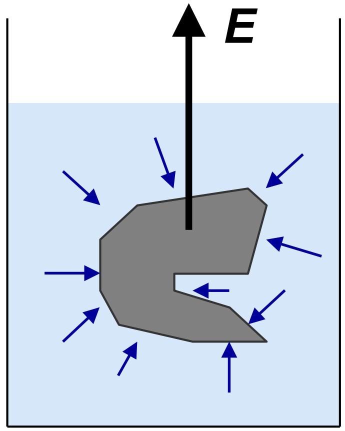
$$M = \int_0^H \rho\, g\, h\,(H-h)\,A\,\mathrm{d}h = \frac{1}{6}\rho\, g\, A H^3$$

Centro de presión:

$$F\, d_p = M \Rightarrow d_p = \frac{H}{3}$$

4 Principio de Arquímedes

Un cuerpo sumergido sufre una fuerza ascensional igual al peso del fluido que desaloja.



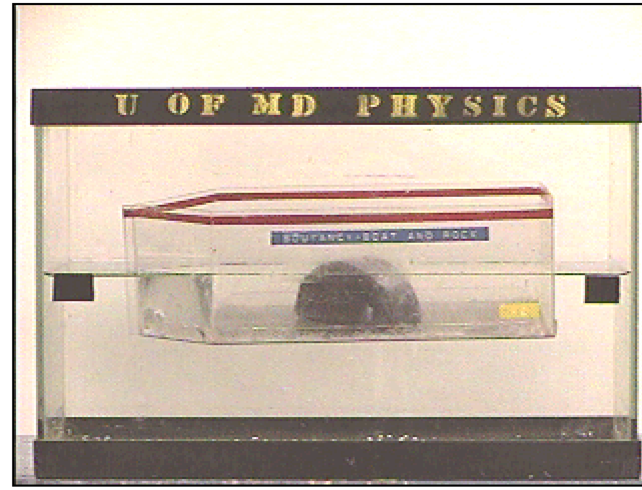
Empuje:

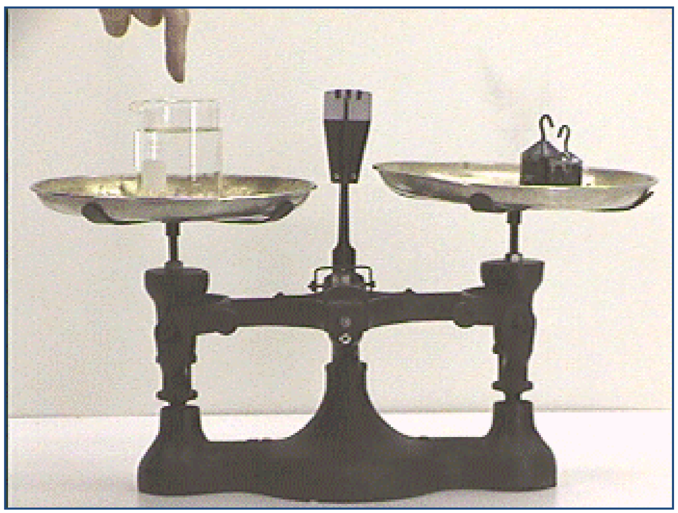
$$E = \rho_{\text{fluido}} V_{\text{cuerpo}}\ g$$

Se aplica en el cdg del fluido desalojado

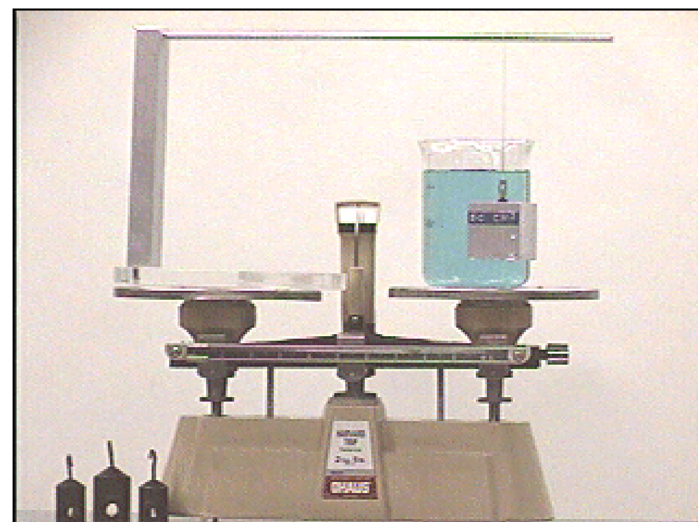
Principio de Arquímedes

Un pescador tiene en su bote un ancla de hierro y se encuentra en un lago muy pequeño. Si lanza el ancla al fondo, ¿asciende, desciende o permanece igual el nivel del agua en el lago?



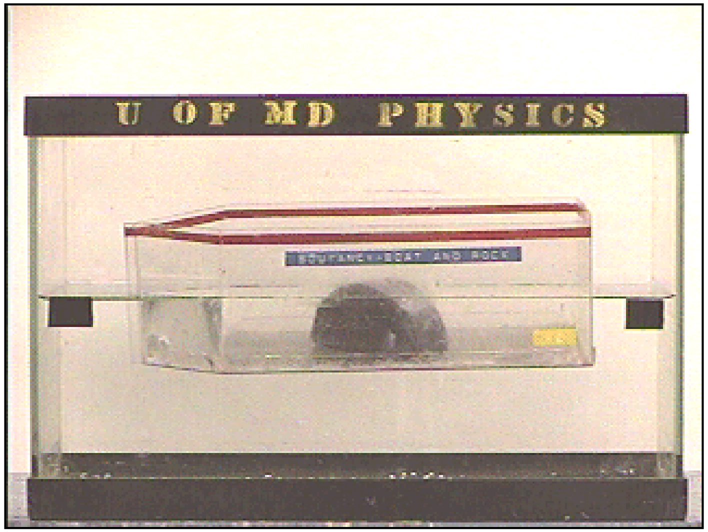


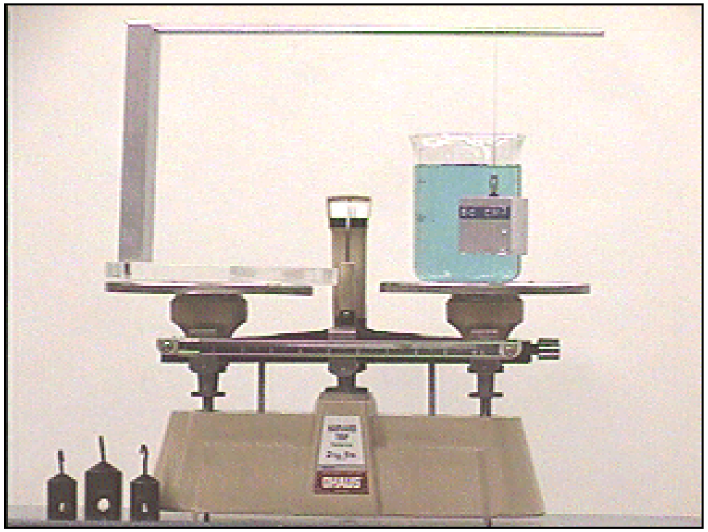
Un vaso con agua se encuentra en equilibrio con una pesa, ¿se mantiene el equilibrio al introducir un dedo en el agua?

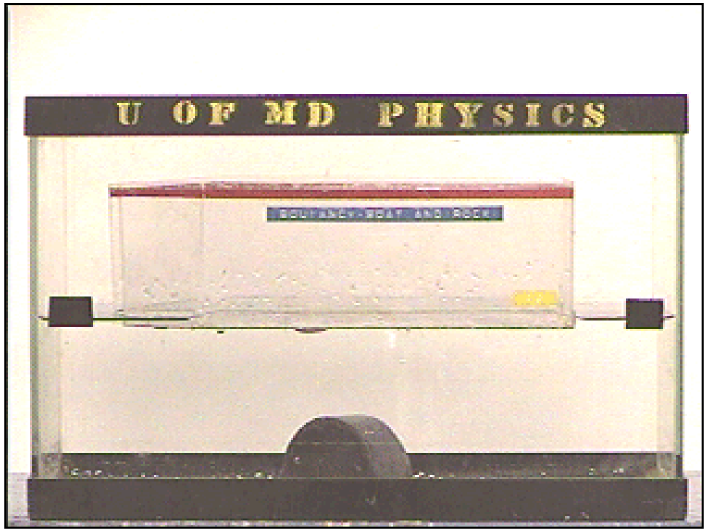


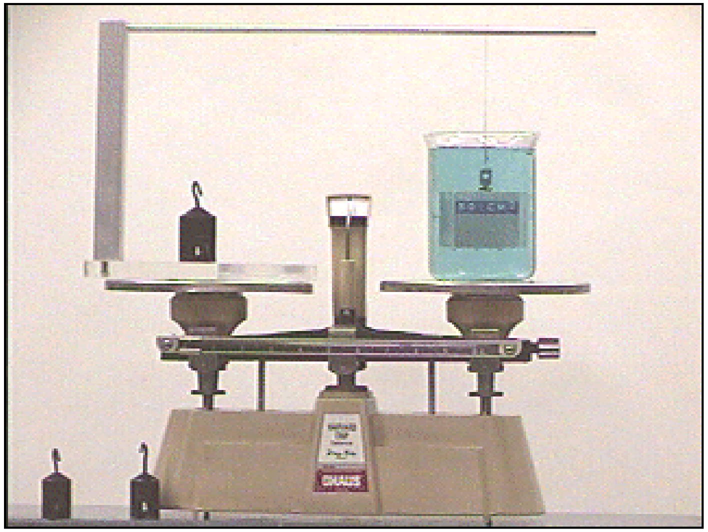
La balanza está en equilibrio con el cubo de 50 cm^3 fuera del agua. Si se sumerge el cubo, ¿hay que hacer algo para recuperar el equilibrio?

Principio de Arquímedes

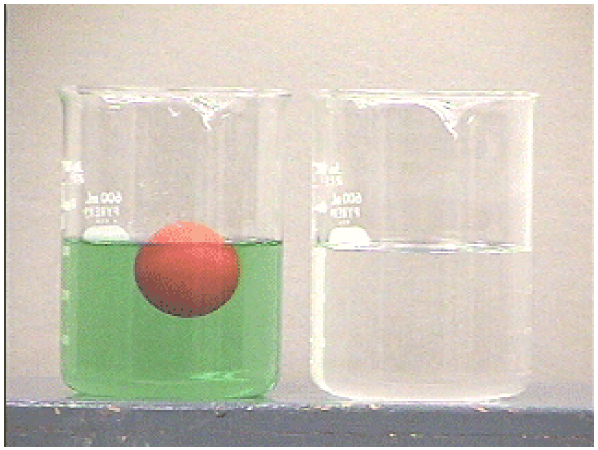


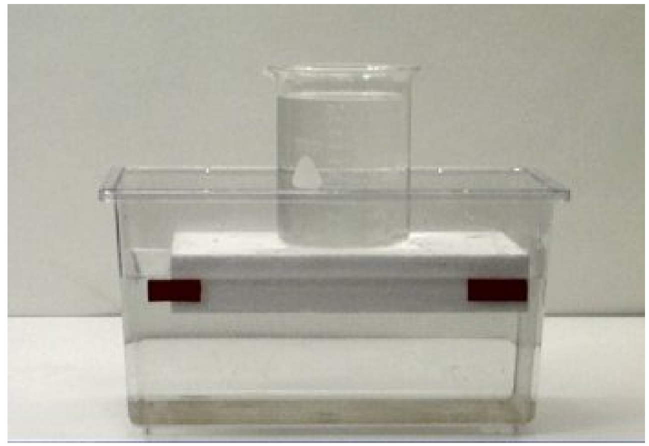


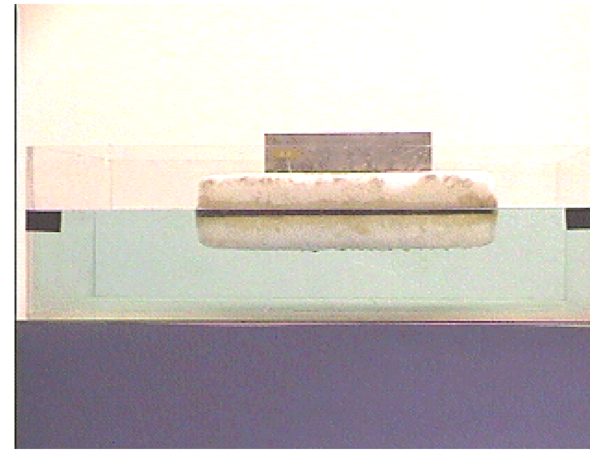


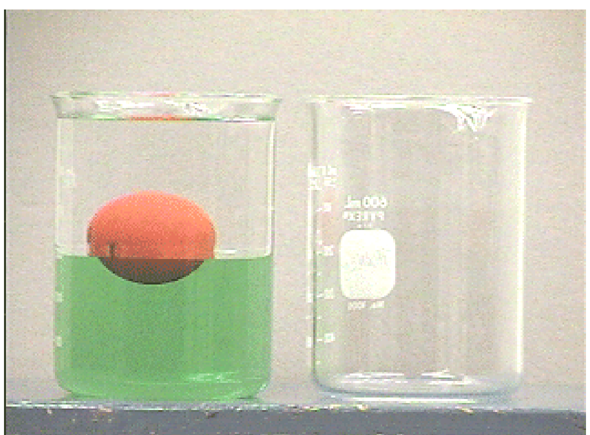


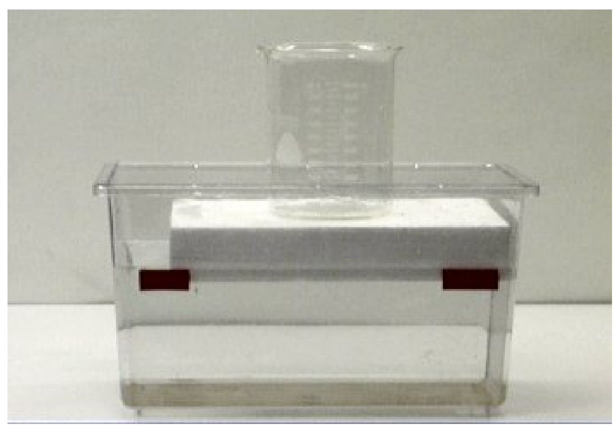
Principio de Arquímedes

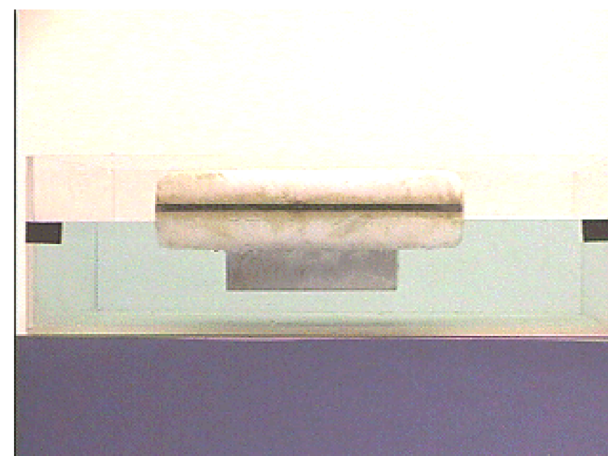








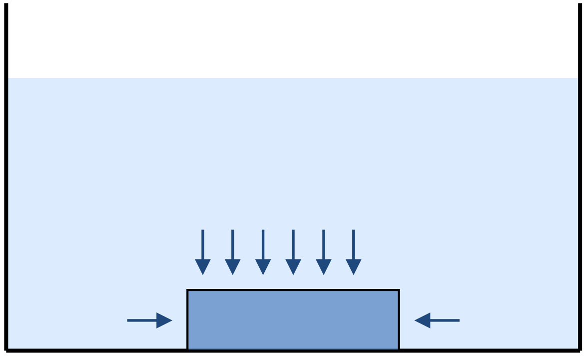




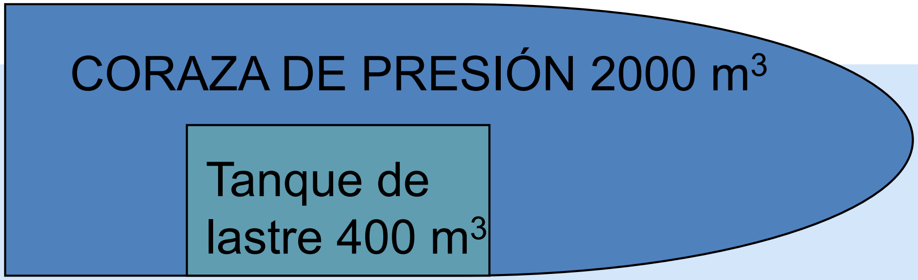
Principio de Arquímedes

Ej. Cuestión 12 FCI

¿Empuje?



Ej. ¿Qué fracción del submarino emerge con el tanque lleno de aire?
¿Cúanta agua debe entrar en el tanque para sumergirlo con flotación neutra?

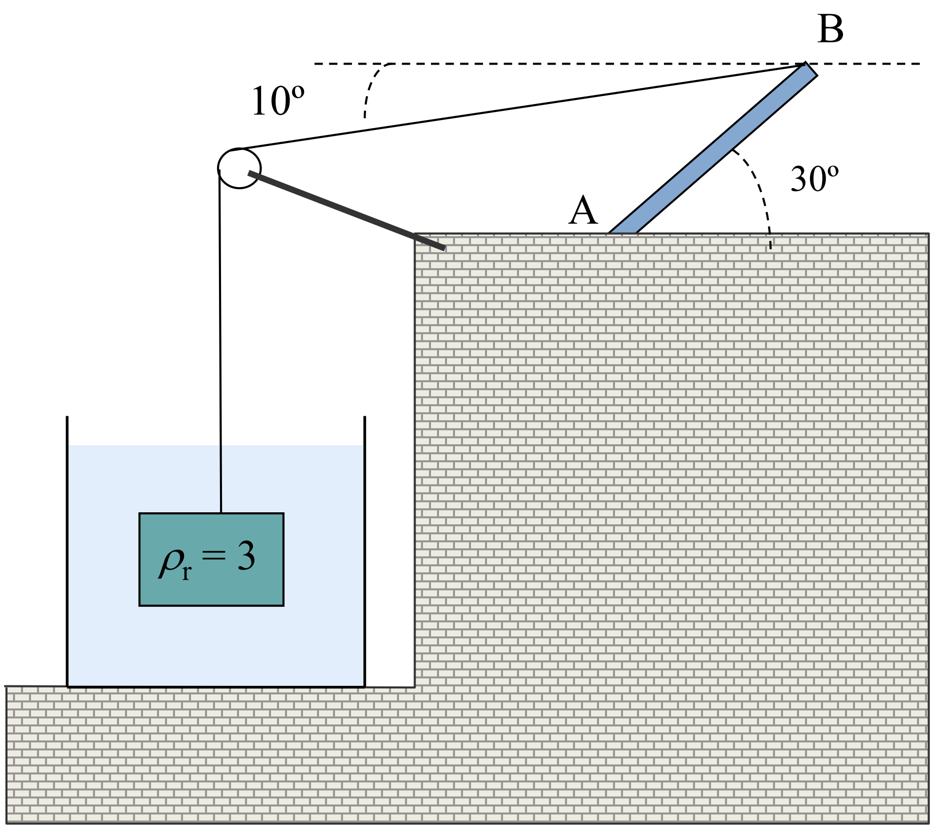


Masa total = $2.2\ 10^6$ kg

ρ_{agua}= 1030 kg/m^3

Principio de Arquímedes

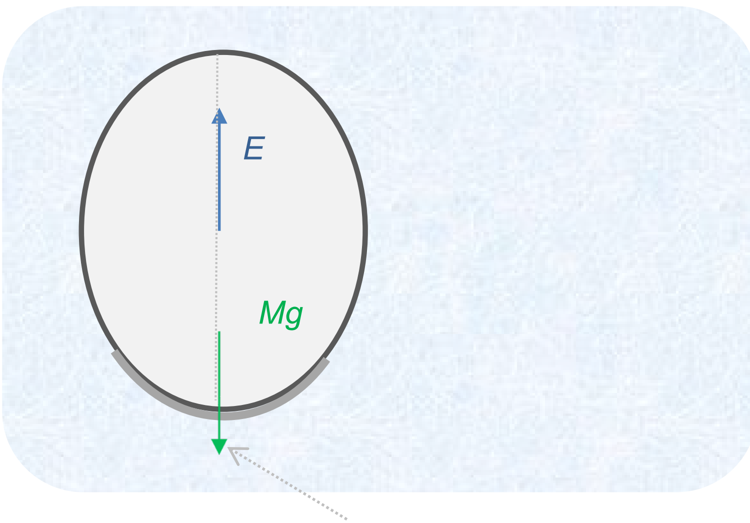
Ej. Calcular la masa *m* para que la viga esté en equilibrio y la reacción en A. ¿Qué ocurriría si se vaciara lentamente el depósito?



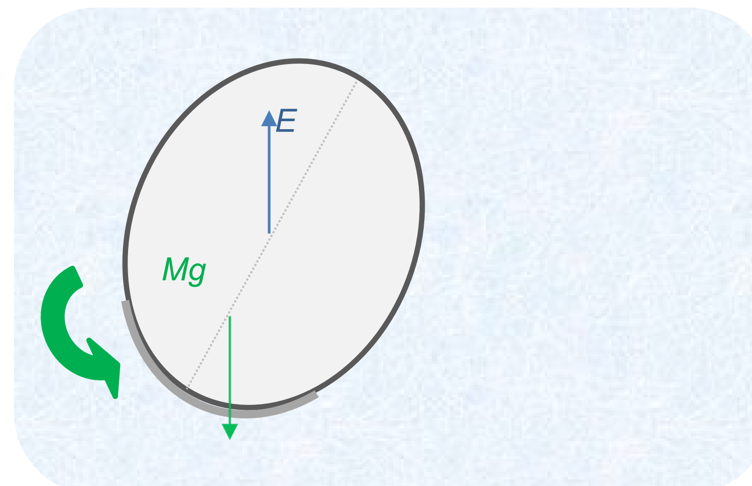
Viga AB:
longitud 10 m
masa 1000 kg
gira alrededor de A

5 Estabilidad de cuerpos en fluidos

Cuerpos sumergidos



El sumergible se lastra para que su cdg quede bajo el centro de empuje



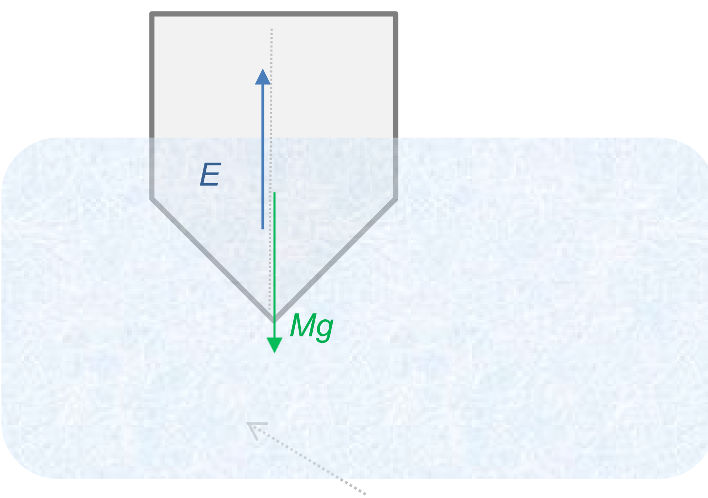
Si el cuerpo rota se produce un momento que recupera la posición original

Condición de estabilidad: el cdg del cuerpo ha de quedar por debajo del cdg del fluido desalojado

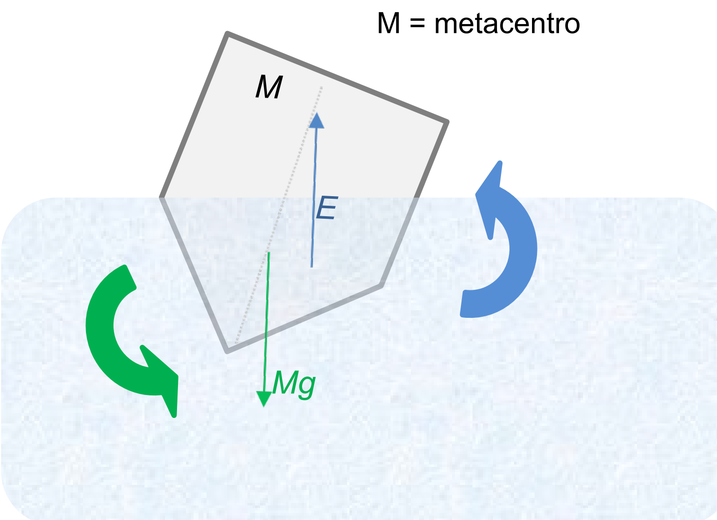
Estabilidad de cuerpos en fluidos

Metacentro: punto en que la vertical que pasa por el centro de empuje corta el eje de simetría del cuerpo.

Cuerpos flotantes



El centro de empuje quede bajo el cdg…

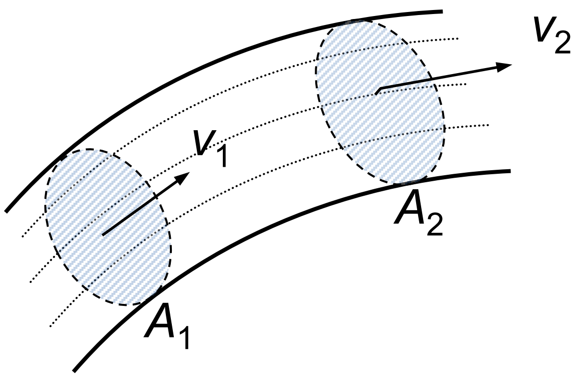


pero, al escorarse el barco, el centro de empuje se desplaza y el momento resultante restaure el barco a su posición inicial.

Condición de estabilidad: el cdg del cuerpo ha de quedar por debajo del metacentro

6 Ecuación de continuidad

Conservación de la masa en un flujo estacionario



$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

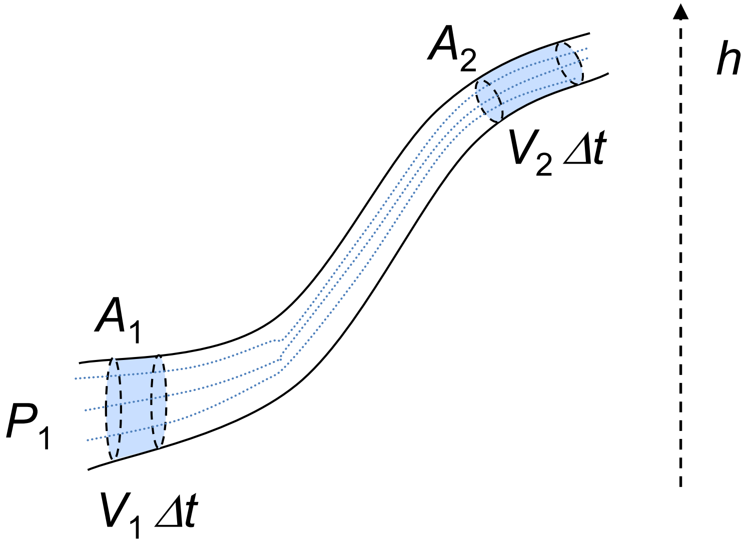
En un fluido incompresible:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

7 Teorema de Bernouilli

Conservación de la energía en un flujo estacionario

Relaciona la presión, altura y velocidad en un fluido incompresible en régimen estacionario sin rozamiento.



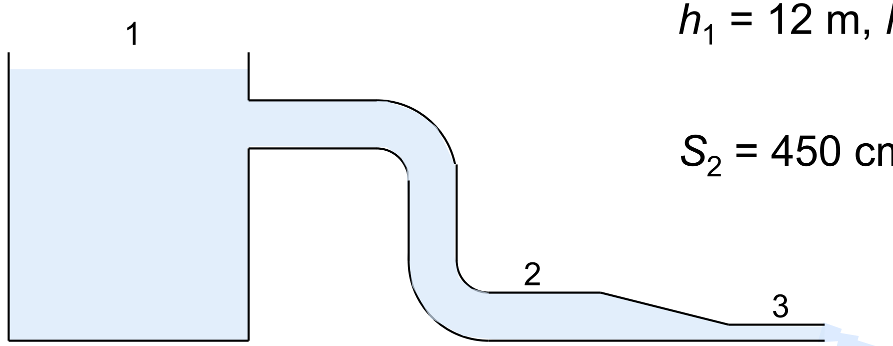
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Si $v_1 = v_2 = 0$ se recupera: $$P_1 - P_2 = \rho g \left(h_2 - h_1\right)$$

Teorema de Bernouilli

Ej. El diámetro de un tramo de tubería horizontal varía de 10 a 5 cm.
La velocidad del agua al principio del tramo es de 1 m/s.
Hallar la diferencia de presión entre los extremos del tramo.

Ej. El agua sale continuamente del depósito que se supone muy grande.
Calcular la presión absoluta en 2 y el gasto.



h_1 = 12 m, $h_2 = h_3$ = 1.2 m

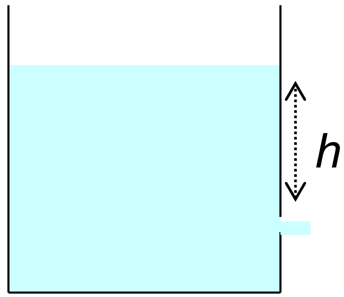
S_2 = 450 cm^2 S_3 = 225 cm^2

Aplicaciones del teorema de Bernouilli

- Teorema de Torricelli:

velocidad de salida de un líquido

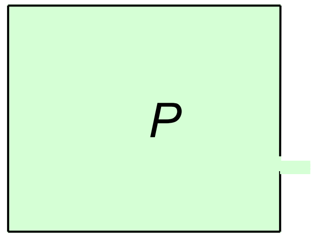
$$v = \sqrt{2gh}$$



- Ley de Bunsen:

velocidad de salida de un gas

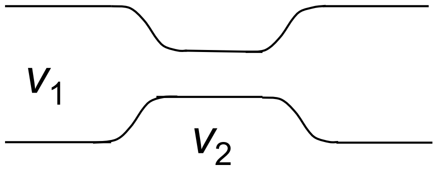
$$v = \sqrt{\frac{2\left(P - P_{\text{atm}}\right)}{\rho}}$$



- Efecto Venturi:

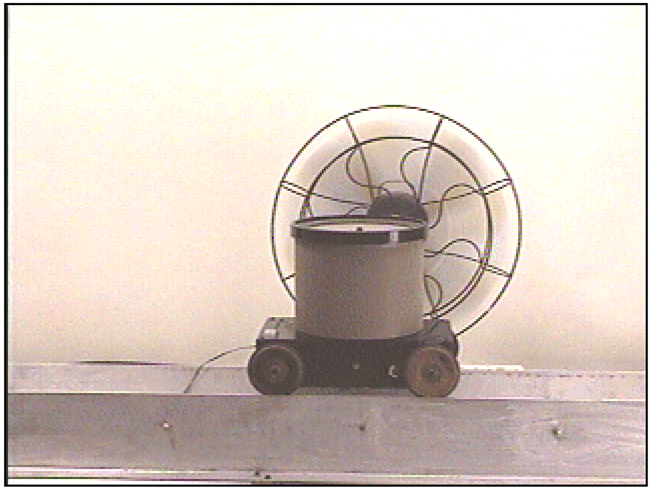
Si aumenta la velocidad, disminuye la Presión

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$



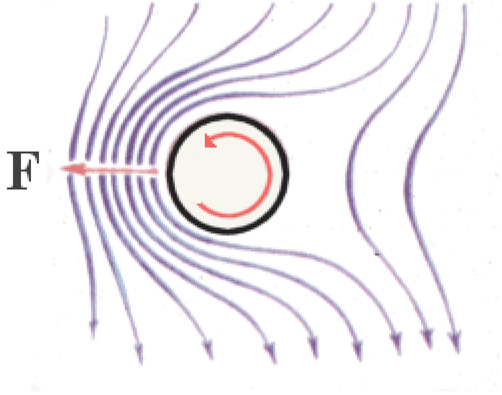
Aplicaciones del teorema de Bernouilli

Se hace girar el cilindro en sentido contrario a las agujas del reloj (visto desde arriba).

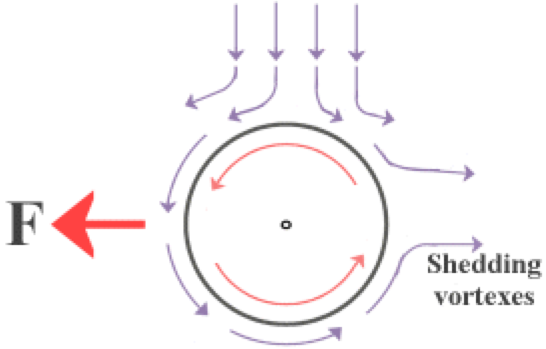


¿Qué ocurre al encender el ventilador?

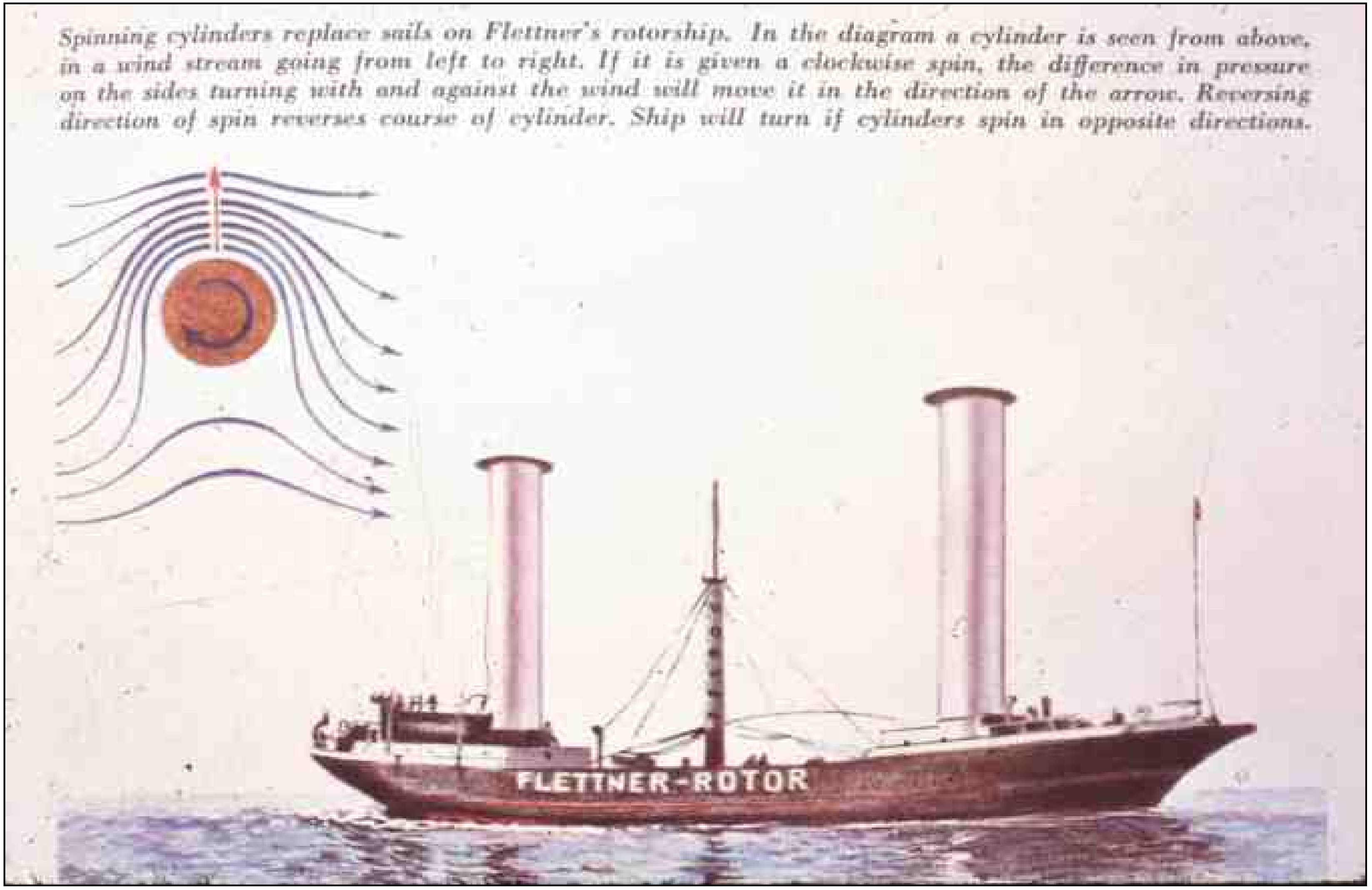
Incorrecto: Bernouilli



Correcto: Magnus

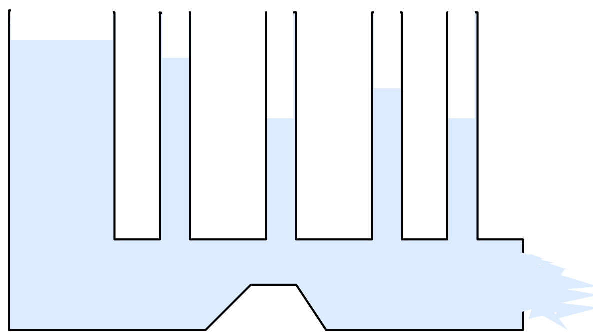


Aplicaciones del teorema de Bernouilli

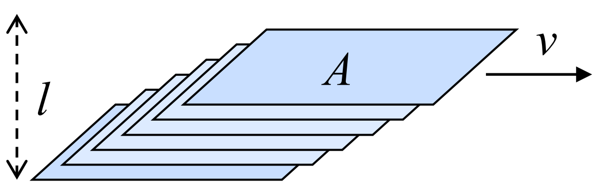


Viscosidad

Fluidos viscosos: no se conserva la energía mecánica.



Se necesita una fuerza para mantener velocidad y presión en un tubo horizontal.



$$F = \eta \frac{A}{l} v$$

Unidad (S.I.): kg m^{-1} s^{-1}

decapoise

Variación con T

- **Gases: aumenta con T**
- **Líquidos: disminuye con T**