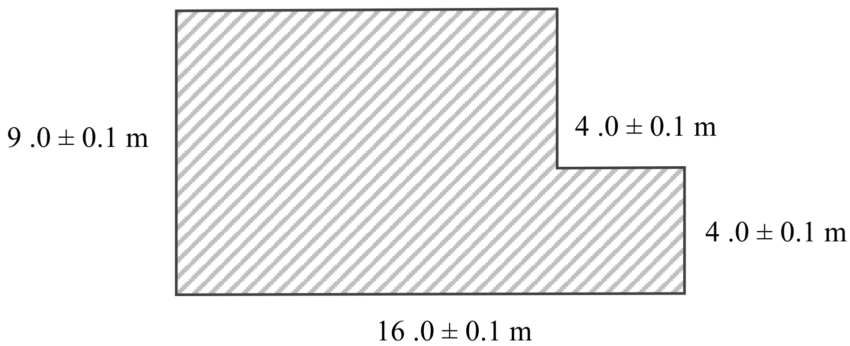
Instrucciones: **RAZONAR LAS RESPUESTAS** Tiempo: 2h 15

Pendiente	Control 1	Control 2	Todo
Ejercicios a realizar	1 a 4	5 a 8	3 a 6

DATOS	1 litro = 1 dm^3	Densidades kg/m^3	Agua 1000	Aire 1.29	Hidrógeno 0.09
Número atómico: H hidrógeno = 1, O oxígeno = 8			Número de Avogrado $N_A = 6\ 10^{23}$		1 mol agua => 18 g
Rumbo efectivo: rumbo respecto al fondo marino			Rumbo verdadero: rumbo respecto al agua		

1. [1 PUNTO] Una empresa fabrica paneles solares cuadrados con un lado de 1.00 m y una tolerancia de fabricación de 0.05 m. Tenemos un terreno plano con la forma y dimensiones que indica la figura.
   ¿Podemos estar seguros si compramos 100 paneles de que podremos ubicar todos en el terreno?
   Nota: los paneles no se pueden inclinar, han de colocarse horizontales.

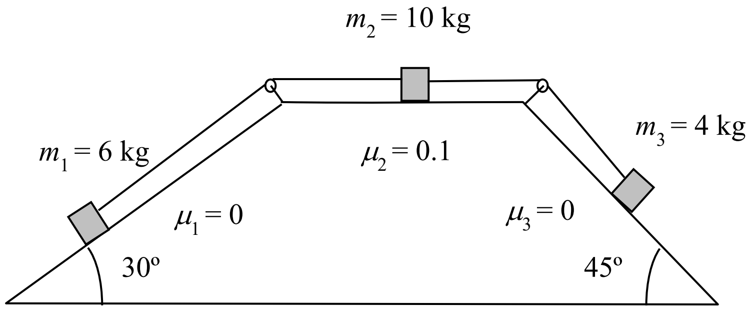


2. [1 PUNTO] Estimar el número de protones que hay en un litro de agua a 4ºC y 1 atm de presión.

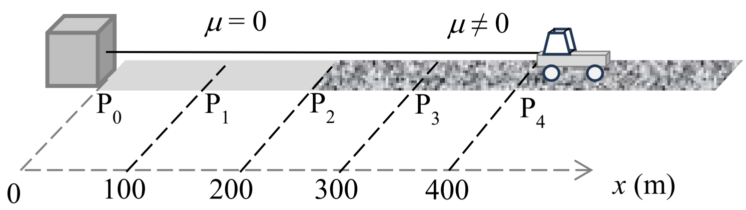
3. [2 PUNTOS] Un velero navega con rumbo efectivo 270º a 9 nudos. A las 5:00 el piloto del velero divisa el faro del Cabo de Gata con demora 290º. A las 5:40 divisa el mismo faro con demora 310º. El velero no varía rumbo ni velocidad en ningún momento y la corriente es despreciable.
   Determinar la posición del velero respecto al faro a las 6:00.

4. [2 PUNTOS] Un gasero zarpa del puerto de Sagunto con velocidad efectiva de 6 nudos y rumbo efectivo 90º a las 13:00. En ese instante una patrullera que se encuentra 10 millas al N del gasero parte con velocidad de máquinas de 14.1 nudos y rumbo verdadero 135º. En toda la zona existe una corriente de 4 nudos hacia el E (90º). Tanto la corriente como los rumbos y velocidades de los barcos se mantienen constantes.
   Determinar la hora a la que la patrullera corta la proa del gasero (es decir, atraviesa su rumbo o futura trayectoria) y la distancia entre embarcaciones en ese momento.
   Dibujar la derrota del gasero en el radar de la patrullera desde las 13:00 hasta la 14:00.

5. [2 PUNTOS] El sistema de la figura parte del reposo. El rozamiento de los objetos 1 y 3 con el suelo es despreciable. El coeficiente de rozamiento del cuerpo 2 con el suelo es 0.1 Hallar la aceleración del sistema y la fuerza de rozamiento sobre el cuerpo 2.

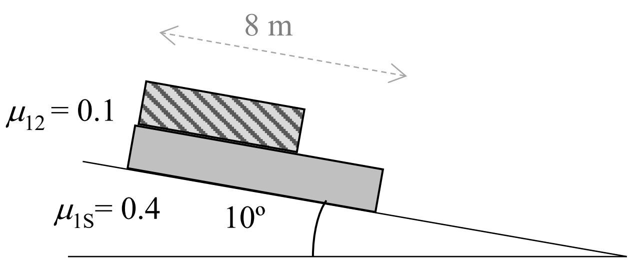


6. [4 PUNTOS] Un bloque de 4000 kg parte del reposo desde el punto P_0 de la pista horizontal de la figura. En esta pista, hasta el punto P_2 no existe rozamiento entre suelo y bloque, pero a partir de P_2 el coeficiente de rozamiento es constante. Un cable del que tira un tractor aplica una fuerza constante horizontal de 1000 N sobre el bloque y consigue desplazarlo en línea recta hasta el punto P_4, distante 400 m, donde se detiene **a pesar de que el tractor sigue tirando con la misma fuerza**.

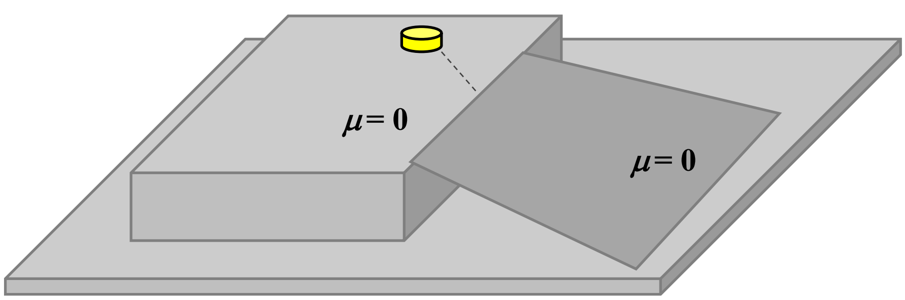


a) ¿Es el valor absoluto de la fuerza total sobre el bloque mayor en el punto P_1 o en el punto P_3?
b) Calcular el coeficiente de rozamiento cinético entre bloque y suelo en la zona a la derecha de P_2
c) Explicar si la fuerza de rozamiento sobre el bloque cuando pasa por P_3 es igual a la que sufre en P_4 un segundo después de detenerse
d) Hallar la energía total disipada por la fuerza de rozamiento en todo el recorrido

7. [3 PUNTOS] Un bloque de masa 100 kg se sitúa en reposo sobre un plano inclinado 10º. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el suelo es 0.4. Sobre él, se sitúa en reposo otro bloque de 40 kg. El coeficiente de rozamiento entre bloques es 0.1 Calcular la velocidad de cada uno de los bloques al cabo de 2 s.



8. [1 PUNTO] Un disco de hockey, en reposo sobre una plataforma horizontal sin rozamiento, recibe un golpe seco y sigue la trayectoria que se muestra.



Explicar qué forma tendrá su trayectoria por el plano inclinado y dibujar los vectores velocidad y aceleración del disco en un punto cualquiera del plano inclinado.

Instrucciones: **RAZONAR LAS RESPUESTAS** Tiempo: 2h 15

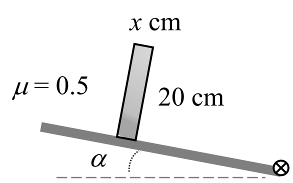
DATOS	Densidades (kg/m^3)	Mercurio 13600	Aluminio 2700	Agua 1000
Aceleración de la gravedad: en la superficie terrestre $g_T = 9.8$ m/s^2, en la superficie lunar $g_L = 1.6$ m/s^2				

1. [1 PUNTO] Un cuerpo de aluminio, de masa 2 kg, flota en equilibrio en un recipiente lleno de mercurio. Calcular el volumen del cuerpo que emerge fuera del mercurio.
   Repetir el cálculo si el sistema se lleva a la superficie de la Luna.

2. [1 PUNTO] Un surfista de 90 kg toma olas con una tabla de *epoxy* de densidad 100 kg/m^3. Mientras se baña, observa 300 m mar adentro el naufragio de una lancha de recreo.
   Estimar cuántas personas puede subir sobre la tabla (rescate con temperatura del agua 4ºC) y cuántas personas pueden flotar agarradas a la tabla (rescate con temperatura del agua 20ºC).

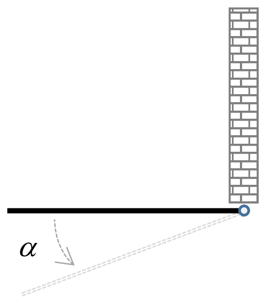
3. [1 PUNTO] Se dispone de dos cilindros homogéneos de masa 3 kg, uno de madera de pino, densidad = 450 kg/m^3, y otro de un material plástico con densidad = 900 kg/m^3. Ambos cilindros se introducen en un recipiente con agua y flotan en equilibrio.
   Determinar para cuál de los dos cilindros es mayor el volumen sumergido.

4. [1 PUNTO] Un objeto homogéneo de aluminio de 20 cm de altura se sitúa sobre una plataforma elevable, como muestra la figura. El coeficiente de rozamiento entre el objeto y la plataforma es $\mu = 0.5$.
   Si la plataforma se eleva lentamente, determinar cómo debe ser la anchura x del objeto para que el objeto no vuelque antes de que comience a deslizar.



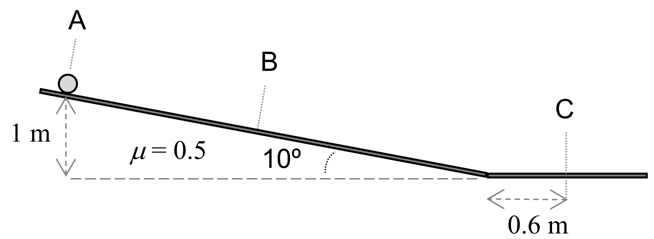
DATOS	Límite de rotura del acero H20: $9.8\ 10^8$ N/m^2	Módulo de Young del acero H20: $21.6\ 10^{10}$ N/m^2		
Momento de inercia de una varilla uniforme respecto a un eje que pasa por su CM = 1/12 M L^2				
Momento de inercia de una esfera uniforme respecto a un eje que pasa por su CM = 2/5 M R^2				
Densidades (kg/m^3)	Acero H20 7800	Aluminio 2700	Agua 1000	

5. [2 PUNTOS] Una varilla uniforme de longitud 2 m y masa 12 kg puede girar libremente sin rozamiento alrededor de un pivote fijo (de tamaño despreciable) situado en uno de sus extremos. La varilla se suelta en posición horizontal y en reposo. Se desprecia la resistencia del aire.
Determinar la velocidad del extremo libre de la varilla en las siguientes tres posiciones: cuando el giro es $\alpha = 90º$, $\alpha = 135º$ y $\alpha = 180º$.

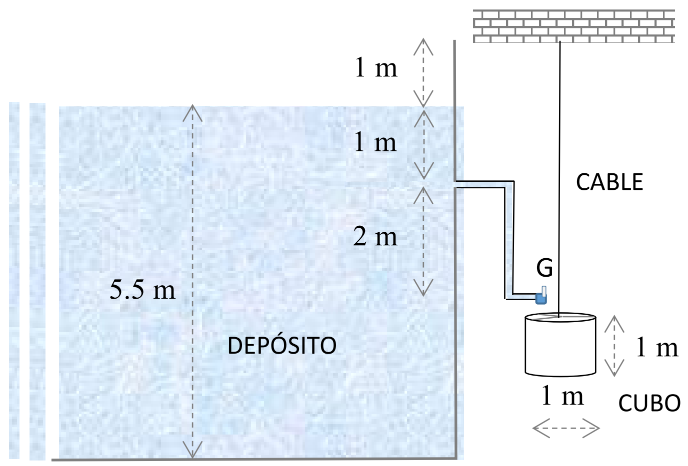


6. [2 PUNTOS] Una esfera maciza de masa 2 kg y radio 10 cm parte del reposo y cae desde el punto A de la figura. El coeficiente de rozamiento entre esfera y suelo es 0.5, tanto en el plano inclinado como en el tramo horizontal.

Calcular:
a) la velocidad en C
b) la fuerza de rozamiento en B y en C



7. [2 PUNTOS] El depósito de la figura contiene 500000 litros de agua. El cubo está vacío y abierto por arriba, tiene una masa de 20 kg, un diámetro de 1 m, una altura de 1 m y pende de un cable de acero H20 de 2 mm de diámetro. El grifo G cierra un tubo de 4 cm de diámetro.
Si se abre el grifo G, estimar cuánto tiempo tardará en romperse el cable.

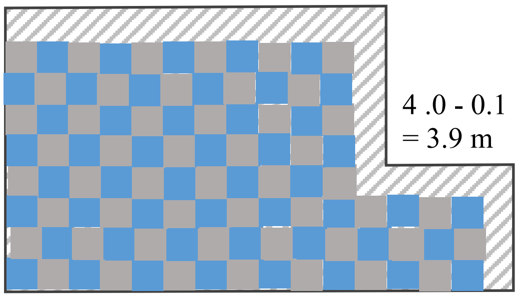


TEMAS 1 - 7	SOLUCIONES

1. Como se ve en la figura, considerando las dimensiones menos favorables del terreno y más grandes para las placas, aún es posible colocar 11 columnas y 8 filas (88 placas) y otras 3 filas x 4 columnas = 100 placas

15.9 - 4.1 = 11.8 m > 11 x 1.05 = 11.55 m

9 .0 - 0.1 = 8.9 m > 8 x 1.05 = 8.4 m



4 .0 - 0.1 = 3.9 m

4 .0 - 0.1 = 3.9 m > 3 x 1.05 = 3.15 m

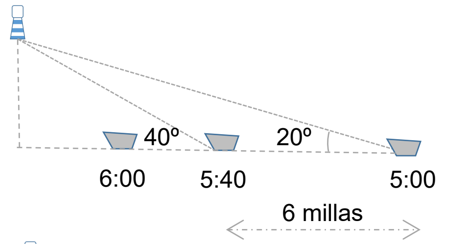
16 .0 - 0.1 = 15.9 m > 15 x 1.05 = 15.75 m

2. 1 litro de agua = 1dm^3 =1 kg = 1000 g = 1000/18 moles = 1000/18 6 10^{23} moléculas

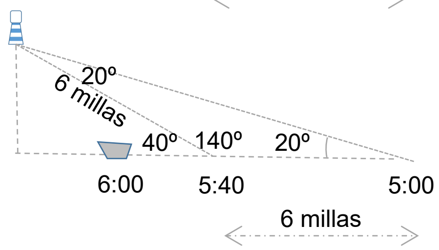
   En una molécula de agua $H_2 0$ hay 2 p+ del H y 8p+ del oxígeno =10 protones

   En definitiva: 1000/18 6 10^{23} 10 ≈ 3 10^{26} protones por litro de agua

3. Entre las 5:00 y las 5:40 el velero recorre 9 nudos 2/3 hora = 6 millas.



   Del dibujo puede deducirse que la distancia del velero al faro a esa hora es también 6 millas (el triángulo es isósceles, es similar a la técnica de doblar el ángulo).



   A las 6:00, como han pasado 20 minutos más, el velero está 3 millas más al E, con lo que es fácil calcular su posición respecto al faro:

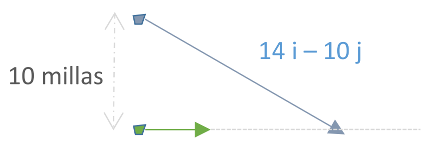
   x v/F = 6 cos 40 – 3 = 1.6 millas

   y v/F = - 6 seno 40 = - 3.86 millas

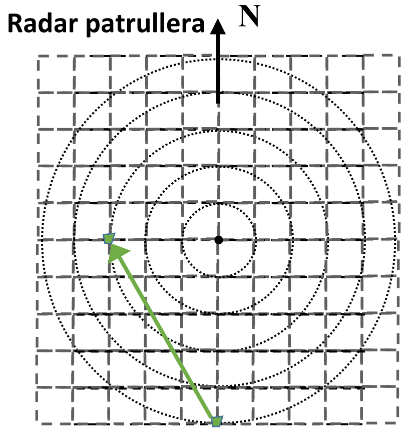
4. Velocidad efectiva patrullera (respecto al fondo):

   $v_{\text{gasero/fondo}} = v_{\text{gasero/agua}} + v_{\text{agua/fondo}} = 14.1\,(\cos 45\, i - \text{sen}45\, j) + 4\, i = 14\, i - 10\, j$

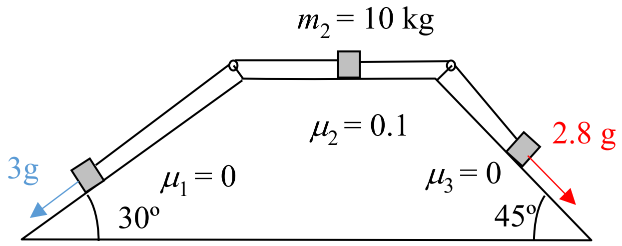
   La patrullera cruzará la proa del gasero cuando haya recorrido 10 millas al S, es decir, al cabo de una hora, a las 14:00. A esa hora habrá recorrido 14 millas y el gasero solo 6, luego les separarán 8 millas.



A las 13 el gasero queda 10 millas al S de la patrullera. A las 14, queda 8 millas al E. Uniendo ambos puntos obtenemos su derrota entre las 13 y las 14.

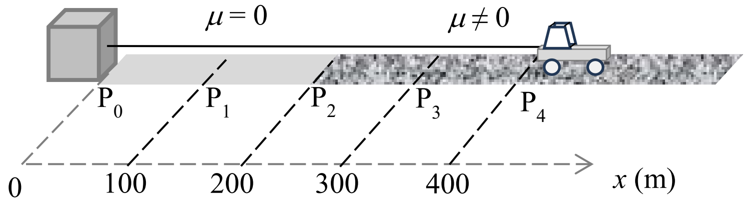


5. El sistema tiene aceleración nula. En sentido antihorario actúa la fuerza 6 sen 30 g = 3g
   En sentido horario actúa 4 sen 45 g = 2.8 g
   Así que solo podría moverse en sentido antihorario, pero la fuerza de rozamiento máxima es 0.1 10 g = 1 g > 3g – 2.8g, con lo que el sistema no se mueve.



La fuerza de rozamiento es la necesaria para que el sistema no se mueva: (3 – 2.8) g = 0.2 g = 1.96 N

6.

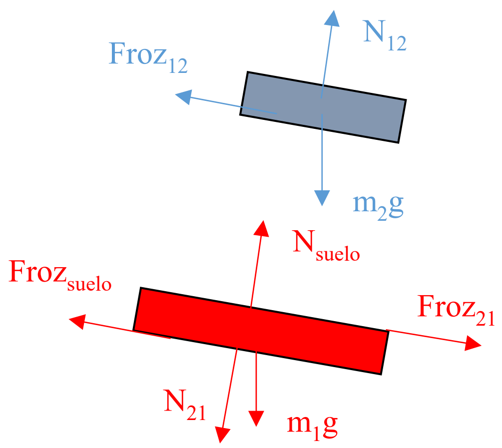


a) Todo es simétrico, acelera en 200 m y frena en 200m así que la fuerza ha de ser igual en ambos casos (aunque en sentido contrario). De todos modos, se puede calcular que la aceleración en el primer tramo es 1000/400 = 0.25 m/s^2 . Como es un MRUA es fácil calcular s = ½ a t^2 => 200 = ½ 0,25 t^2, por lo que tarda 40 s en llegar a P_2 y llega con velocidad 10 m/s. De igual forma se puede calcular que en el segundo tramo a= - 0.25 m/s^2 , así que la fuerza es igual en módulo en P_1 y P_3.
b) Para que la aceleración sea -0.25, la fuerza de rozamiento ha de ser:
   1000 – F_{roz} = 4000 0.25 => F_{roz} = -2000 N. Por tanto, 2000 = μ 4000 9,8 => μ = 0.05
c) La fuerza de rozamiento sobre el bloque cuando pasa por P_3 NO es igual a la que sufre en P_4 un segundo después de detenerse. En P3 es 2000 N= μmg ,es rozamiento cinético porque hay movimiento entre superficies, mientras en P4, al no haber movimiento Froz toma el valor necesario para que el bloque no se desplace, es decir, 1000N, la F que ejerce el tractor.
d) La energía total disipada por la fuerza de rozamiento en todo el recorrido ha de ser igual al trabajo que realiza la fuerza del cable, que es la única que realiza un trabajo:
   W cable = F e =1000 400 = 4 10^5 J

De otra forma: también puede calcularse directamente porque conocemos el valor de la fuerza de rozamiento que va restando energía cinética al bloque (el cable da energía al bloque y el suelo se la quita, hasta que vuelve a quedar parado como al principio):

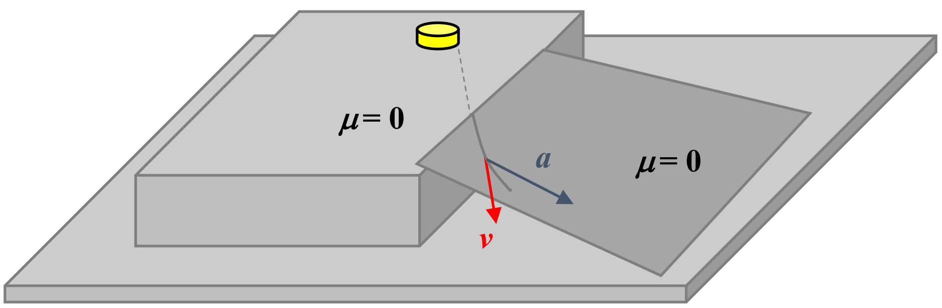
W Froz = Froz e = 2000 200 = $4\ 10^5$ J

Otra forma: en el primer tramo, el cable lleva el bloque de 0 a 10 ,/s, luego gana una Ecin = ½ m v^2 = ½ 4000 100 = 2 10^5 J. En el segundo tramo, el tractor sigue tirando igual, así que ganará la misma energía 2 10^5 J. En total, entre los dos tramos el bloque gana 4 10^5 J. Pero como acaba parado, eso significa que toda esa energía se ha disipado por el rozamiento con el suelo.



7. Las fuerzas sobre el bloque superior con su peso y la normal y fuerza de rozamiento del bloque de abajo.
   Sobre el bloque de abajo, actúa su peso, la normal y rozamiento del suelo, y la normal y rozamiento del bloque superior.
   El bloque superior se moverá, porque:
   m_2 sen10 g > Frozmax = μ_{12} m_2 cos10 g
   La aceleración es:
   a_2 = (sen 10 – 0.1 cos 10) g = 0.74 m/s^2
   Y la velocidad tras 2 s: v = 1.47 m/s
   Sin embargo, el bloque de abajo no se mueve porque hacia abajo actúan la componente de su peso y la $Froz_{12}$, pero ambas no superan la Froz máxima que puede ejercer el suelo:
   Froz max suelo = μ_{suelo} (m_1 + m_2) cos10 g > μ_{12} m_2 cos10 g + m_1 sen10 g. Así que su velocidad es 0.

8. El disco de hockey llega al plano con cierta velocidad, y sobre él actúa la componente del peso paralela al plano. Por tanto, la trayectoria es una parábola. La velocidad es tangente a la parábola en cualquier punto. La aceleración es, como la fuerza resultante, paralela al plano.



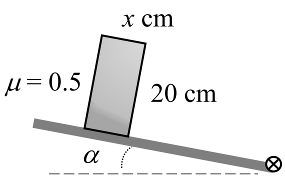
TEMAS 8 - 9	SOLUCIONES

1. En equilibrio: Peso = Empuje => $mg = \rho_{Hg} V_{sum}\, g$ => $V_{sum} = m / \rho_{Hg}$ =>
   $V_{emergido} = V_{total} - V_{sum} = m / \rho_{Al} - m / \rho_{Hg} = 0.00059\ m^3 = 0.59$ litros
   En la Luna ocurre exactamente lo mismo, la g no influye.

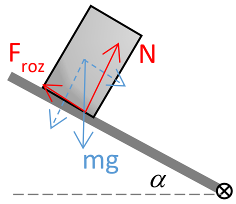
2. Por construcción la tabla sirve para aguantar una persona: 2 m x 0.5 m x 0.1 m $\approx$ 0.1 m^3, o sea desplaza como mucho 0.1 m^3 de agua, que son 100 kg, es el empuje máximo. Por tanto, sobre la tabla puede rescatar 1 persona, pero si solo se agarran a ella y tienen la mayor parte del cuerpo sumergido puede rescatar de 5 a 10 personas.

3. En equilibrio: Peso = Empuje => $mg = \rho_{agua} V_{sum}\, g$ => $V_{sum} = m / \rho_{agua}$ Como ambos cilindros tienen la misma masa, el volumen sumergido es el mismo (no lo será el total ni el emergido, pero esa no es la pregunta).

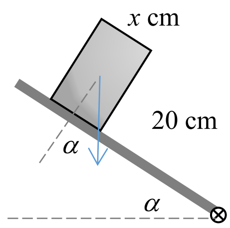
4. El objeto desliza cuando $mg \operatorname{sen} \alpha = Froz_{MÁXIMA} = \mu N = \mu\, mg \cos \alpha$ =>
   $\mu = 0.5 = \operatorname{sen} \alpha / \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha$ => $\alpha = 26.6º$



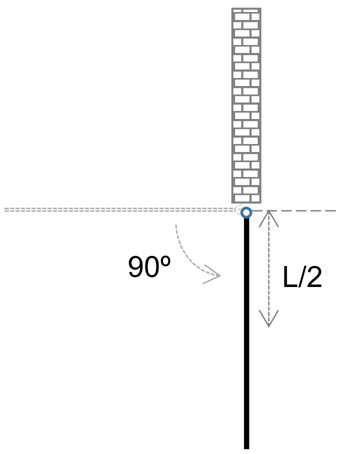
   A medida que el plano se va inclinando, el punto de aplicación de la normal se va desplazando hacia abajo, justo en el punto en que el peso corta al plano. Para demostrarlo se exige que se cumplan las condiciones de equilibrio: Froz = mg sen α, N = mg cos α, y el punto de aplicación es el que se muestra en el dibujo, donde el peso corta al plano; si no fuera así, la fuerza del plano sobre el objeto, cuyas componentes son N y Froz, no pasaría por el CM y habría un par de fuerzas que haría girar el objeto. Cuando ese punto se sale del objeto, el objeto vuelca.



   La anchura x para la que el objeto vuelca a la vez que comienza a deslizar sería:
   $\operatorname{tg} \alpha = x / 20 = 0.5$ => $x = 10$ cm
   Si x > 10 cm el objeto no vuelca antes de deslizar.

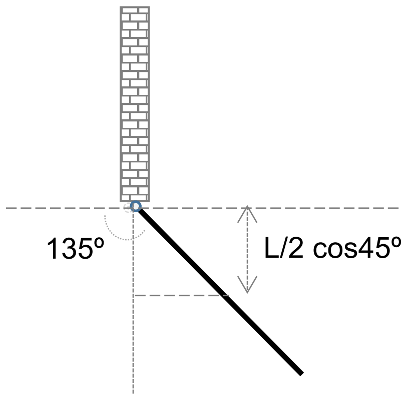


5. Aplicamos el principio de conservación de la energía. La energía potencial en la posición inicial se convierte en cinética de rotación, pues la varilla gira respecto a un eje que pasa por uno de sus extremos.
   El momento de inercia se puede hallar con el teorema de los ejes paralelos, ya que conocemos el momento de inercia respecto al eje que pasa por el CM:
   $I = I_{CM} + md^2 = 1/12\ m L^2 + m (L/2)^2 = 1/3\ m L^2$
   a) Por conservación de la energía, cuando la barra ha girado 90º, el CM ha caído L/2, y, por tanto: $m\, g\, L/2 = 1/2\ I\, \omega^2 = 1/2\ 1/3\ m L^2 \omega^2$ => $\omega = (3g/L)^{1/2}$
   La velocidad del extremo libre será: $v = \omega L = (3gL)^{1/2} = 7.66$ m/s

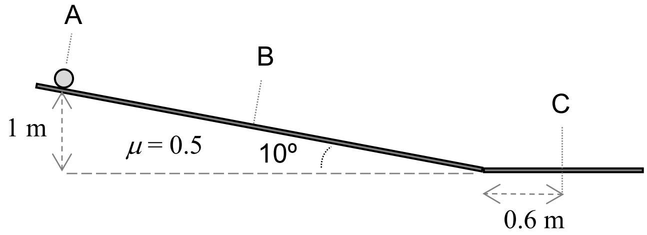


b) Cuando la barra ha girado 135º, el CM ha caído L/2 cos 45º respecto a la posición horizontal inicial, y, por tanto:
m g L/2 cos 45= 1/2 I ω^2 = 1/2 1/3 m L^2 ω^2 => ω = (3g cos45/L)$^{1/2}$
Velocidad del extremo libre: v = ω L = (3gL cos45)$^{1/2}$ = 6.44 m/s

c) Cuando la barra ha girado 180º, la barra está de nuevo horizontal, así que por conservación de la energía no puede tener velocidad al tener la misma energía potencial que al comienzo, v = 0.



6. La esfera maciza cae rodando sin deslizar (hemos visto en clase, o podemos deducir de las ecuaciones de movimiento, que basta que μ = 0.5 > 2/7 tg 10 = 0.05). Por tanto, no se disipa energía y la relación entre velocidad angular y lineal (del CM) es v=ωR. El principio de conservación de la energía queda:



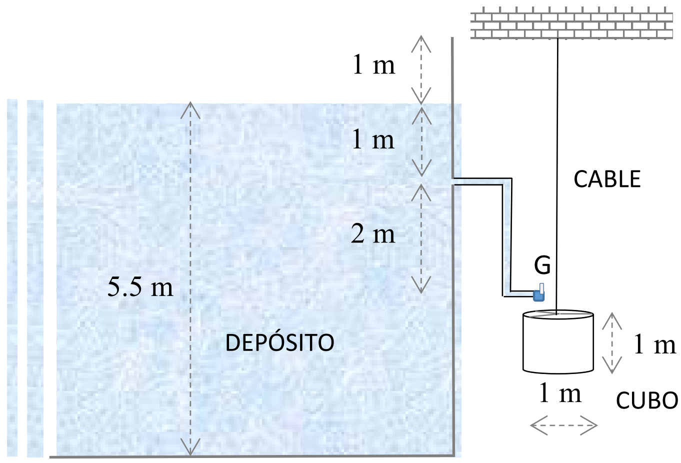
E_A = E_C => E potencial A = E cinética traslación C + E cinética rotación C =>
m g h = ½ m v_C^2 + ½ I ω_C^2 = ½ m v_C^2 + ½ 2/5 m R^2 $(v_C/R)^2$ = ½ m v_C^2 + 1/5 m v_C^2 = 7/10 m v_C^2 =>
v_C = (10/7 g h)$^{1/2}$ = 3.74 m/s

La fuerza de rozamiento en C es 0 (el punto de contacto está en reposo y la velocidad de la bola no cambia).
Para hallar la fuerza de rozamiento en B aplicamos las leyes de Newton:

Fuerzas paralelas al plano: m g sen 10 – Froz = ma => a = g sen 10 – Froz/m
Fuerzas normales al plano: mg cos 10 = N
Momentos respecto al CM: Froz R = Iα = 2/5 m R^2 a/R 0 => Froz = 2/5 m a

Sustituyendo la 1ª ecuación en la 3ª: Froz = 2/5 m (g sen 10 – Froz/m) = 2/5 m g sen 10 – 2/5 Froz =>
Froz = 5/7 2/5 mg sen10 = 2/7 mg sen 10 = 0.97 N

7. Como el depósito es tiene gran capacidad, podemos suponer que el agua de la superficie no se mueve a pesar de que abramos el grifo. Por tanto, podemos aplicar la conservación de la energía, que no es más que el teorema de Torricelli o de Bernouilli, para deducir que la velocidad de salida del líquido será:
v = (2 g h)$^{1/2}$ = (2 9.8 3)$^{1/2}$ = 7.66 m/s
Cantidad de líquido que sale por segundo (gasto) = A v = π/4 D^2 v = π/4 0.04^2 7.66 = 0.0096 m^3/s



El siguiente paso es calcular qué masa debe contener el cubo para que se rompa el cable. Por una simple regla de tres, si 1 m^2 de acero H20 aguanta 9.8 10^8 N, el cable de π/4 0.002^2 aguantará 9.8 10^8 π/4 0.002^2 = 3079 N que corresponde a 314 kg (podemos despreciar la masa del cable por su escasa longitud, pero si la calculamos 7800 π/4 0.002^2 4 = 0.1 kg, vemos que su valor es pequeño; lo que sí debemos contar son los 20 kg del cubo).
Solo queda calcular el tiempo que tardan en salir los 314-20 = 294 kg de agua por el orificio (y, por tanto, en llenar el cubo y romper el cable):
salen 0.0096 m^3/s = 9.6 kg/s => tiempo para romper el cable = 294 / 9.6 ≈ 30 s