

FÍSICA II

Profesor responsable: Vidal Fernández Canales
Contacto: fernancv@unican.es
Conocimientos previos: Física y Matemáticas de Bachillerato
Competencias generales: Capacidad de abstracción, análisis, síntesis y resolución de problemas
Capacidad de pensamiento crítico y creativo
Más información: <http://personales.unican.es/fernancv/Fisica> y moodle.unican.es

CONTENIDOS del cuaderno

Calendario académico	2
Horario	3
Programa	4
Normativa de evaluación	6
Apuntes y Problemas	8
Prácticas de laboratorio	76
Guía de trabajo en laboratorio	88

CALENDARIO ACADÉMICO DEL CURSO 2024/25

<p>Septiembre 2024</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td></tr> <tr><td>3</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr> <tr><td>4</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> <tr><td>5</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	1	2	3	4	5	6	7	2	8	9	10	11	12	13	3	14	15	16	17	18	19	4	20	21	22	23	24	25	5	26	27	28	29	30		<p>Octubre 2024</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr> <tr><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td></tr> <tr><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31			<p>Noviembre 2024</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30													
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
1	2	3	4	5	6	7																																																																																																																																															
2	8	9	10	11	12	13																																																																																																																																															
3	14	15	16	17	18	19																																																																																																																																															
4	20	21	22	23	24	25																																																																																																																																															
5	26	27	28	29	30																																																																																																																																																
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
		1	2	3	4	5																																																																																																																																															
6	7	8	9	10	11	12																																																																																																																																															
13	14	15	16	17	18	19																																																																																																																																															
20	21	22	23	24	25	26																																																																																																																																															
27	28	29	30	31																																																																																																																																																	
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30																																																																																																																																																					
<p>Diciembre 2024</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31						<p>Enero 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td></tr> <tr><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> <tr><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		<p>Febrero 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28															
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30	31																																																																																																																																																				
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
			1	2	3	4																																																																																																																																															
5	6	7	8	9	10	11																																																																																																																																															
12	13	14	15	16	17	18																																																																																																																																															
19	20	21	22	23	24	25																																																																																																																																															
26	27	28	29	30	31																																																																																																																																																
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28																																																																																																																																																
<p>Marzo 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31						<p>Abril 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr> <tr><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td></tr> <tr><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td></tr> <tr><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31			<p>Mayo 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31												
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30	31																																																																																																																																																				
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
		1	2	3	4	5																																																																																																																																															
6	7	8	9	10	11	12																																																																																																																																															
13	14	15	16	17	18	19																																																																																																																																															
20	21	22	23	24	25	26																																																																																																																																															
27	28	29	30	31																																																																																																																																																	
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30	31																																																																																																																																																				
<p>Junio 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30							<p>Julio 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31						<p>Agosto 2025</p> <table border="1"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td></tr> <tr><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr> <tr><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td></tr> <tr><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D							1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31					
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30																																																																																																																																																					
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30	31																																																																																																																																																				
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																																															
						1																																																																																																																																															
2	3	4	5	6	7	8																																																																																																																																															
9	10	11	12	13	14	15																																																																																																																																															
16	17	18	19	20	21	22																																																																																																																																															
23	24	25	26	27	28	29																																																																																																																																															
30	31																																																																																																																																																				

*Inauguración del curso académico 2024/2025: Pendiente de establecer

DISTRIBUCIÓN DE LA ACTIVIDAD DOCENTE:

Primer Cuatrimestre

- Clases:** Del miércoles 4 de septiembre al jueves 12 de diciembre de 2024 (70 días de clase).
- Exámenes:** Del sábado 14 de diciembre al martes 14 de enero (13 días hábiles). **Actas:** 21 de enero de 2025.
- Exámenes extraordinarios:** Del martes 28 de enero al lunes 3 de febrero (6 días hábiles). **Actas:** 10 de febrero 2025.

Segundo Cuatrimestre

- Clases:** del martes 4 de febrero al jueves 22 de mayo de 2025 (70 días de clase).
- Exámenes:** del sábado 24 de mayo al sábado 7 de junio (13 días hábiles). **Actas:** 13 de junio de 2025.
- Exámenes extraordinarios:** Del viernes 20 de junio al viernes 27 de junio (7 días hábiles). **Actas:** 4 de julio de 2025.

Interrupción del periodo lectivo:

- Navidad:** Del sábado 21 de diciembre de 2024 al sábado 4 de enero de 2025, ambos inclusive.
- Semana Santa:** Del jueves 17 de abril al viernes 25 de abril de 2025, ambos inclusive.

Hora	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
8:35	FISICA	TRANSVERSAL	MATEMATICAS	EMPRESAS	VALORES Y ODS
9:35	MATEMATICAS	MATEMATICAS	MATEMATICAS G1 + G2 A1 FISICA G3 + G4 A17	DIBUJO NAVAL A13 G1	
10:35	FISICA	FISICA	FISICA G1 + G2 A1 MATEMATICAS G3 + G4 A17	MATEMÁTICAS A14 G3 7.5S	
12:00	DIBUJO NAVAL G1	FISICA G1 (S IMPAR) / G3 (S PAR)	MATEMATICAS A14 G1 7.5 S	VALORES Y ODS	VALORES Y ODS
13:00		MATEMATICAS A14 G2 7.5 S	FISICA G2 (S IMPAR) / G4 (S PAR)		
16:00	VALORES Y ODS	VALORES Y ODS	DIBUJO NAVAL G3	DIBUJO NAVAL G2	DIBUJO NAVAL 10S
17:00					DIBUJO NAVAL
18:00			EMPRESAS	EMPRESAS	
19:00					

G = grupo A = aula S = semana

TEORIA	Aula 1	PROBLEMAS	Aula 1 o 17	ORDENADORES -> AULA 13 o 14 o LABORATORIO -> FISICA	SEGUIMIENTO	TRANSVERSAL
--------	--------	-----------	-------------	---	-------------	-------------

FECHAS IMPORTANTES DE FÍSICA II

ACTIVIDAD	FECHA	HORA	LUGAR	Comentarios
Control 1	Viernes 7 de marzo	17:00 – 19:00	aula 1	
Control 2	Viernes 11 de abril	17:00 – 19:00	aula 1	
Examen Final	Jueves 5 junio	9:00 – 14:00	aula 1	
Examen Extraordinario	Miércoles 25 junio	16:00 – 20:00	aula 1	

BLOQUE	UNIDAD	TEMA
I INTERACCIÓN ELECTRO- MAGNÉTICA	A Interacción eléctrica	1. Interacción eléctrica 2. Campo eléctrico en la materia 3. Corriente eléctrica
	B Interacción magnética	4. Interacción magnética
	C Electro-magnetismo	5. Inducción electromagnética 6. Corriente alterna
II ONDAS	D Ondas	7. Ondas
III TERMODINÁMICA	E Antecedentes	8. Introducción a la Termodinámica
	F Principios de la Termodinámica	9. Primer principio 10. Segundo principio

INTERACCIÓN ELÉCTRICA

Tema 1.- Interacción eléctrica

- 1.1 Carga eléctrica
- 1.2 Ley de Coulomb
- 1.3 Campo eléctrico
- 1.4 Potencial eléctrico

Tema 2.- Campo eléctrico en la materia

- 2.1 Conductor en un campo eléctrico
- 2.2 Aislante en un campo eléctrico
- 2.3 Condensadores.
- 2.4 Asociación de condensadores
- 2.5 Carga y descarga de un condensador

Tema 3.- Corriente eléctrica

- 3.1 Ley de Ohm
- 3.2 Potencia eléctrica
- 3.3 Asociación de resistencias
- 3.4 Medida de magnitudes eléctricas
- 3.5 Redes de conductores

INTERACCIÓN MAGNÉTICA

Tema 4.- Interacción magnética

- 4.1 Fuerza magnética sobre una carga
- 4.2 Fuerza magnética sobre un conductor
- 4.3 Acción sobre un circuito plano
- 4.4 Campo magnético creado por una carga
- 4.5 Campo magnético producido por una corriente
- 4.6 Fuerzas entre corrientes eléctricas
- 4.7 Imantación inducida en un material
- 4.8 Clasificación de los materiales

ELÉCTROMAGNETISMO

Tema 5.- Inducción electromagnética

- 5.1 Ley de Faraday
- 5.2 Autoinducción

Tema 6.- Corriente alterna

- 6.1 Generador de corriente alterna
- 6.2 Circuitos de corriente alterna
- 6.3 Potencia de la corriente alterna
- 6.4 Resonancia

ONDAS

Tema 7.- Ondas

- 7.1 Movimiento ondulatorio
- 7.2 Ecuación del movimiento ondulatorio
- 7.3 Ondas periódicas (armónicas)

TERMODINÁMICA

Tema 8.- Introducción a la Termodinámica

- 8.1 Sistema termodinámico
- 8.2 Temperatura y equilibrio térmico
- 8.3 Termómetros y escalas de temperatura
- 8.4 Dilatación térmica
- 8.5 Ley de los gases ideales

Tema 9.- Primer principio de la Termodinámica

- 9.1 Calor y trabajo
- 9.2 Capacidad calorífica y calor específico
- 9.3 Calor latente en cambios de fase
- 9.4 Primer principio de la termodinámica
- 9.5 Energía interna de un gas ideal
- 9.6 Diagramas PV para gases ideales

Tema 10.- Segundo principio de la Termodinámica

- 10.1 Máquinas Térmicas. Refrigeradores. Bombas
- 10.2 Segundo Principio.
- 10.3 La Máquina de Carnot. Ciclo de Carnot
- 10.4 Ciclos Comunes

NORMATIVA PARA LA EVALUACIÓN

El proceso de evaluación sigue lo dispuesto en la Guía docente (publicada antes del comienzo del proceso de matrícula tras su aprobación por la ETS de Náutica y el departamento de Física Aplicada) y cumple el Reglamento de los procesos de evaluación de la Universidad de Cantabria.

A. Baremo general:

EVALUACIÓN CONTINUA (Máximo 70%)	
- Controles de problemas:	40 %
- Tareas:	10 %
- Prácticas de laboratorio e informe:	20 %
EVALUACIÓN FINAL (Mínimo 30%)	
- Examen de cuestiones, problemas y prácticas:	30 %

B. Desarrollo del baremo:

- 1 - La calificación de la evaluación continua es válida para la convocatorias ordinaria y extraordinaria. No se podrán seleccionar calificaciones de bloques del examen ordinario para mezclar con el extraordinario.
- 2 - Para superar la asignatura se requiere una calificación mínima en el examen final de 4 (a partir de 25-26).
- 3 - Es esencial presentar trabajos originales, no plagiados
- 4 - La fecha de entrega de los distintos trabajos es INAMOVIBLE
- 5 - Se entregará un informe de una práctica de laboratorio, que valdrá la mitad de la nota de laboratorio
- 6 - La calificación de laboratorio no es recuperable (salvo si no se presenta informe, en ese caso su 10% pasa al examen final).
- 7 - Los criterios para calificar las prácticas de laboratorio y el informe se muestran en la hoja siguiente
- 8 - El valor de los controles o tareas que no puedan realizarse o se suspendan se recuperará en el examen final
- 9 - Tras la corrección de cada control, el profesor podrá eximir a los alumnos que aprueben de examinarse en el final de algunos de los temas correspondientes. La calificación mínima en el conjunto de controles y el final será 4.
- 10 - En los exámenes se permite:
 - un libro (puede constar de varios volúmenes)
 - fotocopias de algún capítulo o formulario
 - apuntes, ejercicios y exámenes manuscritos del alumno
 - presentaciones de la asignatura
- Se prohíben:
 - dispositivos que puedan conectarse a la red
 - fotocopias de ejercicios y de exámenes resueltos
- 11 - En la revisión correspondiente a las convocatorias final y extraordinaria, cualquier reclamación sobre el examen se realizará por escrito en formulario tipo que el profesor pondrá a disposición de los alumnos. La publicación de las notas definitivas se considerará respuesta administrativa a esta solicitud.

Estos criterios serán actualizados el próximo curso 25-26 siguiendo la memoria aprobada por ANECA.

B.1 Criterios de calificación en el laboratorio

Cada día de laboratorio el profesor calificará el trabajo de los alumnos según los criterios que se detallan a continuación. Los alumnos no han de entregar ningún documento, tan solo enseñar su cuaderno, gráficas y hojas de cálculo y contrastar sus resultados con el profesor.

<i>Preparación</i>	PUNTUALIDAD Se presenta a la hora en el laboratorio OBJETIVO Conoce el objetivo de la práctica MATERIALES Dispone del material requerido
<i>Método de trabajo</i>	MÉTODO MEDIDA Utiliza un método de medida correcto TODOS LOS DATOS Anota todos los datos experimentales PRECISIÓN INSTRUMENTO Anota la precisión de los instrumentos utilizados UNIDADES Expresa las unidades de forma correcta en todas las medidas y resultados AUTONOMÍA Trabaja de forma autónoma CUIDADO MATERIAL Cuida el material proporcionado
<i>Resultados</i>	ERRORES Estima los errores de forma correcta ORDEN MAGNITUD Consigue resultados con el orden de magnitud correcto PRECISIÓN Consigue resultado precisos CIFRAS SIGNIFICATIVAS Escribe resultados con un número de cifras significativas adecuado GRÁFICAS Dibuja representaciones gráficas correctas CONCLUSIONES Analiza las conclusiones de forma clara PREGUNTAS ADICIONALES Contesta de forma adecuada

B.2 Criterios de calificación del Informe de laboratorio

El profesor encargará un único informe a los alumnos de una de las prácticas

<i>Estructura general</i>	OBJETIVO El objetivo se explica de forma clara ESTRUCTURA La estructura de los apartados ayuda a comprender el informe REDACCIÓN La redacción es clara ORTOGRAFÍA No existen faltas de ortografía TIEMPOS VERBALES El uso de los tiempos verbales es adecuado para un informe DIBUJOS Los dibujos son claros y ayudan a entender el experimento
<i>Medidas</i>	MÉTODO El método de medida es correcto EXPLICACIÓN El método de medida se explica de forma clara TODOS LOS DATOS Se presentan todos los datos experimentales PRECISIÓN INSTRUMENTO Se incluye la precisión de los instrumentos utilizados UNIDADES Se expresan las unidades de forma correcta en todas las medidas y resultados
<i>Resultados</i>	REPRODUCIBILIDAD $\times 5$ A partir del informe un ingeniero puede reproducir el experimento ERRORES $\times 3$ Los errores se estiman de forma correcta ORDEN MAGNITUD El orden de magnitud de los resultados es correcto PRECISIÓN La precisión de los resultados es alta CIFRAS SIGNIFICATIVAS El número de cifras significativas en los resultados es adecuado GRÁFICAS Las representaciones gráficas son correctas CONCLUSIONES Las conclusiones se explican de forma clara

Tema 1. Interacción eléctrica

- 1 Carga eléctrica
- 2 Fuerza de Coulomb
- 3 Campo eléctrico
- 4 Potencial eléctrico

La interacción electromagnética es una de las 4 interacciones fundamentales, la más importante a nuestra escala. Es esencial para explicar la química y biología, la luz, la tecnología o las fuerzas macroscópicas (tensión de un cable, normal a una superficie, fuerza de resistencia en un fluido, fuerza de rozamiento...).

1 Carga eléctrica

Solo se produce fuerza electromagnética entre partículas con carga eléctrica.

- Existen dos tipos de carga: positiva y negativa.
- La carga se conserva
- La carga está cuantizada: no existe carga menor que la del electrón ($q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$)
- Hay fenómenos electromagnéticos que solo se manifiestan para cargas en movimiento: MAGNETISMO

La carga es una nueva magnitud fundamental, no se puede describir en función de masa, tiempo y longitud.

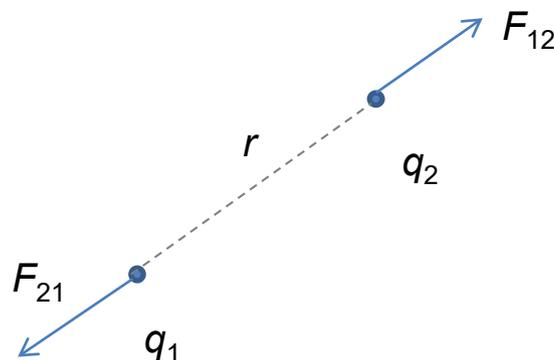
Unidad SI: culombio (C)

2 Ley de Coulomb

Fuerza eléctrica entre cargas en reposo:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \text{ (SI)}$$



Es una ley obtenida de forma experimental

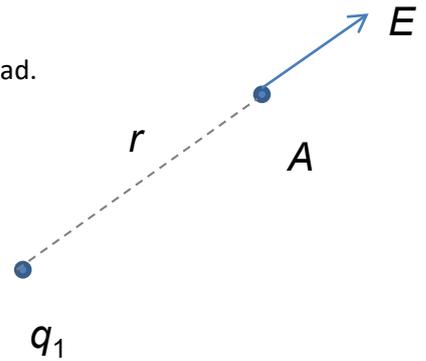
3 Campo eléctrico

Para poder describir el efecto de una distribución de carga se crea el concepto de campo eléctrico.

Intensidad de campo eléctrico en A: fuerza en A sobre la carga positiva unidad.

Carga puntual:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

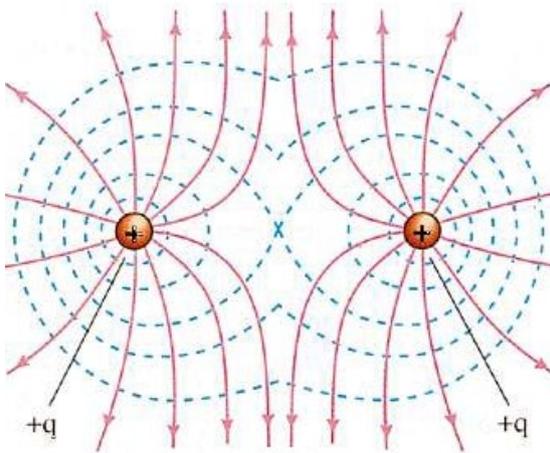


Principio de superposición: si hay varias cargas, se suman los campos
Vectorialmente

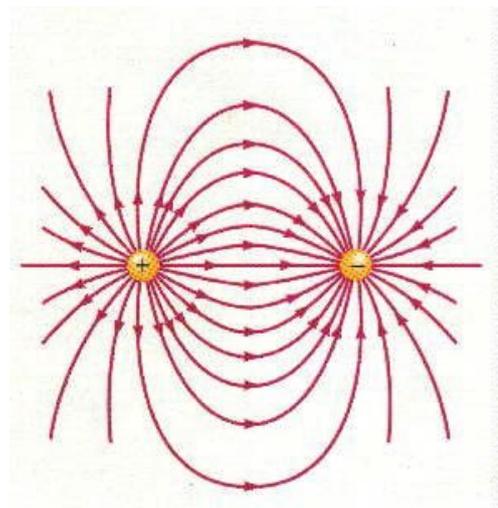
$$\vec{E} = \sum_i k \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_{ri}$$

Representación gráfica del campo

Líneas de campo eléctrico: líneas tangentes al campo en cada punto



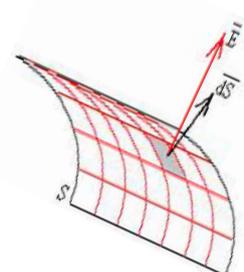
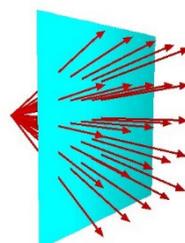
Sistema con dos cargas positivas



Sistema con una carga positiva y otra negativa

Flujo del campo eléctrico a través de una superficie:

$$\phi = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



4 Potencial eléctrico

Es una forma alternativa de representar el campo eléctrico que usa el formalismo de energías, es decir, escalares en lugar de vectores.

Potencial eléctrico en A: trabajo que realiza el campo al trasladar la carga positiva unidad desde A hasta el origen de potenciales. =

trabajo necesario para llevar la carga positiva unidad desde el origen hasta A

$$V_A = \int_A^{\text{ORIGEN}} \vec{E} \cdot d\vec{l} = W_{A \rightarrow \text{ORIGEN}}$$

Carga puntual:

$$V_A = k \frac{q}{r}$$

Sistema Cargas :

$$V_A = \sum_i k \frac{q_i}{r_i}$$

Diferencia de potencial:

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = W_{A \rightarrow B} / q$$

Energía potencial:

$$E_P = q_2 V_A$$

El campo es perpendicular a las superficies equipotenciales

Tema 1

1. Una partícula de masa $m=2$ kg y carga $q=-3$ C se deja caer desde una torre de 8 m de altura. Además del campo gravitatorio existe un campo eléctrico vertical hacia arriba de valor $E=5$ N/C. ¿Cuánto tiempo tarda en caer la partícula? (Sol. 0.96 s)

2. Un átomo de hidrógeno se compone de un electrón y un protón separados por una distancia media de $0.5 \cdot 10^{-10}$ m. Hallar la fuerza eléctrica y la fuerza gravitatoria entre ambos ($m_e=9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, $m_p=1.7 \cdot 10^{-27}$ kg, $q_e=-q_p=1.6 \cdot 10^{-19}$ C). (Sol. $9 \cdot 10^{-8}$, $4 \cdot 10^{-47}$ N)

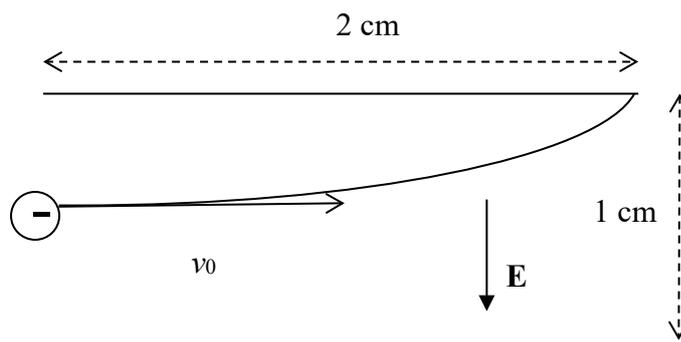
3. Dos cargas fijas de $6 \mu\text{C}$ y $-4 \mu\text{C}$ se hallan en los puntos (1,2) y (0,-3). Hallar el campo eléctrico y el potencial en el punto (3,-1). (Sol. -4992 j N/C , 4992 V)

4. Dos cargas fijas de $6 \mu\text{C}$ y $-4 \mu\text{C}$ se hallan en los puntos (1,2) y (0,-3). Hallar el trabajo para llevar una carga de $5 \mu\text{C}$ desde el punto (0,1) al punto (1,3). (Sol. -0.095 J)

5. Dibujar las líneas de fuerza (campo eléctrico) para una carga puntual. ¿Representan las líneas de fuerza las trayectorias de otra partícula dentro del campo eléctrico?

6. Demostrar que el campo eléctrico es perpendicular a las superficies equipotenciales.

7. Un electrón es proyectado con una velocidad inicial horizontal $v_0=10^7$ m/s dentro del campo uniforme creado por las láminas planas y paralelas de la figura. El campo está dirigido verticalmente hacia abajo y es nulo excepto en el espacio comprendido entre las láminas; el electrón entra en el campo por un punto situado a igual distancia de las mismas y sale del campo justo por el borde de la lámina superior. Calcúlese la intensidad del campo y la dirección de la velocidad del electrón cuando sale del campo.



(Sol. $1.4 \cdot 10^4$ N/C, $10^7 (\mathbf{i}+0.5\mathbf{j})$ m/s)

8. En un sistema de coordenadas rectangulares, dos cargas positivas puntuales de 10^{-8} C, se encuentran fijas en los puntos $x=0.1$ m, $y=0$ y $x=-0.1$ m, $y=0$. Calcúlese el valor y dirección del campo eléctrico en los siguientes puntos: a) el origen; b) $x=0.2$ m, $y=0$; c) $x=0.1$ m, $y=0.15$ m; d) $x=0$, $y=0.1$ m.

(Sol. 0 , $10^4 \mathbf{i}$, $1150 \mathbf{i}+4860 \mathbf{j}$, $6360 \mathbf{j}$ N/C)

9. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, un electrón describe una órbita circular alrededor de un protón (núcleo). Si el radio de la órbita es $0.5 \cdot 10^{-10}$ m, calcúlese el número de revoluciones que da el electrón por segundo. $m_e=9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, $q_e=1.6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_p=1.67 \cdot 10^{-27}$ kg (Sol. $7 \cdot 10^{15}$ rps)

10. En una región del espacio existen dos cargas puntuales fijas: $q_1=6$ C en (1,2,0), $q_2=3$ C en (0,3,0). Calcular y dibujar el campo eléctrico en el punto (0,1,0) y la fuerza que sufriría una carga $q_3=-2$ C en ese punto. (Sol. $10^9(-19 \mathbf{i}-25.6 \mathbf{j})$ N/C, $10^9(38 \mathbf{i}+51.2 \mathbf{j})$ N)

11. Entre dos grandes láminas verticales situadas a 1 cm una de otra, cuelga de un hilo una esfera de saúco de 0.1 g de masa. Después de aplicar a las láminas una diferencia de potencial de 1.000 V, el hilo con la esfera se inclina un ángulo de 10° . Hallar la carga de la esfera. (Sol. $1.73 \cdot 10^{-9}$ C)

12. Dos cargas de $15 \mu\text{C}$ y $6 \mu\text{C}$ se encuentran separadas 2 m. Encontrar un punto donde otra carga no fuera sometida a fuerza eléctrica. (Sol. entre ambas cargas a 1.22 m de la carga mayor)

13. Tres láminas infinitas y paralelas, tienen distribuciones de carga $+\sigma$, $+\sigma$ y $-\sigma$. Hallar el campo eléctrico en cada región del espacio. (Sol. $-\sigma/2\epsilon_0$, $\sigma/2\epsilon_0$, $3\sigma/2\epsilon_0$, $\sigma/2\epsilon_0$)

14. Dos cargas puntuales positivas de 10^{-9} C se encuentran situadas respectivamente en los puntos $(x = 0, y = 1)$ y $(x = 0, y = -1)$ m. Hallar el campo eléctrico en cualquier punto del eje X en función de la coordenada x y determinar el punto del eje X en el que dicho campo es máximo. (Sol. ± 0.707 m)

Tema 2. Campo eléctrico en la materia

- 1 Conductor en un campo eléctrico
- 2 Aislante en un campo eléctrico
- 3 Condensadores
- 4 Asociación de condensadores

Tipos de materiales ante un campo eléctrico

- Conductor: posee cargas libres
- Aislante: sin cargas libres
- Semiconductor

1 Conductor en un campo eléctrico

Ante un campo externo, las cargas libres de un conductor se redistribuyen en su superficie de forma que al llegar al equilibrio anulan el campo en el interior.

➔ Conductor en equilibrio

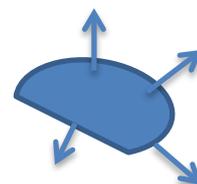
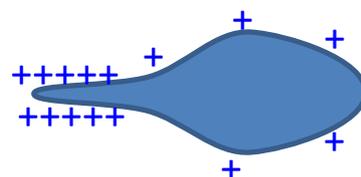
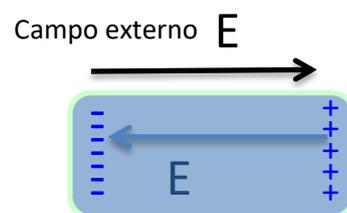
- cargas en la superficie
- campo nulo en el interior (V cte)

- La carga tiende a acumularse en las puntas

- Una jaula metálica protege contra campos externos

- En la superficie del conductor, el campo es perpendicular, de valor:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$



2 Aislante en un campo eléctrico

En un aislante las cargas están más ligadas y no pueden desplazarse hasta la superficie para anular el campo externo. En este caso, se producen dos efectos:

- redistribución de la nube de electrones en cada molécula
- alineamiento de las moléculas si ya eran polares



Aparece en la superficie una carga

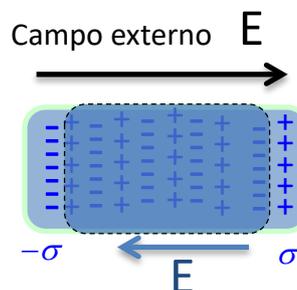
$$\sigma = \epsilon_0 \chi_e E_{ef} \quad \text{que disminuye el campo en el interior}$$

Susceptibilidad eléctrica

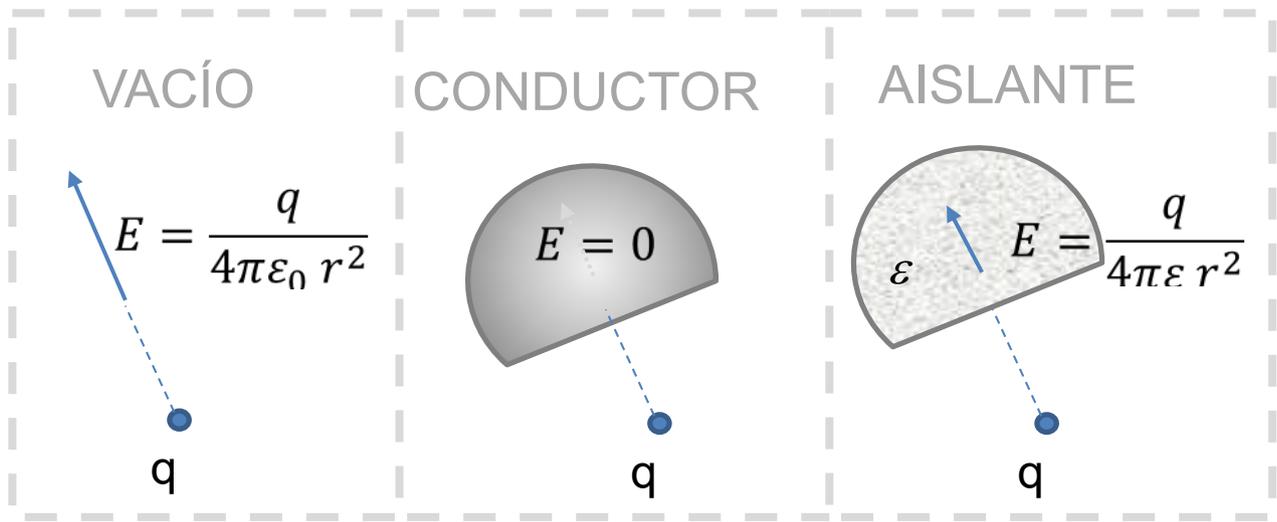
$$\chi_e = A + \frac{B}{T}$$

Campo efectivo en el interior:

$$E_{ef} = \frac{\sigma_{libre} - \epsilon_0 \chi_e E_{ef}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_{ef} = \frac{\sigma_{libre}}{\epsilon_0(1 + \chi_e)}$$



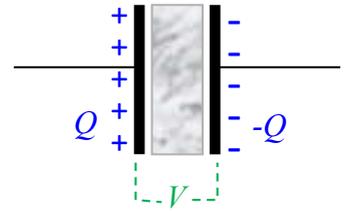
En problemas reales basta sustituir ϵ_0 por ϵ , no hace falta calcular el campo inducido o la carga de polarización del aislante



3 Condensador

Condensador: dos conductores separados por un aislante.

Sometido a una diferencia de potencial separa carga, por lo que almacena energía



La capacidad es la magnitud que caracteriza el condensador: $C = \frac{Q}{V}$

Unidad SI: Faradio F

→ Carga entre placas
→ Diferencia de potencial entre placas

La capacidad depende solo del **material entre placas** y de la **geometría**.

Condensador placa plano-parallelas: $C = \epsilon \frac{S}{d}$

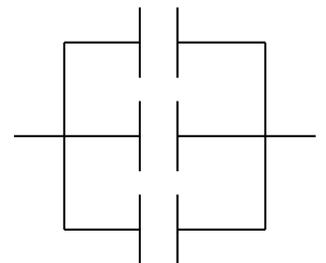
→ Sección de las placas
→ Distancia entre placas

Energía almacenada por un condensador: $E = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

4 Asociación de condensadores

- Asociación en paralelo: (igual V entre placas) sirve para aumentar la carga (la energía)

Condensador equivalente: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots = \sum_i C_i$



- Asociación en serie: (igual Q en las placas) sirve para reducir el voltaje (riesgo de chispa)

Condensador equivalente: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots = \sum_i \frac{1}{C_i}$



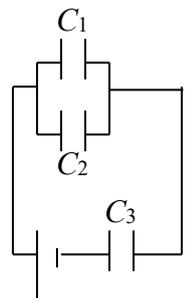
1. ¿En qué se diferencia la estructura interna de un buen conductor de la de un aislante?
2. ¿Qué es y para qué sirve una jaula de Faraday?
3. Explicar por qué se necesita energía para añadir carga a un condensador cargado. ¿Se puede recuperar después esa energía?
4. Sea un condensador plano paralelo con placas de sección 4 mm^2 separadas 1 cm . La constante dieléctrica relativa del aislante entre las placas vale 7.8 . Hallar la capacidad del condensador. ¿Qué carga acumula este condensador si se conecta a un generador de 1.5 V ?
(Sol. 0.028 pF , 0.042 pC)
5. Si se somete un aislante cuyas moléculas son polares a un campo eléctrico externo, ¿cómo influye la temperatura en la polarización del aislante? ¿Y en uno con moléculas no polares?

6. ¿Con qué fin se montan condensadores en serie? ¿Y en paralelo?

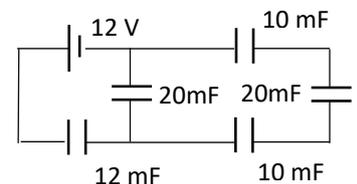
7. Se montan en serie dos condensadores de $4 \mu\text{F}$ y $10 \mu\text{F}$ con un generador de 12 V . Hallar la energía almacenada por cada condensador.
(Sol. $147, 59 \mu\text{J}$)

8. Se montan en paralelo dos condensadores de $4 \mu\text{F}$ y $10 \mu\text{F}$. Este conjunto se conecta en serie con un generador de 12 V . Hallar la energía almacenada en cada condensador.
(Sol. $288, 720 \mu\text{J}$)

9. En el esquema de la figura hallar la energía total almacenada ($C_1=2 \mu\text{F}$, $C_2=2 \mu\text{F}$, $C_3=4 \mu\text{F}$, $fem=1.5 \text{ V}$).
(Sol. $2.25 \mu\text{J}$)



10. Hallar la carga y la diferencia de potencial en cada uno de los dos condensadores de 20 mF .
(Sol. $80, 16 \text{ mC}$, $4, 0.8 \text{ V}$)



11. Se introduce un material aislante en una región con campo eléctrico, ¿es el campo dentro del material mayor o menor que el campo externo aplicado? ¿Por qué?

12. Se tiene en el vacío un conductor esférico cuyas cargas están en reposo. ¿Cuál es el campo en el centro de la esfera? Dibujar el campo en la superficie del conductor. Si se rodea el conductor con un aislante, ¿aumenta o disminuye el campo? ¿y la densidad de carga en el conductor?

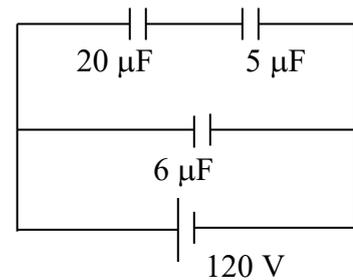
13. Para formar una batería de $1.6 \mu\text{F}$, que pueda resistir una diferencia de potencial de 5000 V , disponemos de condensadores de $2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$ que pueden soportar 1000 V . Hallar el número de condensadores necesarios y la forma de agruparlos y la energía de la batería.
(Sol. en paralelo 4 ramas de 5 condensadores, 20 J)

14. El área de las láminas de un condensador plano con dieléctrico de aire es de 100 cm^2 y la distancia entre ellas de 5 mm . A las láminas se aplica una diferencia de potencial de 300 V . Después de desconectar el condensador de la fuente de tensión, se llena de ebonita el espacio entre las láminas. Calcular antes y después de llenarlo de ebonita: a) la diferencia de potencial entre las láminas b) la capacidad del condensador, c) la densidades superficiales de carga de las láminas.

Constante dieléctrica de la ebonita: 2.6

(Sol. $300, 115 \text{ V}$, $18, 46 \text{ pF}$, $5.3 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$)

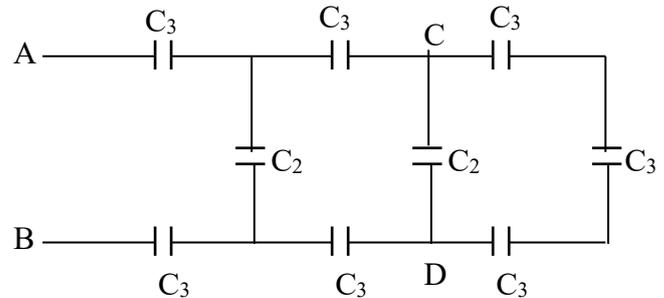
15. Calcúlese en la red de la figura: la carga sobre cada condensador, la diferencia de potencial entre sus armaduras y la energía total almacenada en los tres condensadores. (Sol. 480, 720 μC , 24, 96, 120 V, 0.072 J)



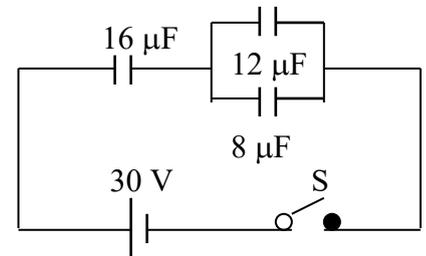
(Sol. 0.44, 0.018 μJ)

16. Un condensador plano con dieléctrico de aire láminas de 100 cm^2 de área y de 1 mm de distancia entre ellas, se carga hasta un potencial de 100 V. Después se separan las láminas hasta la distancia de 25 mm. Hallar la energía del condensador antes y después de la separación de las láminas, si la fuente de tensión antes de la separación no se desconecta.

17. En el siguiente circuito, $V_{AB} = 900 \text{ V}$, cada condensador C_3 tiene un valor de 3 μF y cada condensador C_2 , 2 μF . Calcular a) la capacidad equivalente de la red entre los puntos A y B. b) la carga de cada uno de los condensadores más próximos a A y B c) V_{CD} . (Sol. 1 μF , 900 μC , 100 V)



18. Los condensadores de la figura inicialmente estaban descargados. Determinar el voltaje de cada uno de los tres condensadores después de cerrar el interruptor S. (Sol. 16.66, 13.33 V)



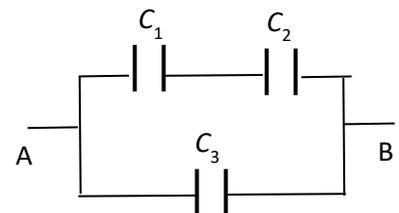
19. En el centro de una esfera metálica hueca descargada, de radio interior R_1 y exterior R_2 , se sitúa una carga q . Hallar las distribuciones finales de carga. (Sol. $-q/4\pi R_1^2$, $q/4\pi R_2^2$)

20. Una esfera conductora de radio R_1 y carga Q_1 , se sitúa en el interior y concéntrica a una esfera hueca conductora de radio interno R_2 y externo R_3 , con carga Q_2 . Describir la distribución de la carga. Repetir el apartado anterior si la esfera exterior se conecta a tierra. (Sol. $Q_1/4\pi R_1^2$, $-Q_1/4\pi R_2^2$, $Q_1+Q_2/4\pi R_3^2$, $Q_1/4\pi R_1^2$, $-Q_1/4\pi R_2^2$, 0)

21. Una esfera de radio R_1 con densidad de carga uniforme ρ se introduce en el interior de una esfera hueca metálica de radio interno R_2 y externo R_3 , con carga Q . Calcular las densidades de carga en las superficies de la esfera conductora. (Sol. $-\rho R_1^3/3R_2^2$, $Q/4\pi R_3^2 + \rho R_1^3/3R_3^2$)

22. Se combinan tres condensadores como indica la figura:

	Capacidad	Voltaje de ruptura
C_1	2 mF	100 V
C_2	8 mF	50 V
C_3	2.4 mF	400 V



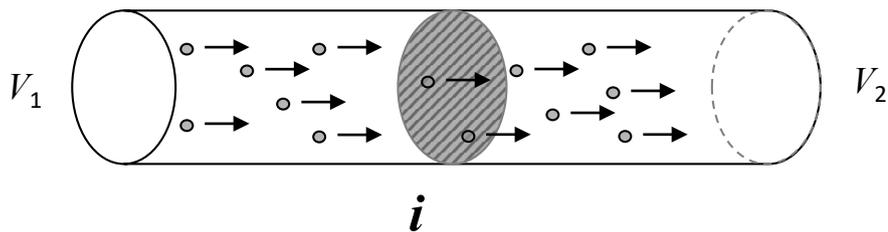
- a) Hallar la capacidad equivalente de esta combinación de condensadores.
- b) Calcular la máxima tensión que se puede aplicar entre los puntos A y B. (Sol. 4 mF, 125V)

23. Las placas de un condensador (plano-paralelo) miden 2 x 3 cm y están separadas por una hoja de papel de 1 mm de espesor. Calcular la carga máxima que puede almacenar el condensador (constante dieléctrica relativa del papel = 3.7, campo de ruptura del papel 16 10^6 V/m). (Sol. 0.32 μC)

Tema 3. Corriente eléctrica

- 1 Ley de Ohm
- 2 Energía de la corriente eléctrica
- 3 Asociación de resistencias
- 4 Redes de conductores
- 5 Medición de intensidad, resistencia y potencial

La corriente eléctrica es un transporte de cargas en un conductor debido a un campo eléctrico (o, lo que es lo mismo, una diferencia de potencial). Para mantener la corriente se necesita una fuente que bombee de nuevo las cargas al otro extremo del conductor, lo que requiere aportar energía.



Intensidad de corriente (i): carga que atraviesa una sección perpendicular del conductor en la unidad de tiempo
 Unidad SI: amperio (A)

1 Ley de Ohm

Es una ley experimental que relaciona la diferencia de potencial entre los extremos del conductor con la corriente que lo atraviesa. Se cumple para muchos materiales en ciertas condiciones, pero no es una ley fundamental.

$$i = \frac{V_1 - V_2}{R} \quad \text{---} \rightarrow \text{Resistencia eléctrica}$$

Resistencia eléctrica de un conductor $R = \rho \frac{l}{S}$

Unidad SI: Ω ohm

----- \rightarrow Longitud del conductor
 ----- \rightarrow Sección del conductor
 ----- \rightarrow Resistividad del material

Resistividad de un material ρ depende de muchos factores

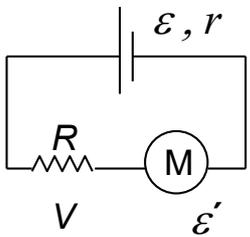
$\left\{ \begin{array}{l} \text{luz exterior} \\ \text{impurezas} \\ \text{campos externos} \\ \text{temperatura} \end{array} \right. \quad \text{---} \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Conductores } \rho = \rho_0 (1 + \alpha T) \\ \text{Semiconductores } \rho \downarrow \text{ si } T \uparrow \\ \text{Superconductores } \rho = 0 \\ \text{Aislantes } \rho = \infty \end{array} \right.$

2 Energía de la corriente eléctrica

Para mantener la corriente en un circuito hay que aportar energía.

$$\left. \begin{array}{l} - \text{ Fuerza electromotriz } (\varepsilon): \text{ energía por unidad de carga que aporta la fuente} \\ - \text{ Fuerza contraelectromotriz } (\varepsilon'): \text{ energía por unidad de carga que gasta un motor} \\ - \text{ Diferencia de potencial } (V): \text{ energía por unidad de carga que se consume en un conductor} \end{array} \right\} \begin{array}{l} V \\ \text{voltios} \end{array}$$

Por conservación de la energía, podemos hallar la intensidad en cualquier circuito cerrado:



$$\varepsilon = \varepsilon' + iR + ir \quad \rightarrow \quad i = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r}$$

↑
ley de Ohm

Análogamente se puede estudiar usando la potencia eléctrica en lugar del potencial:

$$P = \frac{\text{Energía}}{t} = \frac{\text{Energía}}{q} \frac{q}{t} = \frac{\text{Energía}}{q} i \quad \left\{ \begin{array}{l} P = \varepsilon i \quad \text{potencia que aporta la fuente} \\ P = \varepsilon' i \quad \text{potencia que gasta un motor} \\ P = Vi = i^2 R \quad \text{potencia que consume un conductor} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} W \\ \text{vatios} \end{array}$$

↑
ley de Ohm

Podemos comprobar que si nos fijamos en la potencia, la conservación de la energía en un circuito cerrado lleva a una ecuación equivalente a la anterior:

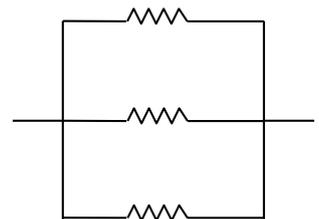
$$\varepsilon i = \varepsilon' i + i^2 R + i^2 r$$

3 Asociación de resistencias

Las resistencias pueden combinarse de múltiples formas. Las más sencillas son en serie y en paralelo.

- Asociación en paralelo: igual V

$$\text{Resistencia equivalente: } \frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \dots = \sum_i \frac{1}{R_i}$$



- Asociación en serie: igual i

$$\text{Resistencia equivalente: } R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + \dots = \sum_i R_i$$



4 Redes de conductores

Para resolver circuitos más complejos se usan las leyes de Kirchoff.

CONSERVACIÓN DE LA CARGA

- Ley de los nudos: la suma de intensidades que entra a un nudo es igual a la suma de intensidades que sale

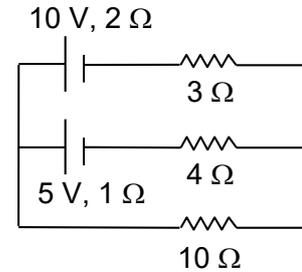
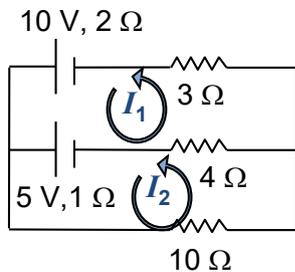
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

- Ley de las mallas: en cualquier lazo cerrado la suma de fuerzas electromotrices es igual a la suma de diferencias de potencial consumidas

Ej.

Resolución por el método de las mallas sin ramas en el interior

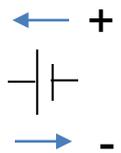
- Elegir un sentido para las intensidades de malla



- Aplicar a cada malla la regla de las mallas $\sum \varepsilon_i = \sum I_i R_i$

$$\begin{matrix} \text{↻} \\ \text{↻} \end{matrix} \begin{matrix} 10 - 5 = (3+2+4+1) I_1 - (1+4) I_2 \\ 5 = - (4+1) I_1 + (4+1+10) I_2 \end{matrix}$$

los signos negativos significan que el sentido es contrario al elegido



- Resolver $I_1 = 0.8 \text{ A}$ $I_2 = 0.6 \text{ A}$

5 Medición de intensidad, diferencia de potencial y resistencia

Escala máxima de inicio

I amperímetro $\left\{ \begin{array}{l} \text{Detecta efectos magnéticos o caloríficos de la corriente} \\ \text{Se conecta en serie (implica romper el circuito)} \\ \text{Resistencia pequeña (para no afectar la medida)} \end{array} \right.$

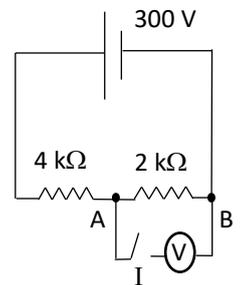
V voltímetro $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se conecta en paralelo} \\ \text{Resistencia grande (para no afectar la medida)} \end{array} \right.$

R Ohmímetro mide i y V y aplica la ley de Ohm
 Puente de Wheatstone

Tema 3

1. La resistencia eléctrica de algunos materiales disminuye al ser iluminados (fotorresistencias). Explicar por qué se produce este fenómeno.

2. En el circuito, V representa un voltímetro e I un interruptor, y la resistencia interna de la fuente se puede despreciar. a) Hallar la diferencia de potencial entre A y B con I abierto. b) Discutir si dicha diferencia de potencial aumentará, disminuirá o seguirá igual cuando se cierre el interruptor. (Sol. 100 V, ↓)



3. ¿Cuánta energía proporciona un generador de 12 V a una carga de 1C? ¿Qué potencia se consume si dicha carga sale del generador 3 veces cada segundo? (Sol. 12 J, 36 W)

4. ¿Cuál es la diferencia entre resistencia y resistividad?

5. ¿Cómo ha de conectarse un amperímetro para medir la intensidad que circula por un elemento de un circuito? Dibujarlo. ¿Cómo ha de ser la resistencia del amperímetro en relación a la del elemento en cuestión?

6. ¿Cómo ha de conectarse un voltímetro para medir la diferencia de potencial en un elemento? Dibujarlo. ¿Cómo ha de su resistencia en relación a la del elemento en cuestión?

7. Explicar en qué principio se basa la ley de las mallas y en cual la ley de los nudos.

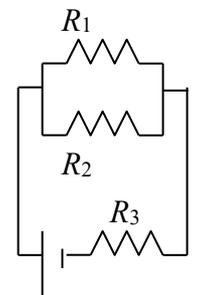
8. Una estufa eléctrica proporciona 2300 w cuando se la conecta a 230 V. Esta estufa se quiere utilizar en el despacho de una nave industrial, que queda a 300 m del cuadro de distribución, punto donde la compañía eléctrica nos asegura 230 V. Desde el cuadro hasta el despacho se usa cable de cobre de 4 mm² de sección.

Calcular la potencia perdida en los cables y la potencia consumida en la estufa.

A la vista del resultado, ¿te parece una situación peligrosa, propondrías algún cambio en la instalación?

9. Se tiene un generador de 24 V y resistencia interna despreciable, conectado mediante unos cables de cobre de sección 3 mm² con un elemento de resistencia 800 Ω que se encuentra a 1 km de distancia ($\rho_{Cu}=1.72 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$). Hallar la potencia disipada en el elemento y la disipada en los cables. Hallar la diferencia de potencial en los extremos de la resistencia de 800 Ω. (Sol. 0.7 W, 0.01 W, 23.68 V)

10. Hallar la potencia disipada en cada resistencia ($R_1=2 \Omega$, $R_2=2 \Omega$, $R_3=4 \Omega$, $V=1.5 \text{ V}$). (Sol. 0.045, 0.045, 0.36 W)

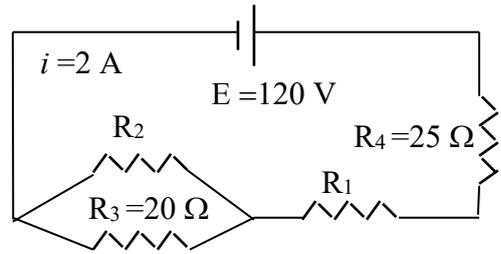


11. Hallar la resistencia de una bombilla de 40 W. Si esta resistencia se mide con un multímetro cuando la bombilla está desconectada se obtiene un valor inferior. ¿A qué se debe esta diferencia? (Sol. 1320 Ω)

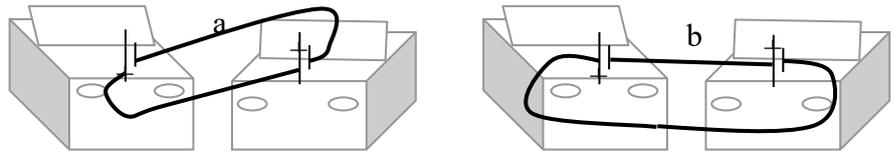
12. Se toman dos bombillas de 40 W y se conectan a la red (230 V) en serie. Hallar la potencia que disipa cada una y comparar con la potencia disipada si se montan en paralelo. (Sol. 10 W)

13. ¿Tiene mayor resistencia una bombilla de 60 W o una estufa eléctrica de 800 W? Si se dispone de dos cables de cobre, uno de 1.5 mm de diámetro y otro de 2.5 mm de diámetro, ¿cuál se ha de usar para la bombilla y cuál para la estufa? ¿Cuál de ambos cables tiene mayor resistencia?

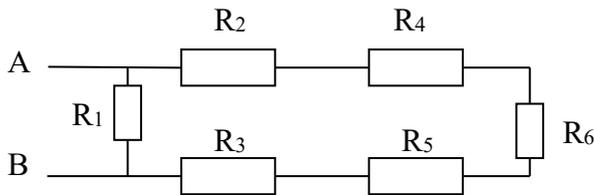
14. En el siguiente circuito la caída de tensión en la resistencia R_1 es de 40 V. Hallar la resistencia R_2 . Se desprecian la resistencia de la batería. (Sol. 60 Ω)



15. Se desea conectar la batería de un coche a la de otro que no puede arrancar. ¿Cómo debemos conectar los bornes de las baterías, según el esquema a) (positivo con positivo y negativo con negativo) o según el b) (positivo con negativo y negativo con positivo)? ¿Qué ocurre si conectamos los cables según la configuración incorrecta?



16. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos A y B del siguiente circuito: (Sol. 4.5 k Ω)

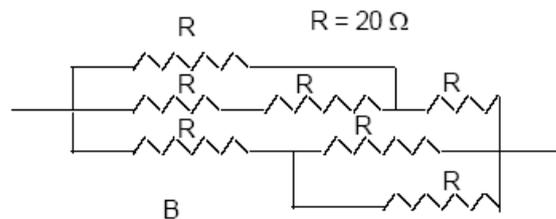
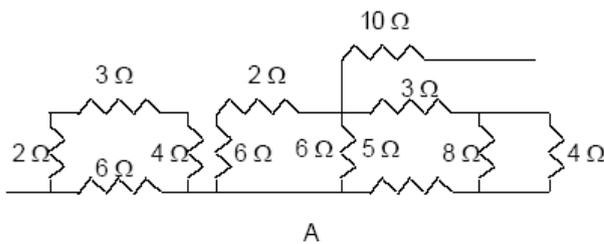


$R_1 = 6 \text{ k}\Omega, R_2 = 1 \text{ k}\Omega$

$R_3 = 2 \text{ k}\Omega, R_4 = 8 \text{ k}\Omega$

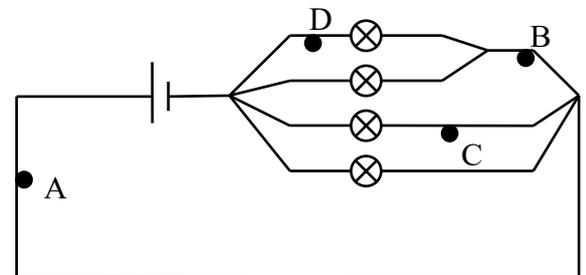
$R_5 = 2 \text{ k}\Omega, R_6 = 5 \text{ k}\Omega$

17. Calcular la resistencia equivalente en los circuitos A y B. (Sol. 16.2, 15.8 Ω)



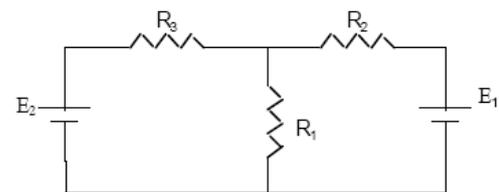
18. Una pila de 9 V y resistencia interna despreciable alimenta cuatro bombillas iguales conectadas como indica la figura. El consumo total de energía es 100 W. Calcular:

- a) la resistencia total del conjunto de las cuatro bombillas;
- b) la resistencia de cada bombilla;
- c) la intensidad que circula por los puntos A, B, C, D
- d) la energía que se disipa cuando una carga de 1 C atraviesa una bombilla. (Sol. 0.81, 3.24 Ω , 11.1, 5.5, 2.75 A, 9 J)

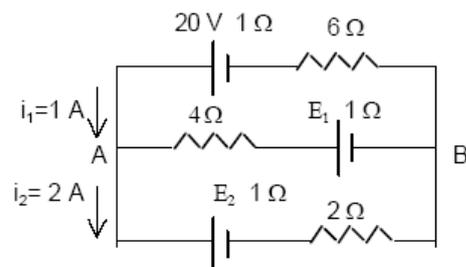


19. Hallar la potencia que disipa cada resistencia y la potencia que proporciona cada fuente. $E_1 = 3 \text{ V}, E_2 = 1 \text{ V}, R_1 = 5 \Omega, R_2 = 2 \Omega, R_3 = 4 \Omega$

(Sol. 0.685, 0.673, 0.176, 1.74, -0.21 W)



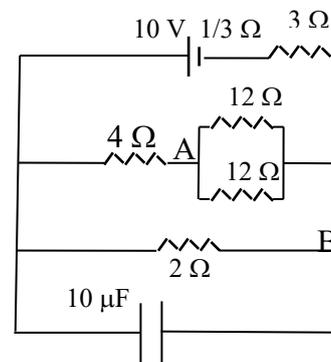
20. Calcular la f.e.m. de cada generador (E_1 y E_2) y la diferencia de potencial entre A y B. (Sol. 18, 7, -13 V)



21. Una combinación en paralelo de una resistencia de 8Ω y una resistencia incógnita R se conecta en serie con una resistencia de 16Ω y una batería. A continuación, se conectan en serie las tres resistencias y la misma batería. En ambos casos la corriente a través de la resistencia de 8Ω es la misma. ¿Cuál es el valor de la resistencia incógnita? (Sol. 11.3 Ω)

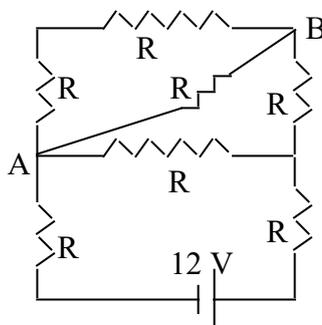
22. Calcular en el circuito de la figura:

- a) la intensidad en la batería y en cada resistencia
- b) la diferencia de potencial entre los puntos A y B
- c) la carga en el condensador. (Sol. 2, 1/3, 1/6, 5/3 A, 2 V, 33.3 μC)



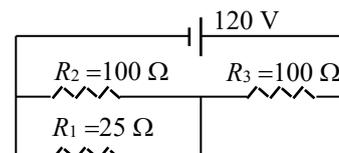
23. Hallar en el circuito de la figura:

- a) resistencia equivalente
 - b) corriente en cada resistencia
 - c) diferencia de potencial entre A y B
- Todas las resistencias valen $R=2.1 \text{ k}\Omega$.
(Sol. 5512 Ω , 2.2, 1.4, 0.8, 0.56, 0.28 mA 1.18V)



24. Hallar la potencia consumida en R_1 .

(Sol. 16 W)



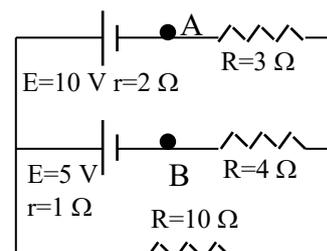
25. Para elevar agua es necesario transportar a un motor una potencia de 2500 W desde un generador alejado 1 km de él. La línea de transporte se compone de dos conductores de cobre de igual diámetro que no deben disipar más del 6% de la potencia suministrada al motor. Calcular el diámetro mínimo de los hilos de cobre si el voltaje entre los bornes del motor ha de ser de 240 V. Determinar el voltaje que debe proporcionar la fuente. $\rho_{\text{cobre}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ (Sol. 5.6 mm, 254 V)

26. Se mide la potencia de una bombilla y se obtiene $100 \pm 5 \text{ W}$. El voltaje de la red durante la medida es, según el voltímetro, $230 \pm 1 \text{ V}$. Calcular la resistencia de la bombilla con su error. (Sol. $530 \pm 30 \Omega$)

27. Hallar la resistencia de una bombilla incandescente de 100 W a 230 V. Estimar la tolerancia en la resistencia si el fabricante admite un 5% de error en la potencia siempre que el voltaje de la red no varíe más de 1 V. (Sol. $530 \pm 20 \Omega$)

28. Hallar la intensidad en cada rama y la diferencia de potencial entre A y B.

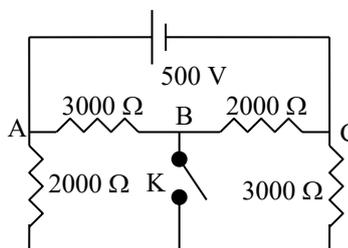
(Sol. 0.8, 0.6, 0.2 A, 3.2 V)



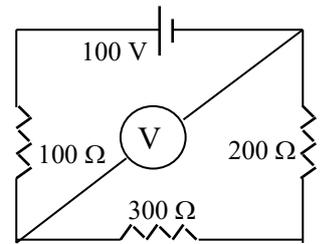
29. Hallar V_{AB} y V_{AC} con la llave K:

- a) abierta (desconectada)
- b) cerrada (conectada)

(Sol. 300, 500, 250, 500 V)



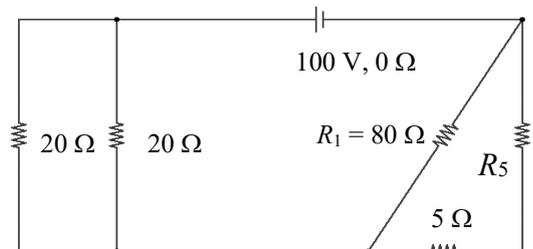
30. ¿Qué tensión señala el voltímetro si su resistencia es solo 2000Ω ? (Sol. 80 V)



31. Por la fuente del circuito circulan 2 A . Calcular:

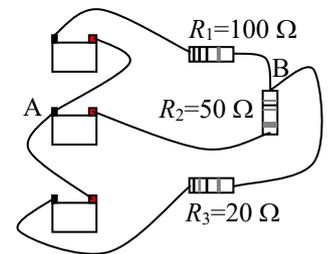
- el valor de la resistencia R_5 .
- la potencia disipada en cada resistencia.
- la diferencia de potencial entre los extremos de R_1
- cómo debe ser la resistencia de un voltímetro para que al conectarlo para medir la diferencia de potencial entre los extremos de R_1 , modifique la magnitud menos del 0.1%

(Sol. $75 \Omega, 20, 80, 5, 75 \text{ W}, 80 \text{ V}, 7992 \Omega$)



32. Se conectan tres fuentes idénticas, de 12 V y resistencia interna despreciable, con tres resistencias como indica la figura. Hallar la diferencia de potencial entre los puntos A y B.

(Sol. -6 V)

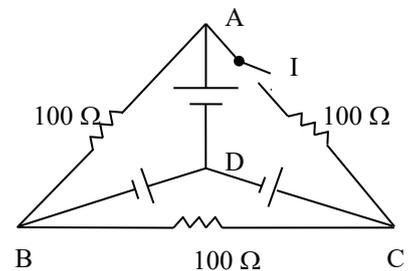


33. Repetir el ejercicio anterior en el caso de R_1 en abierto, R_1 en cortocircuito, R_2 en abierto, R_2 en cortocircuito, R_3 en abierto, R_3 en cortocircuito.

(Sol. $-5.1, -12, -12, +12, +4, -12 \text{ V}$)

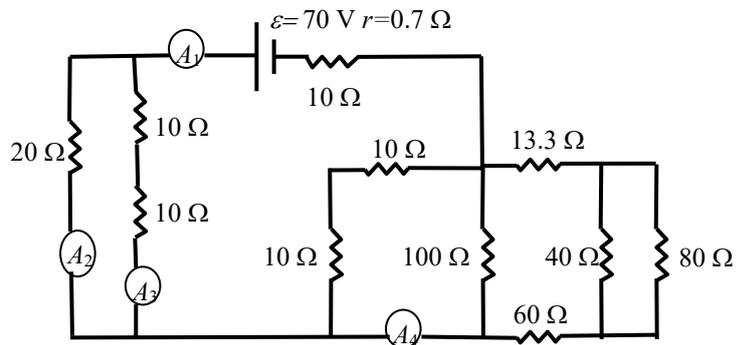
34. Tres fuentes de 12 V de fuerza electromotriz y resistencia interna despreciable se conectan como indica la figura, con el interruptor I abierto (desconectado). Hallar la intensidad por cada fuente, la diferencia de potencial entre A y B, entre A y C y entre A y D. ¿Cambian los valores anteriores al cerrar I?

(Sol. $0.24 \text{ A}, 0.48 \text{ A}, 24, 0, 12 \text{ V}, \text{No}$)



35. Determinar en el circuito de la figura:

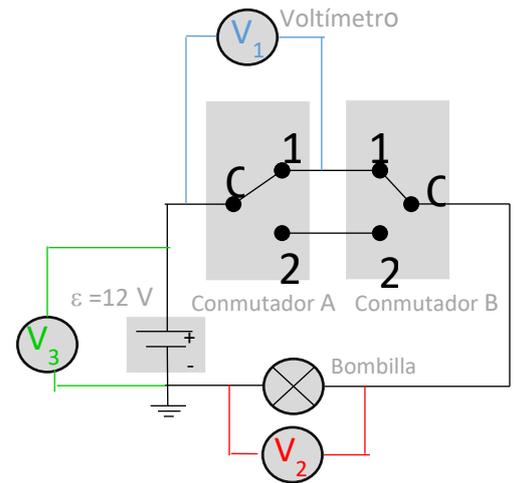
- la intensidad que marca cada amperímetro
- la diferencia de potencial en los bornes del generador
- la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia de 80Ω
- el tiempo que tarda la batería en descargarse si al conectar el circuito almacena 2000 mAh
- la energía total suministrada por la batería durante ese tiempo ($\text{mAh} = \text{miliamperios hora}$)



(Sol. $2, 1, 1, 0.57 \text{ A}, 68.6, 7.7 \text{ V}, 1 \text{ hora}, 504000 \text{ J}$)

36. Dos conmutadores se conectan en serie a una bombilla y una batería de 12 V como indica la figura. Determinar la lectura de los voltímetros en estos tres casos:

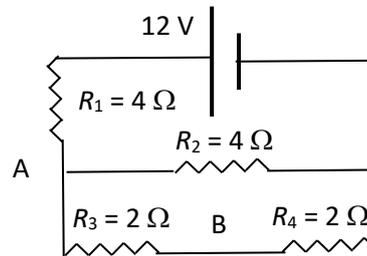
- a) ambos conmutadores están en la posición 1
- b) el conmutador A está en posición 1 y el B en 2
- c) el conmutador A está en posición 2 y el B en 1 (Sol. 0,0,12, V)



37. Una lámpara (con bombilla incandescente) situada en el techo de una habitación no enciende. Se desmonta el interruptor correspondiente y tocando con las puntas de un voltímetro en los dos cables que se conectan a él se mide una tensión de 230 V. ¿En qué elemento crees que se localiza la avería? Razonar la respuesta.

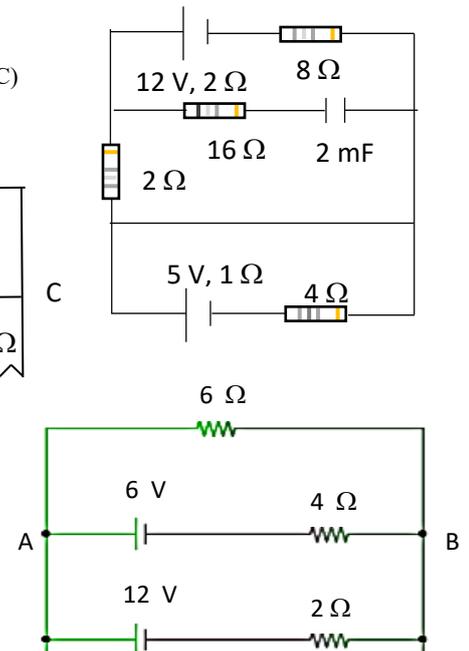
38. Hallar la carga en el condensador (en estado estacionario). (Sol. 4 mC)

39. Determinar la diferencia de potencial V_{AC} y V_{BC} en los siguientes casos: sin averías, R_1 en abierto, R_1 en cortocircuito, R_2 en abierto, R_2 en cortocircuito, R_3 en abierto, R_3 en cortocircuito, R_4 en abierto, R_4 en cortocircuito.



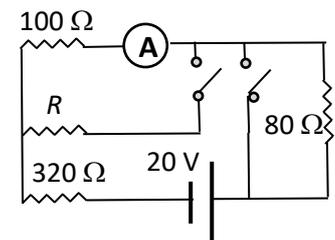
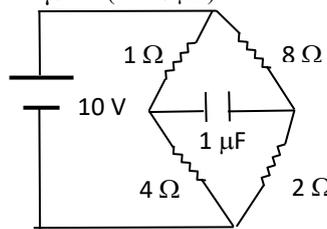
(Sol. 4,2/0,0/12,6/6,3/0,0/6,0/3,3/6,6/3,0 V)

40. Determinar en el circuito de la figura la diferencia de potencial V_{AB} en los siguientes casos: circuito sin averías, R_1 en abierto, R_1 en cortocircuito, R_2 en abierto, R_2 en cortocircuito, R_3 en abierto, R_3 en cortocircuito. (Sol. 8,2, 3,6, 12, 9, 6, 10, 0 V)



41. Determinar la carga en el condensador de $1\mu\text{F}$. (Sol. $6\mu\text{C}$)

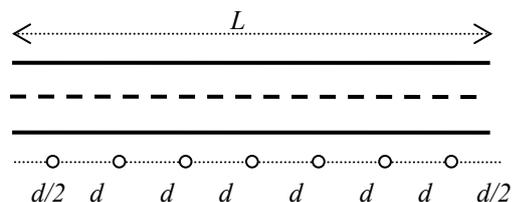
42. En el circuito de la derecha la lectura del amperímetro es idéntica cuando ambos interruptores están abiertos y cuando ambos están cerrados. Hallar el valor de la resistencia R . (Sol. 400Ω)



43. Una batería de una lancha con 0.01Ω de resistencia interna está prácticamente descargada y marca 11.4 V de fem. Los circuitos de la lancha que debe alimentar se representan como una resistencia de 2Ω . Para arrancar la lancha se conecta una segunda batería con 12.6 V de fem y 0.01Ω de resistencia interna. a) Dibujar un esquema del circuito. b) Calcular la intensidad que circula por cada batería. c) Calcular la potencia que cede la segunda batería y explicar en qué se invierte. (Sol. 57, 63 A, 794 W)

Tareas

1. Se desea instalar en una carretera recta de longitud $L= 1$ km, un sistema de iluminación formado por farolas separadas como indica la figura una distancia $d = 100$ m. Cada farola ha de tener una potencia $P = 500$ W. Se usa una fuente de $\varepsilon = 240$ V y cable de cobre (resistividad = $1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$, densidad = 8900 kg/m^3).

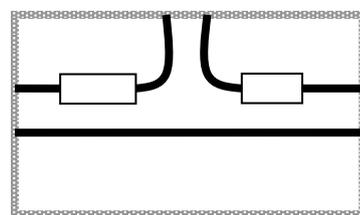


Aproximación: la resistencia del cable se supone mucho menor que la de las bombillas, de forma que a la hora de hallar las corrientes en cada rama no es necesario considerarla (a la hora de hallar las pérdidas sí).

- a) Realizar un esquema que represente el circuito si todas las farolas se conectan en serie.
- b) Realizar un esquema del circuito si las farolas se conectan en paralelo.
- c) ¿Qué sistema es más ventajoso para controlar el funcionamiento y gestionar las averías?

Al abrir una arqueta junto a una farola vemos las conexiones representadas en la figura.

d) ¿Corresponde a un sistema en serie o en paralelo? Razonar la respuesta.



e) Dibujar las conexiones en la arqueta para el otro tipo de sistema.

Tanto para el sistema en serie como para el sistema en paralelo, calcular:

- f) El número de farolas y longitud mínima de cable necesario
- g) resistencia de cada farola y resistencia equivalente del conjunto de farolas
- h) potencia total que proporciona la fuente.
- i) intensidad por la fuente y por cada farola
- j) La sección del cable si por motivos de seguridad la densidad de corriente no puede superar $4 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$ en ningún punto del circuito
- k) el peso aproximado del total de cable y la resistencia total del cable.
- l) la potencia disipada en los cables

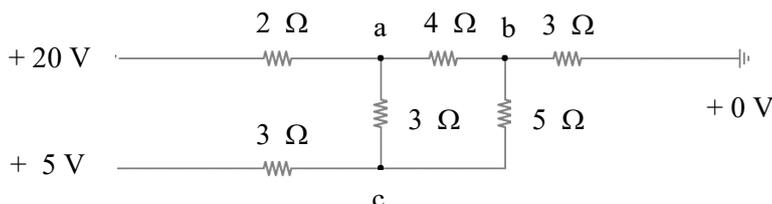
ayuda: $m^2 + (m-1)^2 + (m-2)^2 + \dots + 1 \approx \frac{m^3}{3}$

Discutir la validez de la aproximación planteada en el enunciado.

(Sol. serie, 10 farolas, 2 km, 115.2, 1.152, 11.52 Ω , 5000 W, 20.8, 2.08 A, 52 mm², 926 kg, 0.65 Ω , 280, 94 W)

2. Para determinar el punto en que se ha deteriorado el aislamiento de una línea telefónica bifilar de longitud 4 km, en uno de sus extremos el cable se conecta una batería cuya fem es 15 V y un amperímetro. En estas condiciones, si los conductores están desconectados en el otro extremo de la línea, la corriente que pasa por la batería es 1 A, mientras que si los conductores se cortocircuitan, dicha corriente es 1.8 A. Hallar el punto en que se encuentra el deterioro y la resistencia del aislamiento en dicho punto. La resistencia del conductor es 1.25 Ω /km. La resistencia de la batería se desprecia. (Sol. 2 km, 10 Ω)

3. Dado el sistema de la figura:



- a) Dibujar un circuito cerrado equivalente con dos fuentes de 20 y 5 V.
- b) Determinar el valor de V_a , V_b y V_c .

4. En el laboratorio de Física se proporciona a un alumno siete resistencias iguales de 100Ω , una fuente de 32 V y un amperímetro para que monte el circuito de la izquierda y mida la intensidad en el punto P.

a) Calcular el valor que debería medir el amperímetro

El alumno realiza las conexiones que se muestran en la figura derecha.

b) Completar el circuito añadiendo un cable

Una vez completado el circuito, el alumno conecta el amperímetro a los puntos A y B, sin alterar el resto del circuito. Hallar:

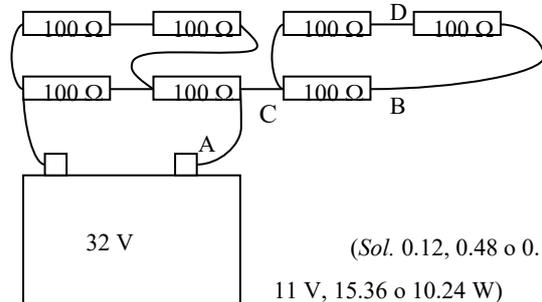
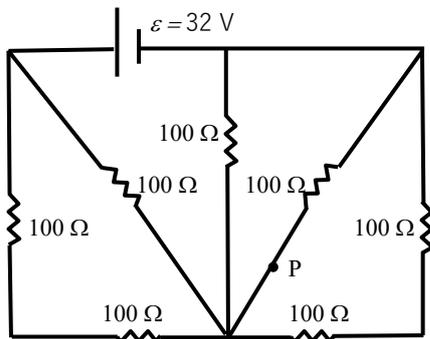
c) la intensidad que marca el amperímetro

d) la diferencia de potencial entre C y D

e) la potencia que suministra la fuente

f) ¿puede estropearse el amperímetro?

DATOS:	
Resistencia de los cables	0Ω
Resistencia interna de la fuente	0Ω
Resistencia del amperímetro	0Ω
Máximo voltaje que soporta el amperímetro	500 V
Máxima intensidad que soporta el amperímetro	10 A



(Sol. $0.12, 0.48$ o 0.11 A ,
 11 V , 15.36 o 10.24 W)

5. En un buque de 300 m de eslora, un oficial de máquinas y un alumno se dirigen a un generador situado justo a popa, y con un multímetro miden entre los bornes del generador una diferencia de potencial de 200 V . Este generador alimenta mediante cables de cobre el motor del ancla, situado justo a proa, y el oficial envía al alumno con el multímetro para que mida la diferencia de potencial entre los bornes del motor y la intensidad que lo atraviesa.

a) ¿Cómo debe proceder el alumno para medir cada una de las dos magnitudes con el multímetro?

Si mide 198 V entre bornes del motor y 4 A , calcular:

b) el grosor (diámetro) del cable que conecta generador y motor

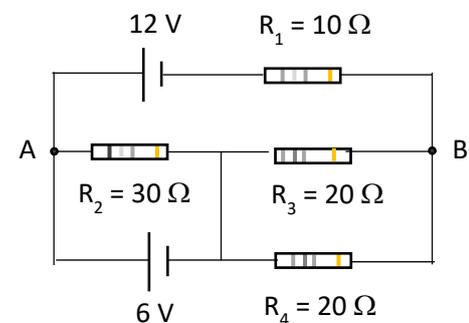
c) la potencia suministrada por el generador

d) la potencia consumida tanto por el cable como por el motor

6. En el circuito de la figura se sospecha que existe una avería, por lo que se conecta un voltímetro a los puntos A y B y se obtiene un valor de 10 V .

a) Buscar una avería compatible con ese valor

b) Calcular el valor que debería ofrecer el voltímetro si no hubiera ninguna avería.



Tema 4. Interacción magnética

- | | |
|--|--|
| 1 Fuerza magnética sobre una carga móvil | 5 Campo magnético creado por una corriente |
| 2 Fuerza sobre una corriente | 6 Fuerzas entre corrientes |
| 3 Acción sobre una espira | 7 Imantación inducida en un material |
| 4 Campo magnético creado por una carga móvil | 8 Clasificación de las sustancias |

Cuando las cargas están en movimiento aparece una nueva interacción denominada magnética.

1 Fuerza magnética sobre una carga móvil

Sabemos que existen imanes, es decir, que existe la interacción magnética, distinta a la eléctrica que vimos en capítulos anteriores. Supongamos por analogía con el campo eléctrico que alrededor de un imán existe un campo magnético B . La dirección de este campo en cualquier punto es la dirección en la que se orienta una brújula que situamos en dicho punto. Como primer paso, vamos a analizar la fuerza que este campo magnético ejerce sobre una carga en movimiento. En secciones posteriores estudiaremos cómo se genera este campo magnético.

La fuerza magnética sobre una carga es: $\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B})$

Esta fuerza magnética es perpendicular al plano que forman el campo magnético y la velocidad de la carga. Al ser perpendicular a la velocidad, es decir, a la trayectoria, la fuerza magnética no realiza trabajo sobre una carga libre.

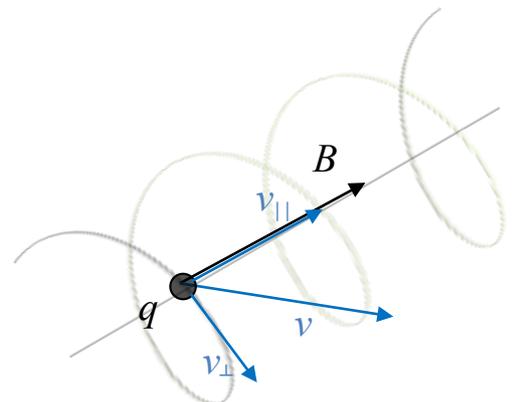
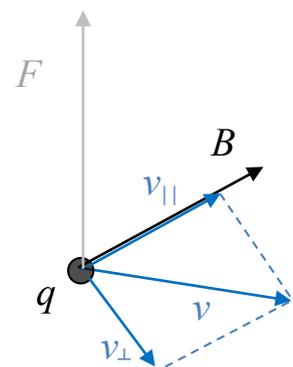
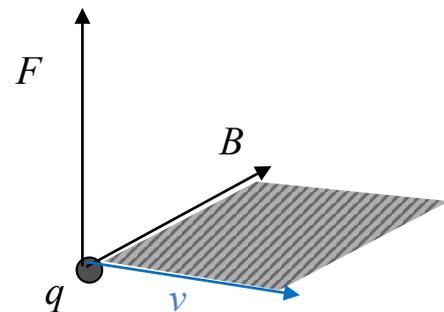
Para saber la trayectoria de la partícula, descomponemos la velocidad en una componente en la dirección del campo v_{\parallel} y otra perpendicular al mismo v_{\perp} .

$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$$

Como la fuerza magnética se halla mediante el producto vectorial de la velocidad y el campo B , la componente de la velocidad en la dirección del campo v_{\parallel} no se ve afectada. Solo hay que realizar el producto vectorial para la componente perpendicular, que produce una aceleración constante en dirección normal:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = q(\vec{v}_{\parallel} \wedge \vec{B}) + q(\vec{v}_{\perp} \wedge \vec{B}) \Rightarrow a_n = \frac{qv_{\perp}B}{m}$$

Esta aceleración normal constante correspondería a una circunferencia en el plano perpendicular al campo. Al combinar esta circunferencia con la componente paralela de la velocidad, que no se ve afectada, tenemos una hélice. En el caso especial de que no haya componente paralela la trayectoria es una circunferencia.



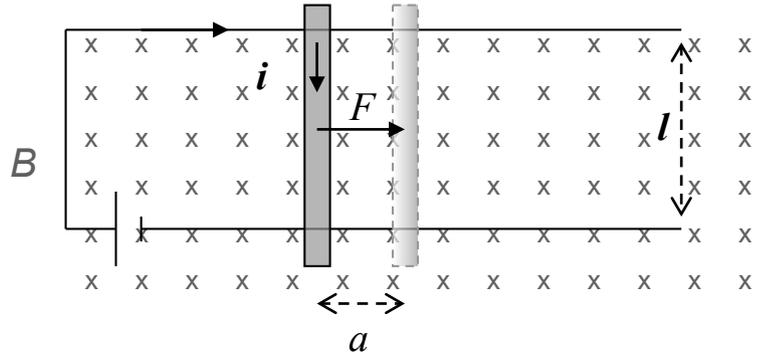
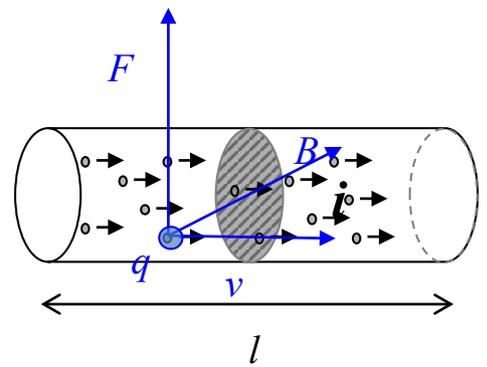
2 Fuerza magnética sobre una corriente

La corriente eléctrica consiste en cargas en movimiento. Por tanto, en presencia de un campo magnético, un conductor por el que circula corriente sufre una fuerza magnética:

$$\vec{F} = i(\vec{l} \wedge \vec{B})$$

Trabajo de la fuerza magnética: este caso es diferente al anterior, porque las cargas no están libres, sino ligadas a la red del conductor. La fuente ha de aportar energía para mantener el movimiento:

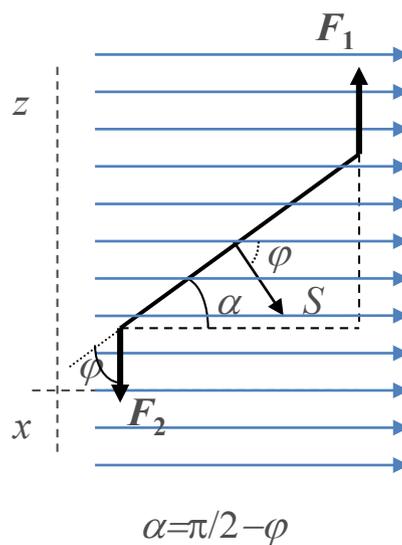
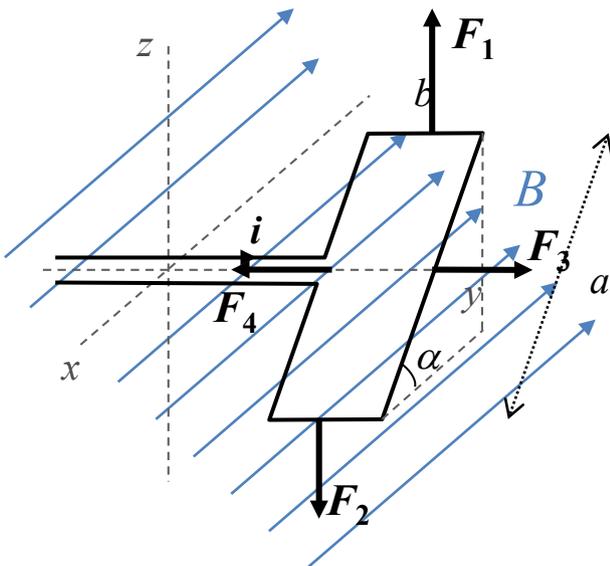
$$F = ilB \Rightarrow W = iB \Delta S$$



3 Acción sobre una espira

En el caso de un circuito que forma un lazo (espira) la suma de las fuerzas magnéticas se anula, pero da como resultado un momento que tiende a girar la espira:

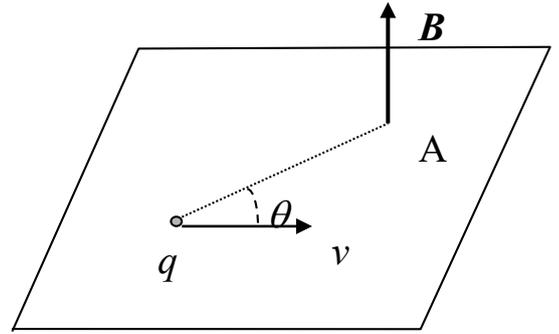
$$M_{F1} = M_{F2} = \frac{a}{2} ibB \text{ sen } \varphi \Rightarrow \vec{M} = i(\vec{S} \wedge \vec{B})$$



4 Campo magnético creado por una carga móvil

El campo magnético afecta a las cargas en movimiento, pero además es creado por las cargas en movimiento. Experimentalmente se obtiene que el campo magnético creado por una carga con velocidad v es:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{(\vec{v} \wedge \vec{r})}{r^3}$$



Unidad SI: Tesla (T)

μ_0 : permeabilidad magnética

Si se sitúa en A una carga q_2 con velocidad v_2 , la fuerza magnética que sufre por el campo que crea q_1 es:

$$\vec{F}_{12} = q_2 (\vec{v}_2 \wedge \vec{B}_1) = \frac{\mu_0}{4\pi} q_1 q_2 \left(\vec{v}_2 \wedge \frac{(\vec{v}_1 \wedge \vec{r})}{r^3} \right)$$

Imanes: como la materia presenta propiedades magnéticas, está compuesta de cargas en movimiento.

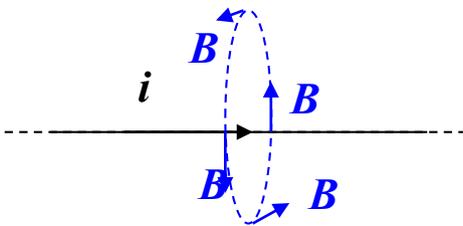
5 Campo magnético creado por una corriente

Una corriente está constituida por cargas en movimiento, por lo que genera un campo magnético:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{(d\vec{l} \wedge \vec{r})}{r^3}$$

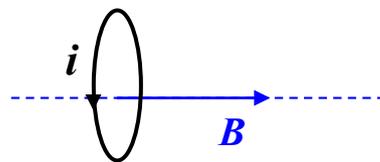
Corriente indefinida:

$$B = \frac{\mu i}{2\pi d}$$



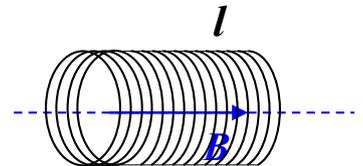
Espira en su centro:

$$B = \frac{\mu i}{2r}$$



Solenoid (interior):

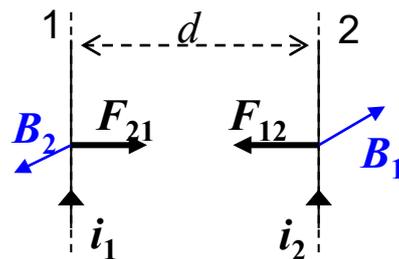
$$B = \frac{N\mu i}{l}$$



6 Fuerzas entre corrientes

Un caso importante es el de corrientes *infinitas* paralelas:

$$F_{12} = i_2 \left| (\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1) \right| = i_2 l_2 B_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d} l_2$$

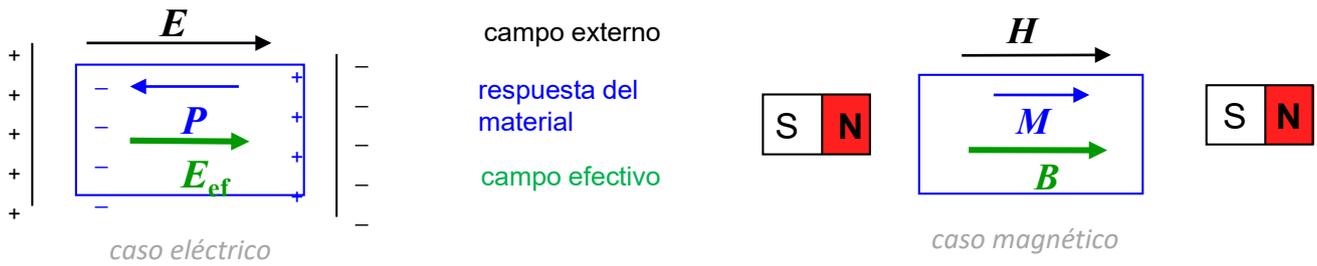


Fuerza por unidad de longitud: $f_{12} = f_{21} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Igual sentido: fuerza atractiva} \\ \text{Sentido contrario: fuerza repulsiva} \end{array} \right.$

7 Imantación inducida en un material

La materia se compone de cargas en movimiento: electrones y protones. Por tanto, reacciona a campos externos, tanto eléctricos como magnéticos:



La respuesta del material se llama magnetización y es proporcional al campo externo:

$$\vec{M} = \chi_M \vec{H}$$

Susceptibilidad magnética

El campo efectivo dentro del material será la suma del campo externo y de la respuesta del material:

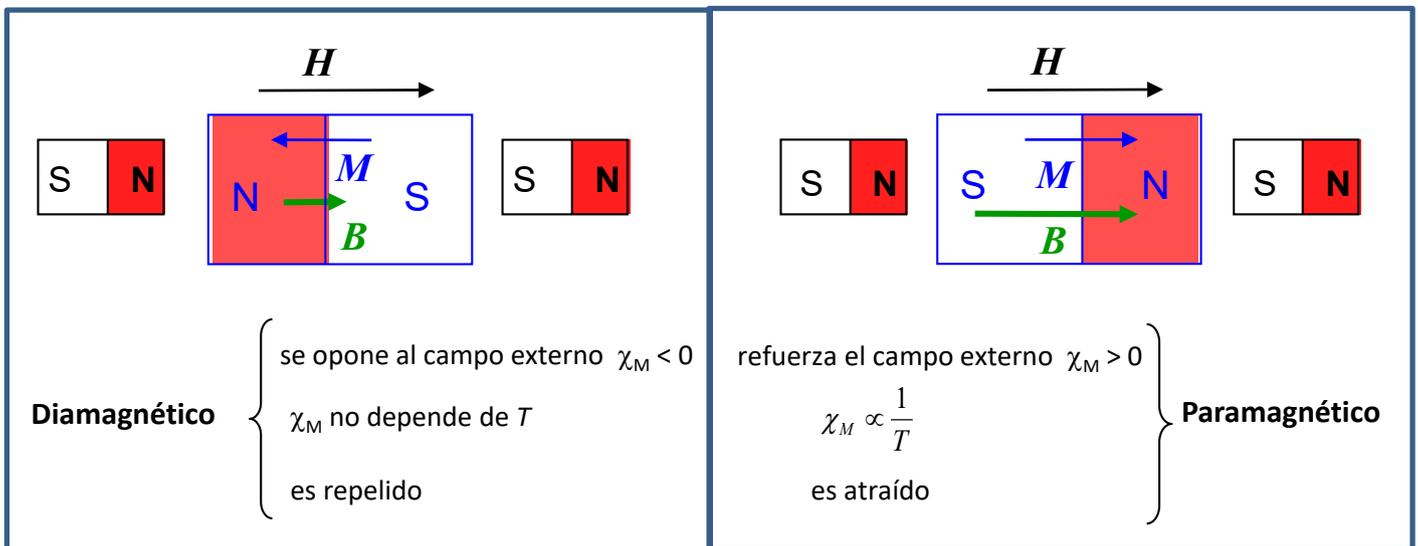
$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_M) \vec{H} = \mu \vec{H}$$

Permeabilidad magnética

La susceptibilidad y la permeabilidad sirven para describir la respuesta magnética del material

8 Clasificación de los materiales

Por su respuesta ante un campo magnético, los materiales se dividen en diamagnéticos y paramagnéticos:

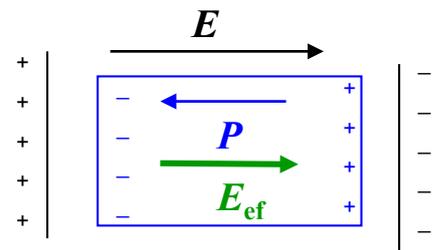


Ferromagnetismo

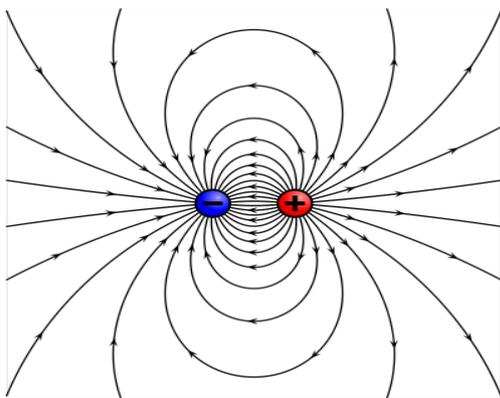
Los materiales ferromagnéticos se caracterizan por una respuesta muy intensa ante campos externos. No es un nuevo tipo de material, sino una fase especial de los materiales paramagnéticos que se produce cuando la temperatura es suficientemente baja. La temperatura de cambio de fase es propia de cada material y se llama temperatura de Curie.

Diferencia entre el campo eléctrico y el magnético

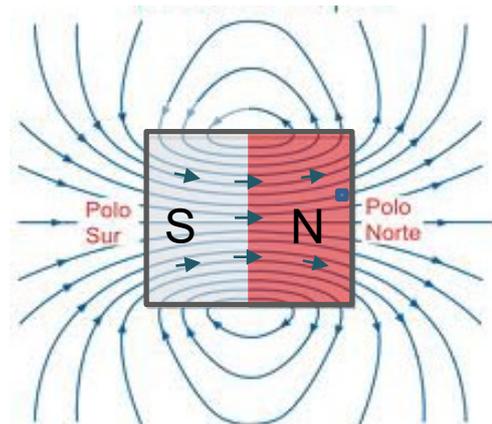
Es importante apreciar la la diferencia con el caso eléctrico, en el que no hay dos tipos de materiales: todos los materiales se comportan igual, se oponen al campo eléctrico externo y son atraídas por el campo. En unos la respuesta es mayor al poseer cargas libres (conductores) y en otros menor al estar ligadas las cargas (aislantes), pero su comportamiento es similar. De hecho, ante un campo suficientemente fuerte un aislante se comporta como un conductor.



Esto se puede entender en la figura: las líneas de campo eléctrico de un dipolo eléctrico y de campo magnético en un imán parecen similares por el exterior, pero hay una diferencia fundamental en el interior del imán porque "no existen los monopolos magnéticos". Las líneas de campo magnético no parten de fuentes, van de N a S en el exterior y de S a N en el interior del imán. En contraste, las líneas de campo eléctrico parten de las cargas.

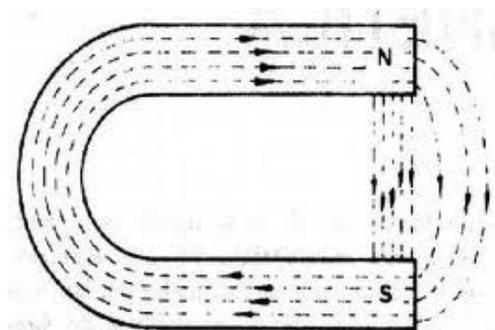


DIPOLO ELÉCTRICO



IMÁN

Otro ejemplo de imán donde vemos como las líneas de campo magnético son cerradas, no parten de fuentes.



Teoría electrónica del magnetismo

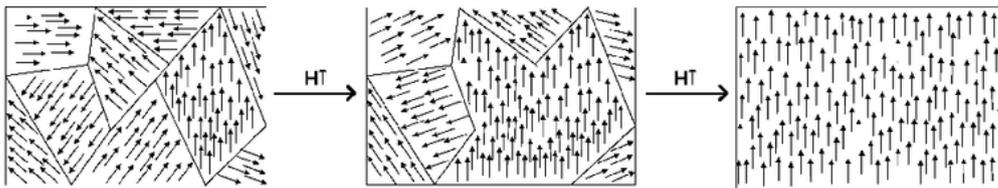
La principal contribución al magnetismo de la materia proviene de los electrones, aunque también existen cargas en el núcleo (el magnetismo del núcleo se utiliza para realizar imagen por resonancia magnética). Los efectos magnéticos de los electrones se deben a dos fenómenos:

Cuando un átomo posee varios electrones, los efectos magnéticos de cada dos tienden a anularse (por las reglas de la Mecánica Cuántica). Si se cancelan todos es diamagnético, si queda alguno desapareado es paramagnético.

Diamagnetismo: no existe momento magnético en los átomos o moléculas. Al someterlo a un campo externo los electrones tienden a oponerse (por conservación de la energía). Este efecto se da en todos los materiales, incluso los paramagnéticos, pero es muy débil y no depende de la temperatura.

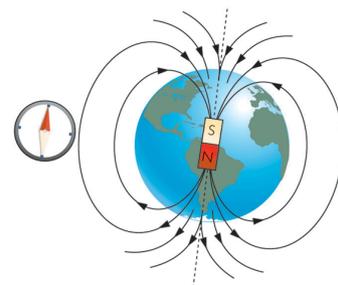
Paramagnetismo: los átomos tienen momento magnético y tienden a alinearse si existe campo externo, pero la agitación térmica tiende a desalinearlos.

Ferromagnetismo: por debajo de la temperatura T_c los momentos magnéticos se organizan en dominios



Campo magnético terrestre

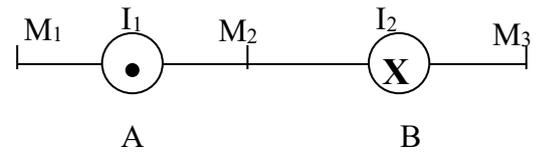
La Tierra se comporta como un gran imán, cuyos polos están cercanos a los geográficos (aunque se mueven) y nos permiten orientarnos con un imán. Además, facilita la vida en la Tierra al protegernos del viento solar. Su origen son corrientes en el núcleo aún en estudio.



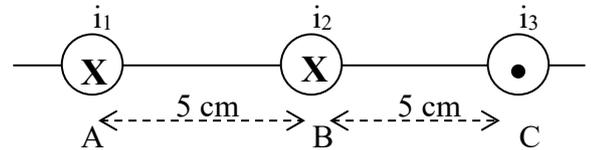
Tema 4

1. La figura representa las secciones de dos conductores rectilíneos infinitamente largos con intensidades $I_1 = 20$ A e $I_2 = 30$ A. Hallar la excitación magnética en los puntos M_1 , M_2 y M_3 .
 Datos: $AB = 10$ cm, $M_1A = 2$ cm, $AM_2 = 4$ cm, $BM_3 = 3$ cm.

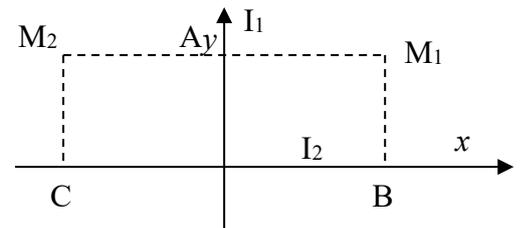
(Sol. -119, 159, -134.7 j Av/m)



2. La figura representa las secciones de tres conductores rectilíneos muy largos, con intensidades $I_1 = I_2 = I_3/2$. Hallar el punto de la recta AC, en el que la excitación magnética originada por las corrientes sea cero. (Sol. 3.3 cm dcha de A)



3. Dos conductores rectilíneos infinitamente largos son perpendiculares y se hallan en el mismo plano. Hallar la excitación magnética en M_1 y M_2 , si $I_1 = 2$ A, $I_2 = 3$ A, $AM_1 = AM_2 = 1$ cm, $BM_1 = CM_2 = 2$ cm. (Sol. -8, 55.7 k Av/m)

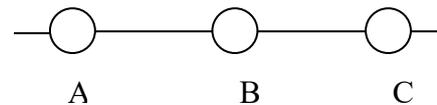


4. Una corriente de 20 A, fluye por un anillo conductor de alambre de cobre de sección $S = 1$ mm², y crea en el centro del anillo una excitación magnética $H = 178$ Av/m. Hallar la diferencia de potencial aplicada a los extremos del alambre que forma el anillo $\rho_{\text{cobre}} = 1.72 \cdot 10^{-8}$ Ω m (Sol. 0.12 V)

5. Una partícula cargada en movimiento según el eje OX entra en una región con campo magnético estático en dirección OY. Dibujar la dirección de la fuerza magnética y la trayectoria de la partícula. Hallar el trabajo realizado por el campo cuando la partícula se desplaza desde el punto (0,0,0) hasta el punto (0,0,1).

6. Una bobina de 30 cm de longitud (y diámetro $\ll 30$ cm) consta de 1000 espiras. Hallar la excitación magnética en el interior de la bobina, si la intensidad que fluye por la bobina es de 2 A. (Sol. 6670 Av/m)

7. En la figura se representan las secciones de tres conductores rectilíneos infinitamente largos con la intensidad en el mismo sentido. Hallar el punto de la recta AC, en el cual la excitación magnética sea nula. Datos: $AB = BC = 5$ cm, $I_1 = I_2 = I$ e $I_3 = 2 I$.



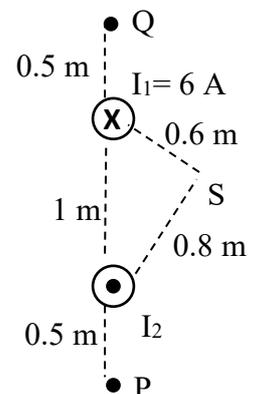
(Sol. 1.8 o 6.9 cm)

8. ¿Se puede detener con un campo magnético una partícula cargada en movimiento?

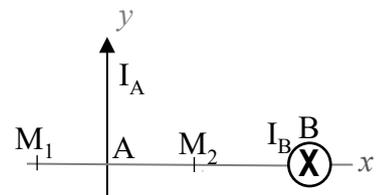
9. Una partícula cargada se encuentra en el origen y su velocidad es $2\vec{i}$ m/s. ¿Cuál es la dirección del campo magnético que crea en un punto del eje OY? ¿A qué partículas cargadas no afectará ese campo?

10. Dos cables largos, rectilíneos y paralelos están separados 1 m, como se indica en la figura. El cable superior transporta 6 A hacia dentro del plano del papel. ¿Cuál ha de ser la magnitud y dirección de I_2 para que el campo resultante en P sea cero? ¿Cuál es entonces el campo resultante en Q? ¿Y en S?

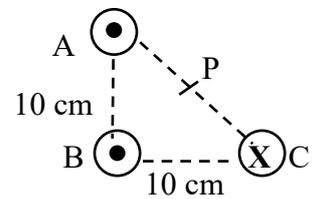
(Sol. 2 A, 1.7, 1.64 Av/m)



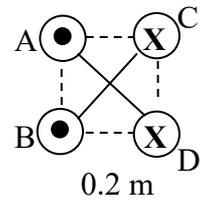
11. Dos conductores rectilíneos infinitamente largos son perpendiculares. Hallar la excitación magnética en M_1 y M_2 si $I_A = 2$ A, $I_B = 3$ A, $AM_1 = AM_2 = BM_2 = 1$ cm. (Sol. $15.9 \mathbf{j} + 31.8 \mathbf{k}$, $47.8 \mathbf{j} - 31.8 \mathbf{k}$ A/m)



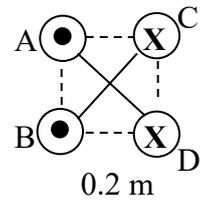
12. Tres alambres muy largos y paralelos se disponen según se muestra en la figura. Conducen corrientes de 25 A. Calcular el campo magnético en P, punto medio entre A y C y la fuerza sobre un positrón $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C que está en el punto P y se mueve con una velocidad de $1.5 \cdot 10^6$ m/s, dirigiéndose hacia fuera de la página. (Sol. $10^{-5} (5 \mathbf{i} + 15 \mathbf{j})$ T, $10^{-18} (-36 \mathbf{i} + 12 \mathbf{j})$ N)



13. Dos conductores rectilíneos y largos son paralelos y están separados 10 cm. Por los conductores circulan $I_1 = I_2 = 5$ A en sentido contrario. Hallar la magnitud y sentido de la excitación magnética en el punto situado a 10 cm de cada conductor. (Sol. $8 \mathbf{j}$ Av/m)

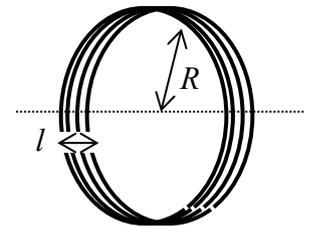


14. Los cuatro conductores largos y paralelos de la figura llevan la misma corriente de 5 A. Hallar magnitud y dirección del campo en el punto central. (Sol. $16 \mathbf{j}$ Av/m)

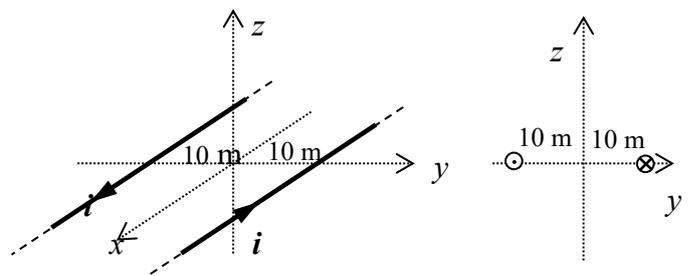


15. Un haz paralelo de electrones con distintas velocidades se hace pasar entre las placas de un condensador plano-paralelo donde hay un campo de 10^6 V/m. Normal a este campo y a la velocidad inicial de los electrones, existe un campo magnético de 0.1 T. Calcular la velocidad de los electrones que pasan entre las placas sin desviarse. Masa $e^- = 9 \cdot 10^{-31}$ kg. (Sol. 10^7 m/s)

16. Sea un solenoide con $N=10$ espiras, longitud $l=2$ cm y radio de la espira $R=9$ cm como el de la figura. ¿Qué expresión se debe usar para hallar el campo en su centro, la del solenoide $B=N\mu i/l = 10\mu i/l$ o la del anillo $B=N\mu i/2R = 10\mu i/2R$? Razonar la respuesta.



17. Por dos cables indefinidos y paralelos al eje X, distantes 10 m de este, como indica la figura, circula idéntica intensidad de 2 A, pero en sentidos opuestos. Hallar el punto del eje Z donde es máximo el campo magnético generado por ambos cables. (Sol. $z = 0$)



18. Por dos cables indefinidos y paralelos al eje X, que distan 1 m, circulan respectivamente 4 A y 1 A en sentidos opuestos. Hallar en qué punto del segmento que une los conductores y es perpendicular a ambos es mínimo el campo magnético generado por ambos cables. (Sol. $2/3$ m)

19. Una carga $q_1 = + 5$ mC pasa en el instante $t = 0$ por el origen de coordenadas con velocidad $2 \cdot 10^4 \mathbf{i}$ m/s. Calcular la fuerza magnética que ejerce en ese instante sobre otra carga $q_2 = - 3$ mC que pasa por el punto $(x = 0, y = 1, z = 0)$ m con velocidad $4 \cdot 10^4 \mathbf{j}$ m/s. (Sol. $-1.2 \cdot 10^{-3} \mathbf{i}$ N)

20. Con un conductor de 1 mm de diámetro hay que hacer el arrollamiento de un solenoide en cuyo interior haya una excitación magnética de 24000 Av/m. La intensidad límite de corriente que puede fluir por el conductor es de 6 A. ¿De cuantas capas ha de constar el arrollamiento del solenoide, si las espiras se arrollan tocándose unas a otras? (Sol. 4 capas)

21. Hay que obtener una excitación magnética de 1003 Av/m en un solenoide de 20 cm de longitud y 5 cm de diámetro. Hallar: a) el número de amperio-vueltas necesario para este solenoide y b) la diferencia de potencial que hay que aplicar a los extremos del arrollamiento, si éste es un conductor de cobre de 0.5 mm de diámetro. $\rho_{\text{cobre}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$ (Sol. 2.76 V)

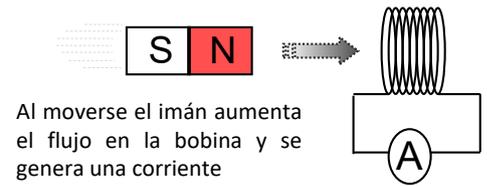
22. Dos cables rectilíneos muy largos se sitúan paralelos al eje Z. Uno de ellos pasa por el punto $(x=0, y=2, z=0)$ m y transporta 4 A en sentido +Z. El otro pasa por el punto $(x=0, y=-1, z=0)$ m y transporta 2 A en el mismo sentido. Obtener el vector excitación magnética total en cualquier punto del eje +X en función de la coordenada x . (Sol. $2/[\pi (4 + x^2)] (2 \mathbf{i} + x \mathbf{j}) + 1/[\pi (1 + x^2)] (-1 \mathbf{i} + x \mathbf{j})$)

Tema 5. Inducción electromagnética

1 Ley de Faraday

2 Autoinducción

{ Un flujo magnético variable crea un campo eléctrico →
 { Un flujo eléctrico variable crea un campo magnético



1 Ley de Faraday

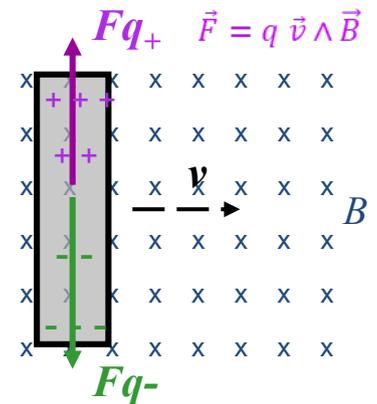
Es una ley experimental que predice la fuerza electromotriz que se induce en un elemento cuando varía el flujo magnético que lo atraviesa:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt}$$

Ley de Lenz: el signo negativo de la ley de Faraday significa que la fem inducida se opone a la variación del flujo

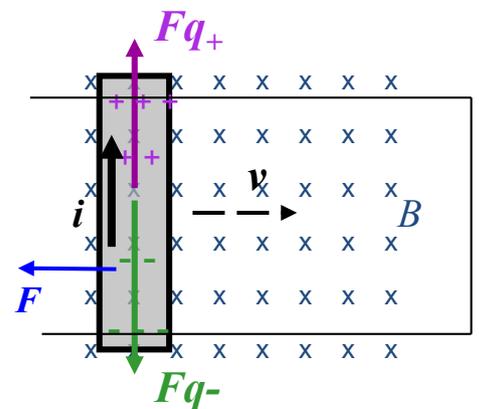
Para entender por qué se produce esta fem, se analizar un caso sencillo como un conductor que se mueve en un campo magnético. La fuerza magnética que ejerce el campo sobre las cargas libres del conductor hacen que estas se separen; las positivas se mueven hacia arriba y las negativas hacia abajo, por lo que se genera un campo eléctrico o fem.

En equilibrio: $F_{\text{mgn}} = F_{\text{el}} \Rightarrow qvB = qE = q\frac{\mathcal{E}}{l} \Rightarrow \mathcal{E} = vBl$



Si cerramos el circuito aparece una intensidad i que podemos aprovechar. Pero también aparece una fuerza iB que frena al conductor, con lo que se conserva la energía: la energía mecánica del conductor se convierte en energía eléctrica.

$$P_{\text{mec}} = F v = iB v = P_{\text{elec}} = \mathcal{E} i = vBl i$$



Convertir energía mecánica en eléctrica: mover un conductor en un campo magnético

Corrientes de Foucault: si variamos el flujo magnético que atraviesa un cuerpo metálico se produce una fem inducida que genera corrientes muy intensas dentro del material ($R \ll$): cocinas, soldadura, frenos.

2 Autoinducción

Es un fenómeno que se produce en los circuitos eléctricos debido a la ley de Faraday. La intensidad que circula por un circuito crea un flujo magnético que atraviesa el propio circuito y, por tanto, si varía esta intensidad se produce un cambio en el flujo que genera una fem autoinducida que se opone al cambio.

El flujo que atraviesa el circuito es proporcional a la i que lo produce: $\phi = L i$ L : coeficiente de autoinducción

Por ejemplo en un solenoide:
$$\phi = N B S = \frac{\mu N^2 i S}{l} \Rightarrow L = \frac{\mu N^2 S}{l}$$

La fem autoinducida se puede hallar a partir de L y de la variación de la intensidad del circuito:

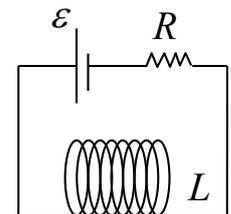
$$\text{fem}_{\text{autoinducida}} = \mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{di}{dt} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Si la intensidad } i \text{ disminuye la } i_{\text{autoinducida}} \text{ refuerza a } i \\ \text{Si la intensidad } i \text{ aumenta la } i_{\text{autoinducida}} \text{ se opone a } i \end{array} \right.$$

Circuito con autoinducción y resistencia

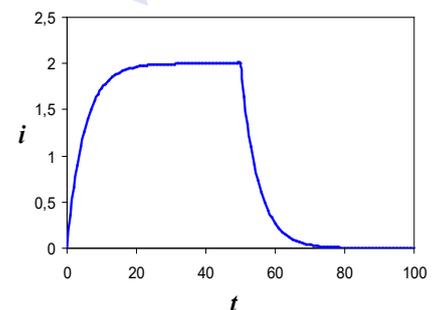
En un circuito por tanto tenemos la fem de la fuente más la autoinducida por el circuito.

Por la Ley de Ohm:

$$\mathcal{E} - L \frac{di}{dt} = R i \Rightarrow i = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$



La fem de autoinducción evita que se produzcan bruscos cambios de intensidad. Al conectar un circuito la intensidad crece progresivamente hasta un valor estacionario; análogamente, al desconectar, la fem de autoinducción consigue que la intensidad se atenúe de forma continua.

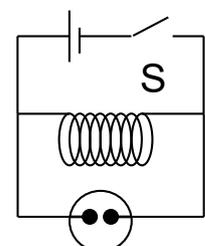


Es decir, la intensidad acumula energía del campo magnético:

$$E = \frac{1}{2} L i^2$$

$$E = \int \mathcal{E} i dt = \int_i^0 -L \frac{di}{dt} i dt = \frac{1}{2} L i^2$$

Funcionamiento de una bujía: al abrir bruscamente el interruptor S se produce un gran cambio en el flujo de la bobina y se induce una gran fem, por lo que salta la chispa entre los electrodos de la rama inferior

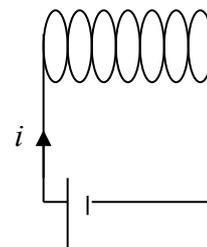


Tema 5

1. ¿Es posible tener una corriente en un circuito cerrado en el que no existe ningún generador?

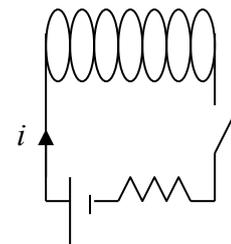
2. ¿Qué es una fuerza electromotriz autoinducida?

3. En el circuito de la figura disminuye la intensidad, ¿cuál es el sentido de la corriente autoinducida? Razonar la respuesta.



4. ¿Qué son las corrientes de Foucault o turbillonarias? ¿En qué materiales se producen?

5. Sea el circuito de la figura. Cuando se cierra el interruptor, ¿crece la intensidad de forma instantánea hasta el valor \mathcal{E}/R ? Razonar la respuesta.



6. ¿En qué principio se basa la transformación de energía mecánica en energía eléctrica? Dibujar el esquema de funcionamiento de una central hidroeléctrica.

7. El arrollamiento de un solenoide consta de N espiras de un conductor de cobre cuya sección es $s = 1 \text{ mm}^2$. La longitud del solenoide es $l = 25 \text{ cm}$ y su resistencia $R = 0.2 \ \Omega$. Hallar el coeficiente de autoinducción del solenoide. $\rho_{\text{cobre}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \ \Omega \text{ m}$ (Sol. $5.4 \cdot 10^{-5} \text{ H}$)

8. Una bobina de 20 cm de longitud y 3 cm de diámetro tiene 400 espiras. Por la bobina circula una corriente de 2 A . Hallar el coeficiente de autoinducción de la bobina. (Sol. $7.1 \cdot 10^{-4} \text{ H}$)

9. Calcular el coeficiente de autoinducción de un solenoide de 30 cm de longitud que contiene 4000 espiras de 6 cm de diámetro. (Sol. 0.189 H)

10. Una bobina consta de 500 vueltas circulares de 4 cm de radio. Se encuentra entre los polos de un gran electroimán, donde el campo magnético es uniforme, perpendicular al plano de la bobina y aumenta a razón de 0.2 T/s . ¿Cuál es la magnitud de la f.e.m. inducida resultante? (Sol. 0.5 V)

11. Un cable de cobre tiene 125.6 m de longitud y 0.8 mm^2 de sección. Con el fin de construir un solenoide, se arrolla este cable en torno a un cilindro hueco de longitud 40 cm y radio 5 cm . Los extremos del cable se conectan a una batería cuya fem es 2 V . Hallar la resistencia del solenoide, su autoinducción y la excitación magnética en su interior. $\rho_{\text{Cu}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \ \Omega \text{ m}$ (Sol. $2.7 \ \Omega$, 0.004 H , 741 Av/m)

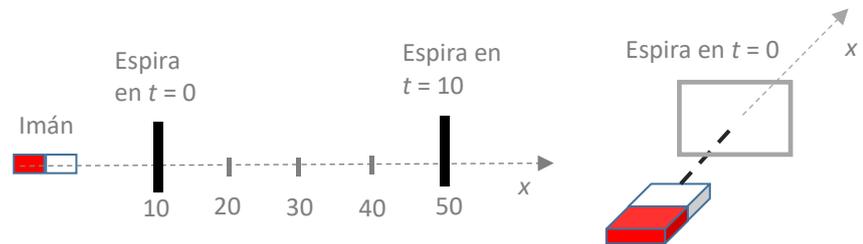
12. De un conductor de 20 cm de longitud se ha hecho un contorno: 1) cuadrado, 2) circular. Hallar el momento de rotación de las fuerzas que actúa en cada contorno situado en un campo magnético uniforme igual a 0.1 T . Por los contornos fluye una corriente de 2 A de intensidad. El plano de cada contorno forma un ángulo de 45° con la dirección del campo magnético. (Sol. $3.5 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$, $4.5 \cdot 10^{-4} \text{ Nm}$)

13. Una bobina rectangular de 80 vueltas, $30 \ \Omega$, 20 cm de ancho y 30 cm de altura está situada perpendicular a un campo magnético de 0.8 T , pero solo la mitad superior de la bobina se encuentra dentro del campo. Determinar la corriente inducida si la bobina sube con velocidad 2 m/s . (Sol. 0.8 A)

14. Una fuente de 60 V se conecta en serie con un interruptor, una resistencia de 10 Ω y un elemento formado por otras dos de 20 Ω en paralelo entre sí. En serie con solo una de estas se sitúa una bobina de 2 H y resistencia despreciable. Hallar las intensidades en el circuito: a) inmediatamente después de cerrar el interruptor, b) mucho tiempo después de cerrar el interruptor, c) inmediatamente después de abrir el interruptor, d) mucho tiempo después de abrir el interruptor. (Sol. (2,2,0), (3,1.5,1.5), (0, 1.5, -1.5), (0,0,0) A)

15. Un imán situado en el origen de coordenadas crea en el eje +X el siguiente campo:

$$\vec{B} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{x} \vec{i} \text{ T}$$

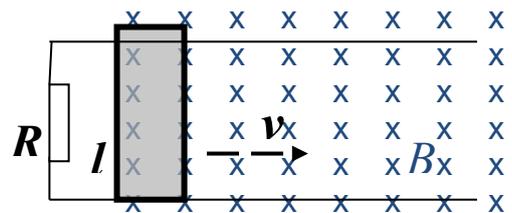


Una espira de sección 0.1 m² se halla en el instante inicial en el punto (x = 10, y = 0, z = 0) m, y se aleja del imán a velocidad constante; tras 10 s llega al punto (x = 50, y = 0, z = 0) m. En todo momento la espira se orienta perpendicular al campo magnético del imán. Hallar la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t = 5 s. (Sol. 1.8 10⁻⁶ V)

16. Una espira de cobre circular de 40 cm de radio y 0.05 Ω de resistencia se sitúa inicialmente en el plano XY. Es atravesada por un campo magnético uniforme B, perpendicular a la espira, que apunta hacia +Z. a) Si el campo aumenta a razón de 0.25 T/s, determinar la fem y la intensidad inducida en la espira, indicando el sentido de la misma. b) Si el campo se estabiliza en un valor constante de 2 T, y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de 300 rpm, determinar el valor máximo y el valor eficaz de la fem inducida. (Sol. 0.126, 31.6, 22.3 V)

Tareas

1. Una barra metálica de masa m desliza sin rozamiento con velocidad v₀ sobre unos raíles conductores en una región de campo magnético constante, bajo la acción de una fuerza constante. En el instante t=0 inicial cesa la fuerza constante que impulsa a la barra. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo. (Sol. v₀ exp(-B²l²t/mR))



2. Dos conductores largos rectilíneos y paralelos se hallan a la distancia de 10 cm uno de otro. Por los conductores fluye la corriente en el mismo sentido y las intensidades respectivas son: I₁= 20 A e I₂= 30 A. ¿Qué trabajo hay que realizar (por unidad de longitud de los conductores) para separarlos hasta la distancia de 20 cm? (Sol. 8.3 10⁻⁵ J/m)

Tema 6. Corriente alterna

- 1 Generador de corriente alterna
 - 2 Relación entre fem e intensidad
 - 3 Potencia de la corriente alterna
 - 4 Circuitos de corriente alterna
- Instalaciones eléctricas domésticas

La electricidad es clave para nuestra manera de entender la civilización. Permite trasladar la energía a grandes distancias, liberándonos de la obligación de situar las máquinas cerca de las fuentes de energía.

La ley de Faraday muestra la manera de convertir energía mecánica en eléctrica: mover un conductor en un campo magnético. Se suele producir y transportar corriente alterna porque es más fácil de cambiar el voltaje y el transporte a alto voltaje reduce las pérdidas y la sección de los conductores necesarios.

1 Generador de corriente alterna

El generador más sencillo de corriente alterna es una espira que gira en un campo magnético.

Debido a su giro, el flujo magnético a través de la espira varía con el tiempo:

$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B S \cos \theta = B S \cos \omega t$$

Por tanto, según la ley de Faraday se induce una fem en la espira:

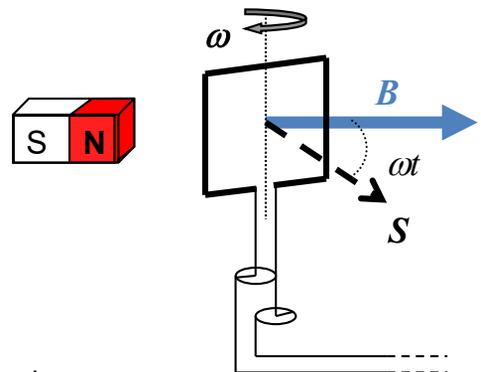
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = B S \omega \sin \omega t = \varepsilon_0 \sin \omega t$$



ω = velocidad angular = pulsación

frecuencia $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

periodo $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$

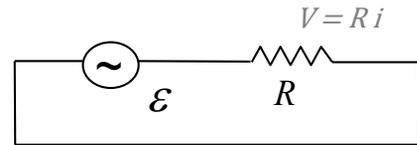


2 Relación entre fem e intensidad

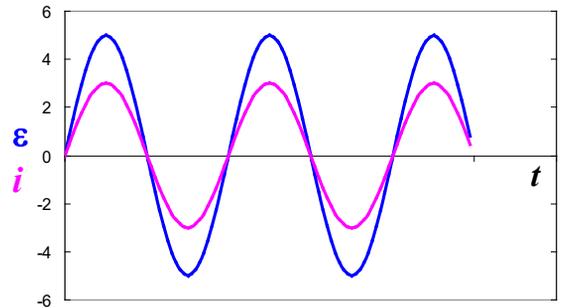
Para conocer la intensidad en un circuito con una fuente de corriente alterna se aplica la ley de Ohm. Vamos a analizar el resultado en circuitos básicos con cada uno de los tres elementos básicos (resistencia, capacidad y autoinducción) y, finalmente, veremos el caso general.

a) Circuito con fuente y resistencia

Según la ley de Ohm: $\varepsilon = R i$



La fem varía con el tiempo $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ y la resistencia es una constante, así que la intensidad varía con el tiempo al tiempo que la fem: ε e i están en fase.

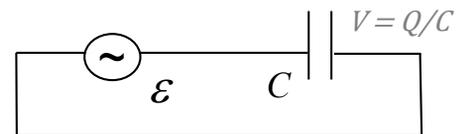


$$i = \frac{\varepsilon_0}{R} \sin \omega t$$

A diferencia de la corriente continua no hay transporte de carga, solo vibración.

b) Circuito con fuente y condensador

Ley de Ohm: $\varepsilon = \frac{Q}{C}$



La fem varía con el tiempo $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$ y la capacidad es una constante, así que la carga es:

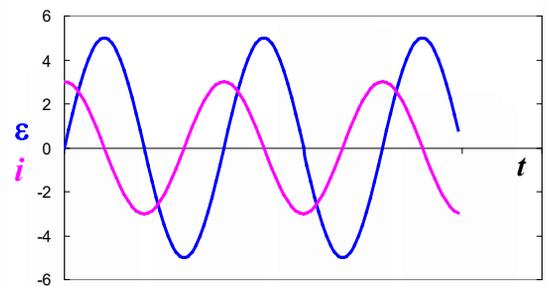
$$Q = C \varepsilon_0 \sin \omega t$$

Para hallar la intensidad, se deriva la carga respecto al tiempo:

$$i = \frac{dQ}{dt} = \omega C \varepsilon_0 \cos \omega t = i_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

desfase $\varphi = -\pi/2$

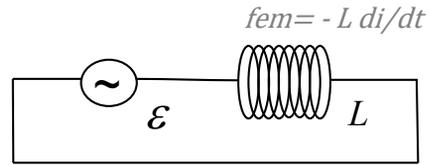
la intensidad se adelanta respecto a la fem.



Para altas frecuencias $\omega \gg$, la capacitancia $= \frac{1}{C\omega}$ es baja y la intensidad es alta.

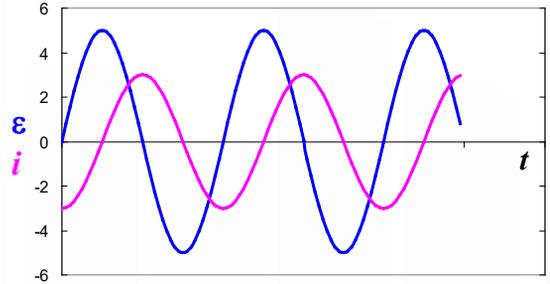
c) Circuito con fuente y autoinducción

Ley de Ohm: $\varepsilon - L \frac{di}{dt} = 0$



La fem de la fuente varía con el tiempo $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$. Se integra para hallar la intensidad:

$$i = \int \frac{\varepsilon_0}{L} \sin \omega t \, dt = \frac{-\varepsilon_0}{L\omega} \cos \omega t = i_0 \sin(\omega t - \pi/2)$$

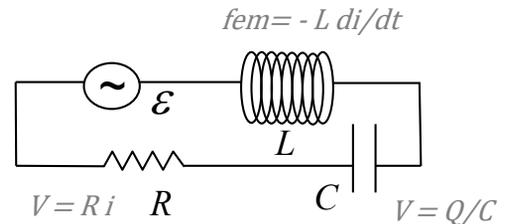


↓
desfase $\varphi = +\pi/2$ la intensidad se retrasa respecto a la fem.

Para altas frecuencias $\omega \gg$, la inductancia = $L\omega$ es alta y la intensidad es baja.

d) Circuito general

Ley de Ohm: $\varepsilon - L \frac{di}{dt} = Ri + \frac{1}{C} \int i \, dt$



Para resolver las ecuaciones diferenciales que surgen en los circuitos de alterna se usan magnitudes complejas. Con ellas se resuelve como en corriente continua y basta quedarse con la parte real de ε e i .

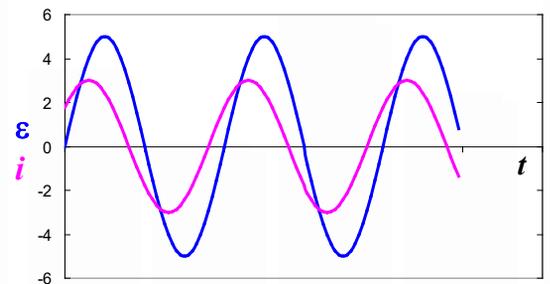
$$\begin{cases} \mathcal{E} = \varepsilon_0 e^{j(\omega t + \varphi)} & \text{fem} \\ \mathcal{I} = i_0 e^{j\omega t} & \text{intensidad} \\ \mathcal{Z} = R + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) j & \text{impedancia} \end{cases}$$

La fem de la fuente varía con el tiempo $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin \omega t$. Al resolver la ecuación diferencial se obtiene la intensidad:

$$i_0 \sin(\omega t - \varphi)$$

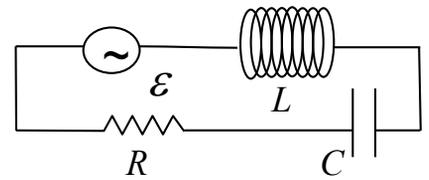
ε e i no están en fase

↓
desfase φ

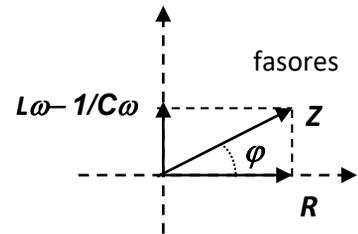


Circuito RLC en serie:

En los circuitos más simples, con todos los elementos en serie, no hace falta usar magnitudes complejas, se puede resolver el circuito con magnitudes reales.



$$i = \frac{\varepsilon}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \quad Z: \text{impedancia}$$



Desfase y factor de potencia: $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

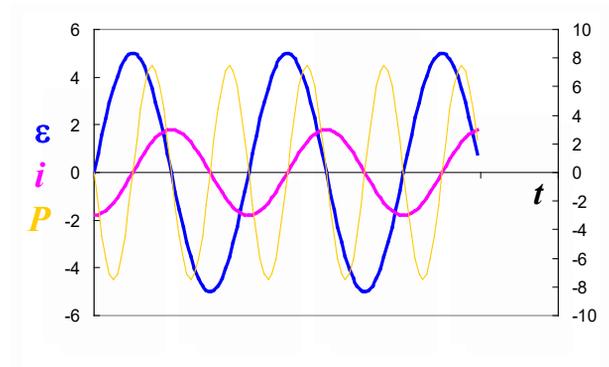
3 Potencia

La potencia, al igual que la intensidad o la fem, varía con el tiempo. En general, no nos interesan estas rápidas fluctuaciones, sino el valor medio a lo largo de un intervalo:

$$\langle P \rangle = \langle \varepsilon i \rangle = \langle \varepsilon_0 \sin \omega t i_0 \sin(\omega t + \varphi) \rangle \Rightarrow$$

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 i_0 \cos \varphi$$

cos φ factor de potencia



Cuanto más se desfasan ε e i menor potencia

Casos básicos {

- solo L o C: $\cos \varphi = 0$ la potencia no se disipa, se acumula en forma de campo eléctrico o magnético

Valores eficaces de i o ε : son los que suelen medir los instrumentos. Corresponden al valor de corriente continua con igual efecto térmico que la corriente alterna que tenemos.

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{\text{ef}} = \sqrt{\langle i^2 \rangle} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} \\ \varepsilon_{\text{ef}} = \sqrt{\langle \varepsilon^2 \rangle} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}} \end{array} \right. \Rightarrow \langle P \rangle = \varepsilon_{\text{ef}} i_{\text{ef}} \cos \varphi$$

Ley de Ohm en corriente alterna: los valores que suelen usarse al estudiar las instalaciones o circuitos son los eficaces (no los instantáneos), y la suma de potenciales eficaces en cada elemento no tiene por qué sumar la fem eficaz.

4 Resonancia

Resonancia: la intensidad o la potencia en el circuito dependen de la frecuencia de la fuente. La intensidad es máxima si la impedancia es mínima, lo que sucede cuando capacitancia y la inductancia se compensan, es decir, si la frecuencia de la fuente tiene el valor:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \text{frecuencia de resonancia} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

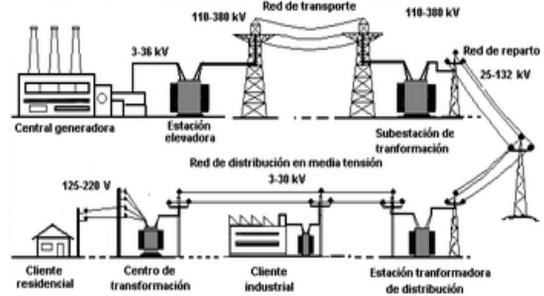
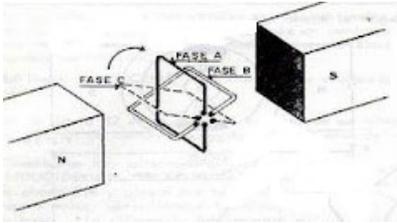
En resonancia:	intensidad $i = \frac{\varepsilon}{R}$	Potencia $P = i^2 R$
	Impedancia $Z = R$	Factor de potencia $\cos \varphi = 1$
	Inductancia = capacitancia $L\omega_{res} = \frac{1}{C\omega_{res}}$	

Debido a este comportamiento especial, la frecuencia de resonancia también se llama frecuencia propia del circuito.

INSTALACIONES ELÉCTRICAS (conceptos básicos)

Distribución

Desde las centrales se realiza en trifásica a alta tensión, porque la potencia es más uniforme y se reduce la sección de los cables.



Para los circuitos domésticos se transforma en monofásica (salvo instalaciones de gran potencia) y se reduce la tensión (en la red europea a 230 V, con frecuencia 50 Hz). En esta etapa se necesitan dos cables, la fase que lleva la energía y el neutro de retorno.

Medidas

Se realizan con el multímetro, que engloba diversos instrumentos. Para medir la diferencia de potencial, se ha de conectar en paralelo (la R del instrumento es muy grande). Para medir la intensidad se conecta en serie, lo que implica romper el circuito en el punto a medir (R pequeña).

Características especiales de equipos en buques

En los buques estas instalaciones tienen unas características especiales debido a las circunstancias del entorno.

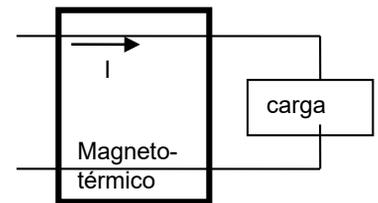
- Dureza del entorno: se requieren materiales de la máxima calidad en las instalaciones.
- Embarcaciones ligeras: interesa además que los materiales sean ligeros.
- Sistema autónomo: un buque está aislado de la red eléctrica general, por lo que debe contar con equipos auxiliares.
- Tráfico internacional: las instalaciones de muchos buques han de cumplir la legislación internacional.

Seguridad eléctrica

Los principales dispositivos de seguridad son el magnetotérmico, el diferencial y la toma de tierra.

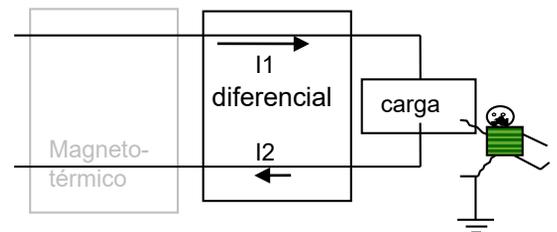
Interruptor magnetotérmico

Este dispositivo protege la instalación interrumpiendo la corriente cuando sobrepasa cierto valor. En realidad se trata de dos dispositivos: el magnético protege contra cortocircuitos, ya que salta (en menos de 25 ms) cuando lo atraviesa una intensidad muy elevada, mientras que el térmico protege frente a sobrecargas, y salta cuando una intensidad ligeramente mayor que el valor nominal se mantiene durante cierto tiempo, para evitar incendios por sobrecalentamiento.



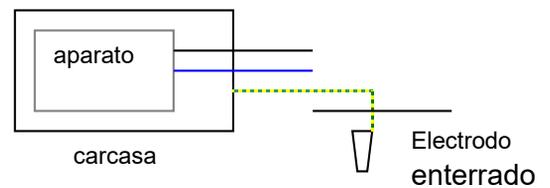
Interruptor diferencial

Protege a las personas de derivaciones por mal aislamiento en los aparatos. Interrumpe la corriente si la intensidad que sale de la instalación no es igual a la que entra en ella. Debe saltar antes de 50 ms si la diferencia entre estas intensidades supera 30 mA.



Toma a tierra

Circuito que complementa al diferencial para proteger a las personas de descargas por mal aislamiento en los aparatos



Código de colores

Existe un código de colores para identificar la fase, el neutro y la toma de tierra, Respetar el código supone un elemento complementario de seguridad.

Fase	
Neutro	
Tierra	

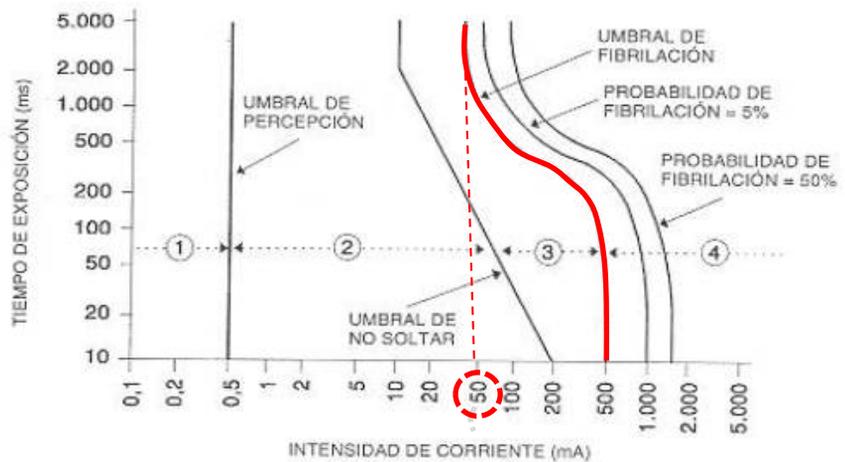
Recomendaciones de seguridad

El elemento de seguridad más importante es el comportamiento de quien maneje la instalación. Se recomienda desconectar el ICP antes de cualquier reparación, realizar las uniones mediante clemas, apretar correctamente los bornes y cumplir la legislación vigente.

Electrocución

Factores que intervienen {
Tipo de corriente: la alterna es más peligrosa que la continua (a baja frecuencia y tensión)
Recorrido de la corriente: el daño es mayor si atraviesa órganos vitales
Intensidad y tiempo de contacto

Trayectoria brazo – piernas
corriente alterna



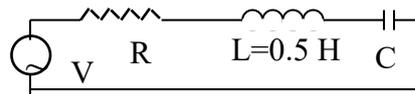
Aunque depende de la humedad de la piel y el recorrido de la corriente, la resistencia del cuerpo humano con la piel seca es del orden de 1000Ω .

En consecuencia, se toma como valor de seguridad en zonas secas 50 V ($= 50 \text{ mA} * 1000 \Omega$) (y 24 V en mojadas y REBT, contactos indirectos, tanto para c.a. como para c.c.).

Como curiosidad, suele ser menos peligrosa la parada total que la fibrilación.

Tema 6

1. Una bobina tiene 500 espiras de alambre de cobre cuya sección transversal tiene 1 mm^2 de área. La longitud de la bobina es 50 cm y su diámetro 5 cm. ¿Qué frecuencia debe tener la corriente alterna para que la impedancia de la bobina sea el doble que la resistencia eficaz. ($\rho_{\text{cobre}} = 1.72 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$) (Sol. 300 Hz)
2. Dos condensadores cuyas capacidades respectivas son $C_1 = 0.2 \mu\text{F}$ y $C_2 = 0.1 \mu\text{F}$ están intercalados en serie en un circuito de corriente alterna de 220 V de tensión y 50 Hz de frecuencia. Hallar la intensidad de la corriente en el circuito y la caída de potencial en cada condensador. (Sol. 0.0046 A, 73, 146 V)
3. Una bobina de longitud 50 cm y área de la sección transversal 10 cm^2 está intercalada en un circuito de corriente alterna cuya frecuencia es 50 Hz. El número de espiras de la bobina es 3000. Calcular la resistencia eficaz de la bobina sabiendo que el desfase entre la tensión y la corriente es igual a 60° . (Sol. 4.1 Ω)
4. Un condensador de $20 \mu\text{F}$ de capacidad y un resistor de 150Ω están intercalados en serie en un circuito de corriente alterna de 230 V y 50 Hz. Calcular la tensión en el condensador y en el resistor. (Sol. 156, 168 V)
5. Una bobina cuya resistencia eficaz es 10Ω , está intercalada en un circuito de corriente alterna de 127 V y 50 Hz. Hallar la inductancia de la bobina sabiendo que la bobina absorbe una potencia de 400 W y que el desfase entre la tensión y la corriente es 60° . (Sol. 0.055 H)
6. Un circuito de corriente alterna se compone de tres elementos en serie: una fuente de 230 V y 50 Hz, una resistencia de 200Ω y una bobina con resistencia nula y autoinducción $L = 1.2 \text{ H}$. a) Calcular el factor de potencia del circuito. b) Calcular la capacidad del condensador que hay que añadir en serie para que el circuito se encuentre en resonancia. (Sol. 0.47, 8.4 μF)
7. En un circuito de 25Ω de resistencia hay instaladas capacidades por valor de $2 \cdot 10^4 \mu\text{F}$; en serie con él se instala una bobina de 10Ω de resistencia y 0,02 H de autoinducción. Aplicamos al conjunto una tensión alterna de 100 V y 100 Hz. Calcular la impedancia de la bobina, la intensidad, la tensión en los bornes de la bobina, el factor de potencia y la potencia. (Sol. 16 Ω , 2.7 A, 43.2 V, 0.945, 255 W)
8. Un solenoide de 1 m de longitud, 50Ω de resistencia, 10 espiras/cm y 10 cm^2 de sección, que tiene en su interior un núcleo de hierro con permeabilidad magnética relativa $\mu_{\text{rel}} = 2000$, se conecta a una fuente de 2000 V y 50 Hz. Hallar la autoinducción, la reactancia, la impedancia, el desfase entre tensión e intensidad, la intensidad, el factor de potencia y la potencia. (Sol. 2.5 H, 790, 791.6 Ω , 86° , 2.5 A, 0.06, 312 W)
9. En el circuito de la figura los valores instantáneos de fem e intensidad son: $\varepsilon_i = 300 \cos(500t)$ e $I_i = 1.4 \cos(500t - \pi/6)$. Calcular R, C y la frecuencia de resonancia. (Sol. 185 Ω , 14 μC , 60 Hz)



10. Un condensador y una lámpara eléctrica están unidos en serie e intercalados en un circuito de corriente alterna de 440 V de tensión y 50 Hz de frecuencia. ¿Qué capacidad debe tener el condensador para que por la lámpara pase una corriente de 0.5 A y la caída de potencial en ella sea igual a 110 V? (Sol. 3.7 μF)
11. Un carrito tiene una resistencia de 15Ω y un coeficiente de autoinducción de $L = 0.05 \text{ H}$. Se une a una fuente de 50 Hz y circula una corriente de 5 A. Calcular la impedancia, la tensión en los bornes y el factor de potencia. (Sol. 21.7 Ω , 109 V, 0.69)

12. Una bobina de 40Ω y 1.5 H se monta en serie con un condensador de $30 \mu\text{F}$. Se conecta el conjunto a un generador de 220 V de una frecuencia de 50 Hz . Hallar la diferencia de potencial en los bornes de la bobina y del condensador. (Sol. $63.7, 284 \text{ V}$)

13. Una resistencia de 400Ω está conectada en serie con una bobina de $L = 0,1 \text{ H}$ y un condensador de capacidad $0,5 \mu\text{F}$. Este circuito transporta una corriente eficaz de $0,25 \text{ A}$ a 100 Hz de frecuencia. Calcular qué potencia se consume en el circuito, en la resistencia, en el condensador y en la bobina. ¿Cuál es el factor de potencia del circuito? (Sol. $25,25,0,0 \text{ W}, 0,13$)

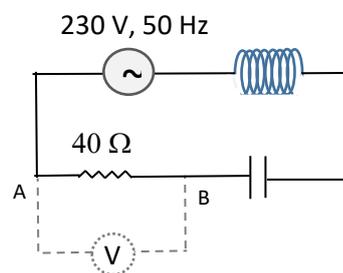
14. En un circuito de corriente alterna de 220 V y 50 Hz están conectados en serie una capacidad de $35.4 \mu\text{F}$, una resistencia de 100Ω y una inductancia de 0.7 H . Hallar la intensidad de la corriente en el circuito y la caída de tensión en la capacidad, en la resistencia y en la inductancia. (Sol. $1.34 \text{ A}, 120, 134, 295 \text{ V}$)

15. Una bobina de resistencia 10Ω y cuya autoinducción es 15 mH se halla en serie con una resistencia de 12Ω y un condensador de $200 \mu\text{F}$ de capacidad, y el conjunto es conectado a una línea de corriente alterna de 100 V y 60 Hz . Calcúlese el voltaje entre los terminales de la bobina. (Sol. 49 V)

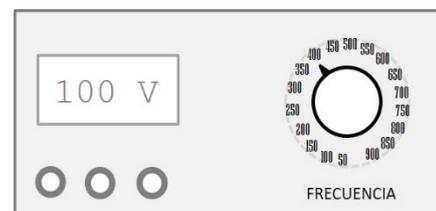
16. Se conectan en serie una fuente de 230 V , una resistencia de 1000Ω y una resistencia variable R . Expresar en función del valor de R la potencia que proporciona la fuente y la potencia que disipa cada elemento, y determinar para qué valor de R es máxima cada una de dichas potencias. (Sol. $0, 0, 1000 \Omega$)

17. Se dispone de una bobina de 20Ω de resistencia y autoinducción 0.1 H . Esta bobina se conecta en serie con una fuente de corriente alterna de 230 V y 50 Hz , una resistencia de 40Ω y un condensador.

- Hallar el valor de la capacidad del condensador que consigue que el factor de potencia del circuito sea máximo.
- Determinar en ese caso, la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia de 40Ω , V_{AB} . (Sol. $0,101 \text{ mC}, 153.3 \text{ V}$)



18. En una fuente de alterna de 100 V se puede elegir el valor de la frecuencia entre 18 valores, desde 50 hasta 900 Hz , y siempre ha de ser múltiplo de 50 Hz ; es decir, los valores posibles son: $[50, 100, 150, \dots, 850, 900]$. Se conecta la fuente en serie con un condensador de $3 \mu\text{F}$ y una bobina de 100Ω y 0.2 H de autoinducción. Determinar para qué valor de la frecuencia de la fuente es máxima la intensidad por el circuito. Hallar para esa frecuencia la diferencia de potencial entre las placas del condensador. (Sol. $200 \text{ Hz}, 263 \text{ V}$)



Tema 7. ONDAS

1. Movimiento ondulatorio
2. Ecuación del movimiento ondulatorio
3. Ondas periódicas (armónicas)
4. Efecto Doppler

Las ondas son un ente físico que se comporta de forma diferente a las partículas y presenta fenómenos nuevos como la difracción, interferencias, reflexión, refracción o polarización. Su importancia es enorme, si bien, por falta de tiempo solo estudiaremos el efecto Doppler, muy relacionado con la cinemática. Es interesante añadir por último que la mecánica cuántica combina los comportamientos de ondas y partículas (dualidad onda-partícula).

1. Movimiento ondulatorio

Onda: propagación de una perturbación física en un medio, transporta energía y momento, pero no materia.

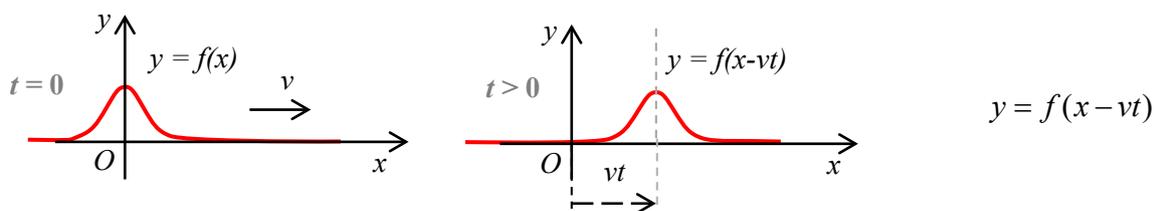
Distintas clasificaciones de las ondas

- Mecánicas: requiere medio material.
- Electromagnéticas: no requiere medio material.
- Longitudinales: la dirección de perturbación y propagación coinciden.
- Transversales: la perturbación se produce en un plano transversal a la dirección de propagación

2. Ecuación del movimiento ondulatorio

Existe una ecuación, denominada *ecuación de ondas*, que se aplica a todos los fenómenos ondulatorios.

Para obtener esta ecuación, partimos de que una función que represente una onda que avance en el sentido positivo de x ha de tener la siguiente forma:



Análogamente, la función de una onda que avance en el sentido negativo de x es: $y = f(x + vt)$

Ambas funciones de onda son soluciones de la siguiente ecuación: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ ecuación de ondas

3. Ondas armónicas

Si la perturbación que origina la onda se repite en el tiempo se forma una onda periódica, que siempre se puede representar como una suma de ondas armónicas (seno o coseno), cuya forma es:

$$y(x) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right)$$

$$= A \operatorname{sen}\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)$$

$$= A \operatorname{sen}(kx - \omega t)$$

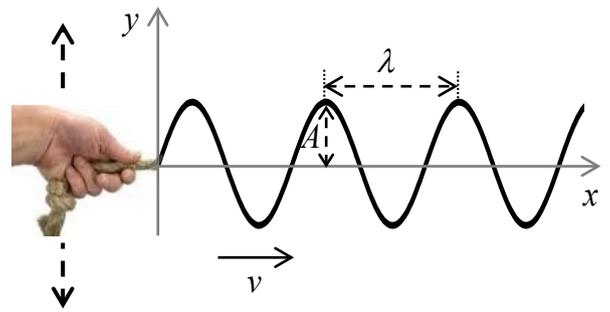
(fase)

$$T = \frac{\lambda}{v}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$



λ longitud de onda

v velocidad

A amplitud

T periodo

f frecuencia

k número de onda

ω frecuencia angular

Tema 7

1. Una onda armónica transversal de periodo 0.5 s, longitud de onda 1.6 m y amplitud 0.8 m se propaga por una cuerda muy larga en el sentido positivo del eje X. En el instante inicial, la elongación, y , del punto situado en $x = 0$ es nula y su velocidad transversal es positiva.

a) Representar gráficamente la onda en el instante inicial entre $x = 0$ y $x = 4$ m.

b) Determinar la elongación de la onda en cualquier instante y posición, $y(x,t)$.

c) Hallar la velocidad transversal del punto situado en $x = 1.6$ m en función del tiempo

d) Calcular la velocidad de propagación de la onda (Sol. $0.8 \sin(4\pi t - 1.25\pi x)$, $10 \cos(4\pi t)$, 3.2 m/s)

2. Una onda transversal $y = 5 \cos(200t - 100x)$ recorre una cuerda situada según la dirección del eje X. Determinar:

a) La dirección y sentido de la onda.

b) La frecuencia, el periodo, la longitud y la velocidad de la onda.

c) La velocidad y aceleración máxima de un punto de la cuerda.

d) Diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda distantes 4 cm en un instante determinado.

e) Diferencia de fase entre dos estados de vibración de un mismo punto en dos instantes separados 0.01 s.

(Sol. 31.8 Hz, 0.03 s, 0.06 m, 2 m/s, 1000 m/s², 4, 2 rad)

3. Una onda armónica transversal se propaga a lo largo del eje X en sentido negativo, con las siguientes características: amplitud $A = 3$ cm, longitud de onda $\lambda = \pi/5$ cm, velocidad de propagación $v = 50$ cm/s. En el instante $t=0$, el punto de la cuerda en $x=0$, está descendiendo y su elongación es 2.6 cm. Determinar:

a) La ecuación que representa el movimiento armónico simple de la partícula situada en $x = 0$.

b) La ecuación que representa la onda armónica transversal indicada. (Sol. $0.03 \cos(1000x + 500t + \pi/6)$)

4. Una onda armónica transversal de amplitud 0.1 m avanza por una cuerda en el sentido positivo del eje X con velocidad 3 m/s. La distancia entre dos crestas de la cuerda (máximos) es de 6 m. En el instante inicial, el punto en el origen de coordenadas alcanza su máxima elongación ($y = 0.1$ m).

a) Escribir la ecuación de la onda.

(Sol. $y = 0.1 \cos(\pi(x/3 - t))$)

b) Dibujar en el instante $t = 1$ s la forma del fragmento de cuerda entre $x = -6$ y $x = 6$ m.

5. La ola de la vaca gigante (Cueto, Santander) puede alcanzar 10 m de altura. Si esa ola y la de un tsunami de 10 m de altura se representan mediante sendas ondas armónicas, ¿cuál de las magnitudes físicas será diferente en ambas olas?

8. INTRODUCCIÓN A LA TERMODINÁMICA

1. Sistema termodinámico
2. Temperatura y equilibrio térmico
3. Termómetros y escalas de temperatura
4. Dilatación térmica
5. Ley de los gases ideales

Termodinámica: nace para analizar y mejorar las máquinas térmicas, que permiten obtener trabajo de la quema de combustible, aunque sus implicaciones son mucho más profundas..

1. Sistema termodinámico

Sistema: es una parte del Universo que se aísla para su estudio

en un motor la mezcla aire-gasóleo

Entorno: es la parte del Universo que no es el sistema

cilindro, refrigerante...



En Termodinámica se describe el estado de un sistema por variables macroscópicas: para un gas densidad, presión, volumen, temperatura.

Un sistema está en equilibrio si sus magnitudes físicas no cambian. En equilibrio las magnitudes se pueden relacionar por la ecuación de estado del sistema. $PV = nRT$

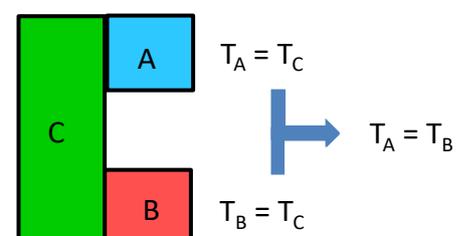
2. Temperatura y equilibrio térmico

Temperatura: propiedad relacionada con la energía cinética de las partículas de un cuerpo.

Equilibrio térmico: dos cuerpos están en equilibrio térmico, o sea a la misma temperatura, si al ponerlos en contacto no intercambian energía.

Principio cero de la termodinámica

Si dos objetos (A y B) están en equilibrio térmico con un tercero (C), entonces están en equilibrio térmico entre sí.



3. Termómetros y escalas de temperatura

Termómetros: instrumentos para medir la temperatura. Se basan en alguna propiedad física de los cuerpos que varía con la temperatura (longitud de una columna de líquido, presión, resistencia eléctrica...)

Escalas Celsius y Fahrenheit: las escalas más comúnmente usadas asignan un valor arbitrario a ciertos fenómenos.

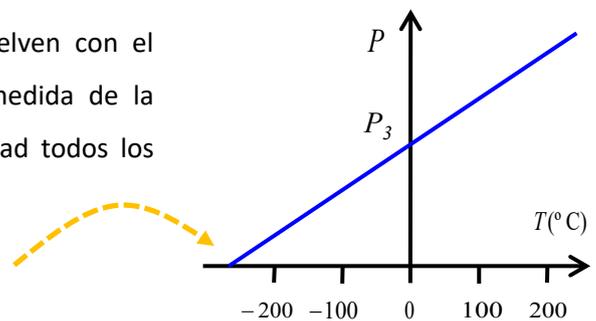
Escalas comunes	Agua con hielo	Agua y vapor
Celsius	0 °C	100 °C
Fahrenheit	32 °F	212 °F

$$T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}T(^{\circ}\text{C}) + 32$$

Estas escalas tienen dos problemas principales: los valores dependen del material e intervalo limitado de temperaturas.

Escala absoluta o Kelvin. Los problemas anteriores se resuelven con el termómetro de gas a volumen constante. Se basa en la medida de la presión de un gas a muy baja densidad (a muy baja densidad todos los gases se comportan igual, como un gas ideal).

En esta escala surge de forma natural el cero absoluto, 0 K que es la temperatura a la que la presión es 0. Como ese valor corresponde a -273.15°C , se escoge: $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$



Para este termómetro se toma un único punto de calibración, normalmente el punto triple del agua T_3 al que se asigna 273.16 K (para hacer fácil la conversión de K a °C), y se mide la presión del gas P_3 a esa temperatura. Cuando el termómetro se pone en contacto con otro sistema, la medida de la presión del gas nos da la temperatura del sistema:

$$T(\text{K}) = \frac{273.16}{P_3} P$$

4. Dilatación térmica de sólidos y líquidos

Normalmente los cuerpos se dilatan al aumentar su temperatura.

En 1 dimensión: $l = l_0(1 + \alpha(t - t_0))$ α coeficiente de dilatación lineal

En 3 dimensiones: $V = V_0(1 + \beta(t - t_0))$ β coeficiente de dilatación cúbica $\beta = 3\alpha$

De igual manera, el coeficiente de dilatación superficial es el doble del coeficiente de dilatación lineal.

Dilatación anómala del agua: entre 0 y 4 °C el agua se contrae al calentarse, lo que tiene importantes consecuencias para la vida marina.

5. Ley de los gases ideales

Gas ideal: gas en el que las moléculas no interactúan entre sí.

Los gases reales se comportan como ideales a baja densidad y alta temperatura. A baja densidad porque apenas existen moléculas cercanas con las que interactuar y a alta temperatura porque las moléculas se mueven tan rápido que apenas tienen tiempo para interactuar.

Las magnitudes de un gas ideal se relacionan mediante la ecuación de estado de los gases ideales:

$$PV = nRT$$

n = número de moles 1 mol = $6.023 \cdot 10^{23}$ moléculas

R = 8.31 J/mol K = 0.082 atm litro /mol K

Tema 8

1. Un termómetro de gas a volumen constante indica una presión de 2 kPa en el punto triple del agua. ¿Cuál será la presión cuando el termómetro mida una temperatura de 290 K? ¿Qué temperatura de gas ideal corresponde a una presión de 30 kPa?
(Sol. 2123 Pa, 4097 K)
2. Unos carriles de acero de 18 m de longitud se colocan un día en que la temperatura es $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Qué espacio debe dejarse entre ellos para que estén justamente en contacto un día en que la temperatura sea $40\text{ }^{\circ}\text{C}$? Coeficiente de dilatación lineal del acero $1.1 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
(Sol. 9.9 mm)
3. Con una regla métrica de latón cuyas dimensiones son exactas a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, se mide a $38\text{ }^{\circ}\text{C}$ la longitud de una barra de hierro, y se obtiene un valor de 1.4996 m. Calcular la longitud a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ de la barra de hierro. Coeficiente de dilatación lineal: hierro $\alpha_{\text{Fe}} = 1.2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, latón $\alpha_{\text{La}} = 1.8 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
(Sol. 1.4999 m)
4. Un herrero ha de colocar una llanta circular de hierro de 1 m de diámetro a una rueda de madera de igual diámetro. Con objeto de poder ajustarla, calienta la llanta hasta conseguir que su radio supere en 2 mm al de la rueda. La temperatura ambiente es de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Calcular la temperatura a la que debe calentarse la llanta. Coeficiente de dilatación lineal del hierro: $\alpha_{\text{Fe}} = 1.2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
(Sol. $353\text{ }^{\circ}\text{C}$)
5. Un recipiente de vidrio está lleno hasta el borde de mercurio a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ y pesa 9.8 N. El recipiente vacío pesa 0.98 N. Calcular la cantidad de mercurio a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ que puede contener este recipiente. Coeficiente de dilatación cúbica: mercurio: $\gamma_{\text{Hg}} = 1.8 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$, vidrio $\gamma_{\text{v}} = 2.7 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
(Sol. 886.5 g)
6. Una vasija de zinc tiene a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ una capacidad de 10 l y se llena de mercurio. Si el conjunto se enfría hasta $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, calcular la masa de mercurio que hay que añadir para que la vasija quede llena. Densidad del mercurio a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$: 13.6 g/cm^3 Coeficiente de dilatación cúbica del mercurio: $\gamma_{\text{Hg}} = 1.8 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ Coeficiente de dilatación lineal del cinc: $\alpha_{\text{Zn}} = 2.6 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$
(Sol. 1.4 kg)
7. Se desea introducir un remache circular de hierro en un orificio de 10 mm de diámetro situado en una placa del mismo material. Para conseguir un ajuste lo más perfecto posible, se introduce el remache, antes de meterlo en la placa, en aire líquido ($-187\text{ }^{\circ}\text{C}$). ¿Qué diámetro tendrá que tener el remache a la temperatura ambiente ($20\text{ }^{\circ}\text{C}$) para que después de meterlo en aire líquido ajuste perfectamente en el orificio? Dato: Coeficiente de dilatación lineal del hierro: $\alpha_{\text{Fe}} = 1.2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.
(Sol. 10.025 mm)
8. El neumático de un coche tiene una presión manométrica de 2 bars a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Al conducir el coche a gran velocidad el neumático, y el aire en su interior, se calienta a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál será la presión manométrica? (suponer que el volumen del neumático no varía) $1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$
(Sol. 2.3 bars)

9. PRIMER PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

1. Calor y trabajo
2. Capacidad calorífica y calor específico
3. Calor latente en cambios de fase
4. Primer principio de la termodinámica
5. Energía interna de un gas ideal
6. Diagramas PV para gases ideales

1. Calor y trabajo

TRABAJO: energía que se transfiere entre sistemas con movimiento colectivo

CALOR: energía que se transfiere entre sistemas sin movimiento colectivo, solo por diferencia de temperaturas

Formas de propagación del calor: conducción, convección, radiación

2. Capacidad calorífica y calor específico

El calor es energía que se transfiere entre sistemas debido a sus diferentes temperaturas. La energía necesaria para que un cuerpo de masa m pase de una temperatura T_0 a otra T_f es:

$$Q = C(T_f - T_0) = mc_e(T_f - T_0) = n c'_e(T_f - T_0)$$

Calor específico molar $c'_e = c_e / P_m$

Calor específico de una sustancia: energía necesaria para aumentar un grado la temperatura de una unidad de masa

Capacidad calorífica de un cuerpo: energía necesaria para aumentar un grado su temperatura

En los gases no hay un único calor específico, se define uno para cada proceso (el intercambio de energía puede realizarse a presión constante, a volumen constante, variando ambos...)

Presión constante

$Q_p = C_p \Delta T$

Al suministrar calor a presión constante, Q_p , el gas se expande y realiza un trabajo positivo sobre el pistón.

Volumen constante

$Q_v = C_v \Delta T$

Al calentar a volumen constante no se realiza trabajo, todo el calor se convierte en energía interna del gas.

$$C_p = C_v + nR$$

	C_p	C_v
Gases monoatómicos	$5/2 nR$	$3/2 nR$
Gases diatómicos	$7/2 nR$	$5/2 nR$

3. Cambios de fase. Calor latente

Calor latente de vaporización L_v : energía para evaporar una unidad de masa

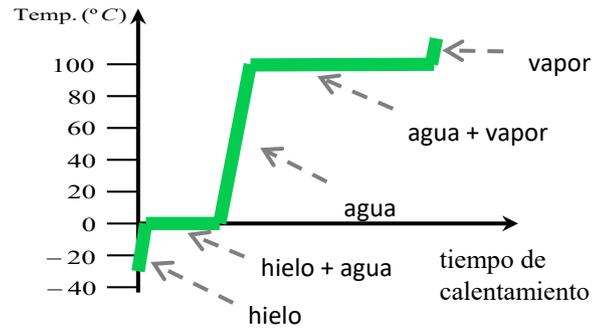
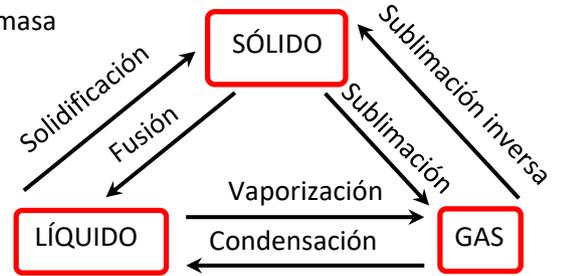
Para evaporar una masa m : $Q_v = mL_v$

Calor latente de fusión L_f : energía para fundir una unidad de masa

Para fundir un cuerpo de masa m : $Q_f = mL_f$

En el proceso inverso, se libera la misma cantidad de energía.

Durante el proceso de cambio de fase no cambia la temperatura de la sustancia.

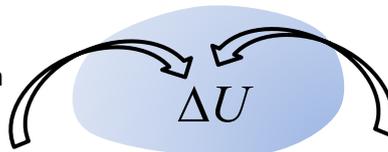


4. Primer principio de la termodinámica

Trabajo y calor son dos formas de transferir energía. La energía interna de un sistema cambia al intercambiar calor o trabajo con otros sistemas (por conservación de la energía).

$$\Delta U = Q + W \quad \text{Primer principio de la termodinámica}$$

Criterio de signos: Calor cedido al sistema
 Q positivo



Trabajo realizado sobre el sistema
 W positivo

5. Energía interna de un gas ideal

Para un gas ideal, en el que no hay interacciones, la energía interna sólo depende de su temperatura:

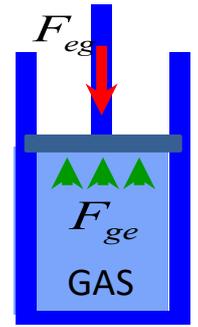
$$U = U(T) \quad \text{gas monoatómico } \frac{3}{2} nRT \quad \text{gas diatómico } \frac{5}{2} nRT$$

Para cualquier tipo de proceso, se puede calcular ΔU mediante la expresión a V cte:

$$\Delta U = Q + W = Q_v = C_v (T_f - T_i)$$

6. Diagramas P - V para gases ideales

Consideramos procesos *cuasiestáticos*, procesos en los que el sistema cambia de estado pasando por una serie de estados de equilibrio. Sea un gas encerrado en un cilindro con un émbolo móvil.



$$dW_{\text{gas sobre el émbolo}} = F_{ge} dx = P A dx = P dV \implies$$

$$dW_{\text{émbolo sobre el gas}} = F_{eg} dx = -dW_{\text{gas sobre el émbolo}} = -P dV$$

Trabajo realizado sobre un gas:

$$W_{\text{sobre el gas}} = -\int_{V_i}^{V_f} P dV$$

Expansión $dV > 0$ $W_{\text{sobre gas}} < 0$
 Compresión $dV < 0$ $W_{\text{sobre gas}} > 0$

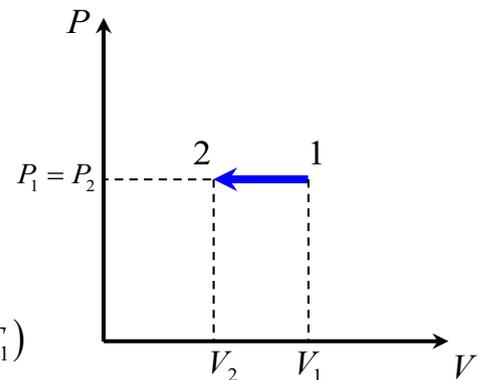
El estado de un gas ideal puede determinarse por su presión y volumen, y representarse por un punto en el diagrama P - V . Un proceso que sufre el gas puede representarse por una sucesión de estados, una curva en el diagrama P - V , donde el trabajo es el área bajo la curva.

PROCESO ISÓBARO (P constante) $\frac{V}{T}$ constante

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P dV = -P(V_2 - V_1)$$

$$Q_p = C_p(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = Q + W = C_p(T_2 - T_1) - P(V_2 - V_1) = C_v(T_2 - T_1)$$

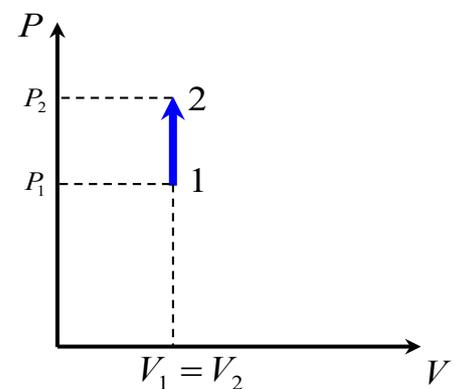


PROCESO ISÓCORO (V constante) $\frac{P}{T}$ constante

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P dV = 0$$

$$Q_v = C_v(T_2 - T_1)$$

$$\Delta U = Q + W = C_v(T_2 - T_1)$$

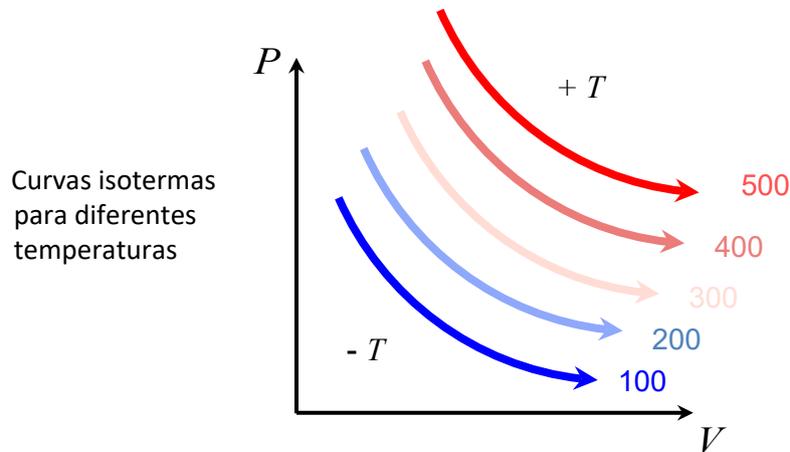
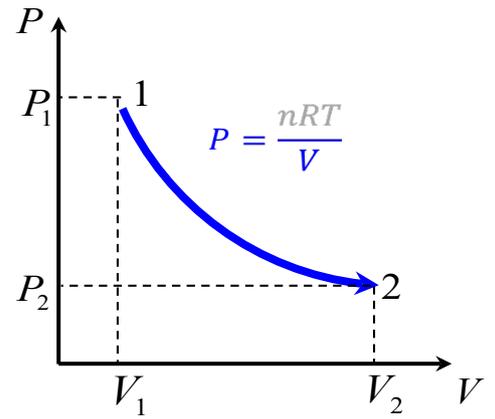


PROCESO ISOTERMO (T constante) PV constante

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} PdV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

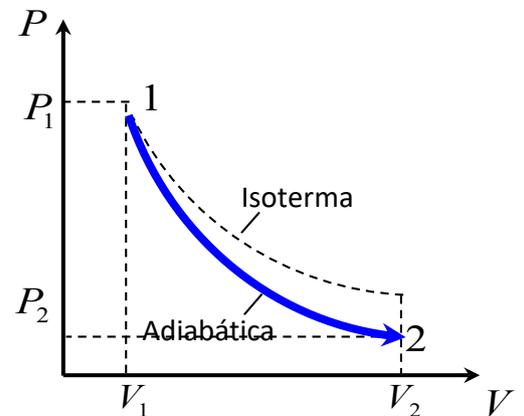
$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W$$



PROCESO ADIABÁTICO ($Q = 0$) $P = \frac{\text{cte}}{V^\gamma}$ $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

$$W = C_V \Delta T = C_V \left(\frac{P_2 V_2}{nR} - \frac{P_1 V_1}{nR} \right) = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$

$$\Delta Q = 0 \Rightarrow \Delta U = W = C_V (T_2 - T_1)$$



$$dU = dQ + dW \Rightarrow C_V dT = -PdV \Rightarrow C_V dT = -\frac{nRT}{V} dV$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T} = -\frac{nR}{C_V} \frac{dV}{V} = -(\gamma - 1) \frac{dV}{V} \Rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte} \Rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

Criterio signos IUPAC	Ecuación	Q	$W = - \int PdV$	$\Delta U = Q + w$
PROCESO ISÓBARO P constante	$V/T = \text{cte}$	$nC_p(T_2 - T_1)$	$-P(V_2 - V_1)$	$nC_V(T_2 - T_1)$
PROCESO ISÓCORO V constante	$P/T = \text{cte}$	$nC_V(T_2 - T_1)$	0	$nC_V(T_2 - T_1)$
PROCESO ISOTERMO T constante	$PV = \text{cte}$	$nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$-nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$	0
PROCESO ADIABÁTICO $Q = 0$	$TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ $PV^\gamma = \text{cte}$ $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{cte}$	0	$nC_V(T_2 - T_1)$ $= \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{\gamma - 1}$	$nC_V(T_2 - T_1)$

Datos de interés			
Conversión de unidades	1 litro = 10^{-3} m^3	1 atm = $1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	
	1 cal = 4.18 J	1 CV = 735 w	
Calor específico (cal/g °C)	Agua	Hielo	
	1	0.5	
Calor latente (cal/g)	Fusión hielo	Vaporización agua	
	80	540	
Constante de los gases R	8.31 J/mol K	0.082 atm litro /mol K	
Calor específico molar		Gas monoatómico	Gas diatómico
	a V cte	3/2 R	5/2 R
	a P cte	5/2 R	7/2 R

Tema 9

Calor específico en cal/g°C

agua, $c_a = 1$	hielo, $c_h = 0.5$	plomo, $c_{pb} = 0.031$	hierro, $c_{Fe} = 0.108$
aluminio, $c_{Al} = 0.2$	cobre, $c_{Cu} = 0,092$.	oro, $c_{Au} = 0.03$	plata, $c_{Ag} = 0.056$

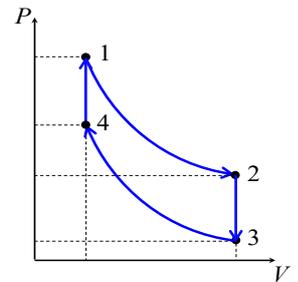
Calor latente y T fusión

Calor latente de fusión del hielo, $L_f = 80$ cal/g.	Calor latente vaporización del agua, $L_v = 540$ cal/g.
Calor latente de fusión del plomo, $L_f = 24.7$ J/g.	Temperatura de fusión del plomo, $T_f(\text{Pb}) = 600$ K.

- Un calorímetro ideal ($C_c=0$) contiene inicialmente 1 kg de agua a una temperatura de 20°C. Si se le añade un trozo de hielo de 200 gramos a una temperatura de -10°C,
 - ¿qué valor tendrá la temperatura del sistema en el equilibrio?
 - Si el calorímetro no es ideal y tiene una capacidad calorífica de 100 J/K, ¿cuál será en este caso el valor de la temperatura del sistema en el equilibrio? (Sol. 2.5, 2.8 °C)
- En una clase de ciclismo en el gimnasio de 45 minutos, una persona genera una potencia media de 150 w, para lo que consume 450 w.
 - ¿Cuántas kilocalorías consume la persona durante ese tiempo?
 - ¿Qué cantidad de agua, inicialmente a 18°C, podría llevarse hasta su punto de ebullición si se aprovechase completamente toda esa energía? (Sol. 291 kcal, 3549 g)
- En un calorímetro ideal con 200 g de hielo a 0°C se introducen 20 g de vapor de agua a 100°C. Hallar la temperatura de equilibrio del sistema y la cantidad de hielo que se funde. (Sol. 0°C, 160 g)
- Una bala de plomo a 40°C se dispara contra un blanco. La mitad de la energía cinética de la bala se convierte en calor de forma que se eleva su temperatura y la bala se funde por completo. ¿Qué velocidad llevaba la bala en el momento del impacto? (Sol. 497.6 m/s)
- Se usa un litro de agua a 32.5 °C para hacer té helado. ¿Cuánto hielo a 0 °C se necesita para hacer que la temperatura del té sea de 10 °C? (Sol. 250 g)
- Al colocar 0.04 kg de un metal a 80 °C en 0.15 kg de agua a 18 °C, la temperatura final de la mezcla es de 20 °C ¿Cuál es el calor específico del metal? (Sol. 0.125 cal/g°C)
- En un calorímetro ideal se introduce hielo a -10 °C con agua líquida a 85 °C en iguales cantidades. ¿Qué se encontrará en el interior del calorímetro en el equilibrio? (Sol. agua 0°C)
- Un calorímetro cuyo equivalente en agua es de 30 g, contiene 410 g de agua a 20°C. ¿Qué masa de hielo a 0°C será necesario agregar para que el enfriamiento del agua sea máximo? (Sol. 110 g)
- En un recipiente térmicamente aislado que contiene 1 kg de agua a 25°C, se introduce un trozo de hielo de 0.175 kg a 0 °C. Determinar la temperatura y composición finales del sistema. Repetir el cálculo para 0.5 kg de agua. (Sol. 9.4°C, 0°C 18.75 g hielo)
- A un vaso térmicamente aislado del exterior con 0.75 kg de agua a 20 °C, se le añade 1 kg de plomo a 95 °C. Determinar la temperatura final del sistema y cuánto calor se cedió al agua. (Sol. 23°C, 2250 cal)
- En un calorímetro cuyo equivalente en agua es de 75 g y cuya temperatura inicial es 20 °C se introducen 250 cm³ de agua a 40 °C, 200 g de hierro a 95 °C y 150 g de hielo fundente. Calcular la temperatura de equilibrio. (Sol. 3.1°C)

12. Una bola de plomo de 50 g a 20 °C es lanzada con una velocidad de 600 m/s hacia un trozo de hielo a 0 °C. Calcular la masa de hielo que se funde (despreciar la resistencia del aire y suponer que toda la energía del choque se convierte íntegramente en calor). (Sol. 27.3 g)
13. En un recipiente de aluminio de 150 g que contiene 100 g de nieve a -8 °C se introducen 50 g de vapor de agua a 100 °C. Calcular la temperatura final de la mezcla. (Sol. 100°C)
14. Una aleación está formada por plata y cobre. Se calienta a 150 °C y se colocan 50 g en un calorímetro ideal con 100 g de agua. La temperatura del agua se eleva de 20°C a 24.6 °C. ¿Qué porcentaje en masa de cada elemento tiene la aleación? (Sol. 52% Ag, 48% Cu)
15. Una tetera dispone de una resistencia de 16 Ω para calentar el líquido que contiene. Se llena con 400 cm³ de agua a 20 °C y se conecta a 220 V, ¿cuánto tardará en evaporarse toda el agua? (Sol. 5'40")
16. Una esfera de plomo a 20 °C, se lanza verticalmente y hacia abajo con una velocidad v_0 . Al cabo de 100 m encuentra un plano indeformable de conductividad calorífica nula. Calcular el valor de v_0 necesario para que la esfera se funda totalmente (despreciar la resistencia del aire). (Sol. 356 m/s)
17. En un recipiente aislado se vierten 100 g de hielo a -20°C. Se conecta una resistencia eléctrica que proporciona 100 cal/s. Al cabo de cierto tiempo, se apaga la resistencia y se vierten 200 g de agua a 90°C. La temperatura final de la mezcla es de 60°C. Hallar el tiempo que estuvo conectada la resistencia. (Sol. 90s)
18. Un calorímetro contiene 80 g de agua a 20 °C. Se añaden 150 g de agua a 35 °C y la temperatura de equilibrio térmico es de 26 °C. Determinar el equivalente en agua del calorímetro. (Sol. 145 g)
19. Un gas realiza un trabajo de 50 J al absorber 80 cal. Hallar la variación de su energía interna. (Sol. 284.4 J)
20. Se dispone de 0.1 moles de un gas ideal monoatómico, que inicialmente ocupan un volumen de 1 litro y están a 1 atm de presión. En un momento determinado, a este gas se le proporciona una cantidad de calor, de forma que se expande siguiendo una línea recta en el diagrama PV. Al finalizar el proceso, el volumen ocupado por el gas es de 3 litros, a una presión de 0.5 atmósferas.
- a) Representar el proceso en un diagrama PV y calcular el trabajo realizado por el gas.
- b) Determinar el calor absorbido por el gas durante el proceso. (Sol. 152, 228 J)
21. Un gas a 10°C y 300 kPa ocupa un volumen de 2 litros. A continuación experimenta una expansión isoterma cuasiestática hasta que su presión se reduce a la mitad de su valor inicial.
- a) Representar el proceso en un diagrama PV y calcular el trabajo realizado por el gas
- b) Determinar el calor absorbido por el gas durante el proceso. (Sol. 416 J)
22. Un mol de un gas ideal diatómico se calienta desde 290 K hasta 580 K. Hallar el incremento de energía interna, el trabajo realizado y el calor absorbido por el gas
- a) Si el calentamiento se realiza a volumen constante
- b) Si el calentamiento se realiza a presión constante (Sol. 6025, 0, 6025, 6025, 2410, 8435 J)
23. Un mol de un gas ideal diatómico ($\gamma = 7/5$) se expande adiabáticamente y cuasiestáticamente desde una presión de 5 atm y temperatura de 20°C a un estado final de 1 atm de presión. Hallar los volúmenes inicial y final del gas, la temperatura final y el trabajo realizado por el gas. (Sol. 4.8, 15 l, 185 K, 2241 J)

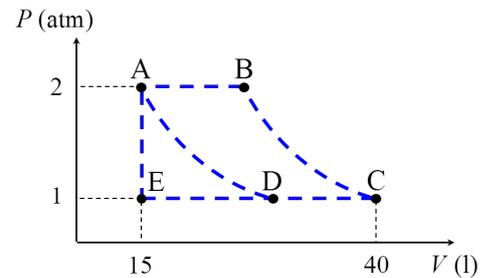
24. En el punto 1 de la figura, la presión y temperatura de 1 mol de un gas ideal monoatómico son 3 atm y 450 K. El volumen del gas en el estado 2 es 4 veces mayor que en el estado 1, y la presión en el estado 3 es la tercera parte que en el estado 2. Las trayectorias 12 y 34 representan procesos isotermos. Si el gas realiza el ciclo completo 12341 (ciclo de Stirling), ¿qué cantidad de trabajo realiza el gas y cuanto calor absorbe en cada porción del ciclo? (Sol. 3456, 5184, -3739, -1728, 3739 J)



25. Repetir el problema anterior para un gas ideal diatómico.

(Sol. 3456, 5184, -6232, -1728, 6232 J)

26. El diagrama PV de la figura muestra diferentes procesos realizados por 1 mol de un gas ideal monoatómico. El gas está inicialmente en el punto A y las trayectorias BC y AD representan procesos isotermos. Determinar las temperaturas inicial y final, el trabajo realizado y calor absorbido por el gas cuando el sistema evoluciona del punto A al C



- a) a lo largo de la trayectoria AEC
- b) a lo largo de la trayectoria ADC
- c) a lo largo de la trayectoria ABC

(Sol. 366, 488 K, 2533, 4053, 3120, 4640, 3823, 5344 J)

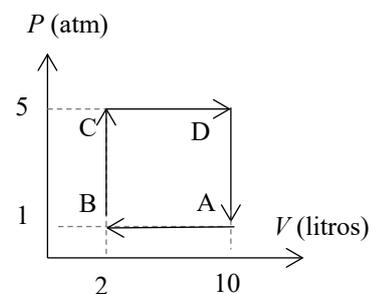
27. Repetir el problema anterior si las trayectorias BC y AD son adiabáticas en vez de isotermas (los puntos B y D cambiarán su T y V, pero no su P). (Sol. 366, 488 K, 2533, 4053, 2862, 4379, 4254, 5780 J)

28. Un mol de un gas ideal diatómico a 300 K se comprime adiabáticamente. El trabajo realizado sobre el gas durante la compresión es 1 kJ. Hallar la temperatura final del gas (Sol. 348 K)

29. Un mol de gas ideal diatómico a 1 atm y 20°C recibe de un combustible un calor de 400 J y pasa a un estado final a 3 atm y 60° C (desconocemos el tipo de proceso seguido). Hallar el trabajo en el proceso y especificar si lo realiza el gas o se realiza sobre el gas. (Sol. + 431 J)

- 30. Un motor trabaja con un gas ideal monoatómico y sigue el ciclo de la figura.
- a) Hallar el número de ciclos por minuto para que el motor ofrezca 400 CV.
- b) Calcular los litros de gasóleo que el motor consume cada hora a esa potencia.

(Sol. 5440 cpm, 92.6 litros/hora)



31. En un cilindro se tienen 0.0813 moles de gas ideal diatómico a 1 atm en un volumen de 2 litros. El gas realiza una expansión isóbara desde este estado inicial (el estado final se deja como variable para analizar lo que puede obtenerse en este proceso). Interesa conocer cuánto trabajo puede lograrse en la expansión en función de la temperatura a la que llega el gas (la temperatura es una magnitud clave, que marca si el material del cilindro se deteriora). Dar la expresión del trabajo que realiza el gas en esta expansión isóbara en función de la temperatura final que alcanza el gas, $W(T)$, y representarlo en una gráfica. (Sol. $-0.676 (T_f - 300)$ J)

32. Un calorímetro ideal contiene 700 g de agua y 200 g de hielo a 0°C. Dentro del agua hay además una barra de aluminio de 500 g y 200.00 mm de longitud. Por una válvula se introduce en el calorímetro vapor de agua a 100°C (lentamente, de forma que se da tiempo al sistema a alcanzar el equilibrio térmico).

Representar la longitud de la barra (en mm) en función de la cantidad de vapor de agua introducida (en g).

(Sol. $200.00 (1 + 2.5 \cdot 10^{-5} (640m - 16000)) / (1000 + m)$ $25 < m < 214.8$ g)

10. SEGUNDO PRINCIPIO DE LA TERMODINÁMICA

1. Máquinas Térmicas. Refrigeradores. Bombas de calor
2. Segundo Principio de la Termodinámica
3. La Máquina de Carnot
4. Ciclos Comunes

Este principio es esencial para nuestra forma de entender el mundo, explica la flecha del tiempo. Es la expresión matemática del clásico “ganarás el pan con el sudor de tu frente”.

El primer principio, la conservación de la energía, no distingue qué procesos ocurren espontáneamente. Es el segundo principio el que establece qué procesos ocurren en la naturaleza. Por ejemplo, dados dos objetos en contacto, el primer principio permite que el más frío ceda calor al más caliente, la energía se conservaría. Sin embargo, el segundo principio nos indica que la energía fluye del caliente al frío, nos indica el sentido temporal.

1. Máquinas térmicas, refrigeradores, bombas de calor

Máquina térmica: dispositivo que toma calor de una fuente y en un proceso cíclico transforma en trabajo una fracción de ese calor. El resto del calor ha de cederlo al refrigerante, así que toda máquina térmica debe trabajar entre dos focos a diferentes temperaturas.

Refrigerador: dispositivo que toma calor de un foco frío y lo cede a un foco caliente a costa de cierto trabajo .

Bomba de calor: sistema de calefacción cuyo principio de funcionamiento es el de un refrigerador. Extrae energía de un foco frío a costa de un trabajo y cede al foco caliente la suma de ambas energías..

Máquina térmica

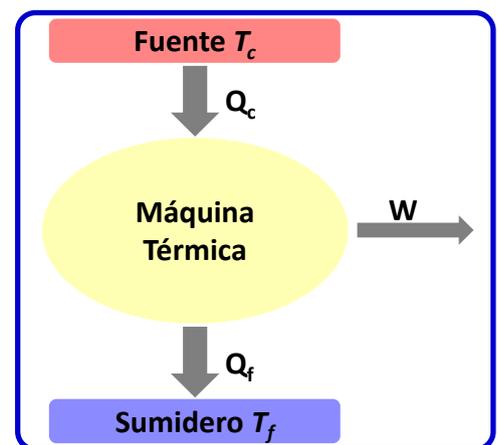
En una máquina térmica, la sustancia (por ejemplo la mezcla de aire-combustible en un cilindro) realiza un ciclo, vuelve periódicamente a su estado inicial. En cada ciclo, toma calor del foco caliente, Q_c , transforma parte en trabajo W y cede el resto Q_f a un foco frío.

$$W = Q_c - Q_f$$

Como la sustancia realiza un ciclo su energía interna no cambia, queda igual tras el proceso, todo el calor que recibe lo cede (parte en forma de trabajo y parte en forma de calor). $\Delta U = 0$

Solo una fracción del calor que se extrae del foco caliente (combustible) se transforma en trabajo, el resto se pierde en el refrigerante. Se define el rendimiento de la máquina como el trabajo conseguido entre el calor consumido:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_c} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|}$$



Valores típicos de rendimiento: 20-50 %

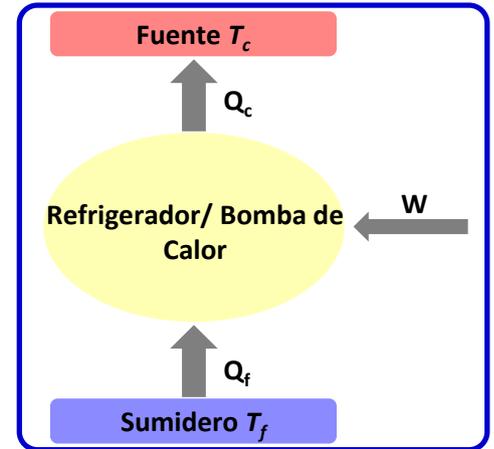
Refrigerador

Un refrigerador extrae calor de un foco frío y lo cede a un foco caliente. Dado que esta dirección de transferencia no es natural, se debe emplear cierta cantidad de trabajo.

Eficiencia: cociente entre el calor extraído Q_f y el trabajo consumido W :

$$\eta_R = \frac{|Q_f|}{W} = \frac{|Q_f|}{|Q_c| - |Q_f|}$$

Valores típicos de η : 5-6



Bomba de calor

El esquema de la bomba de calor es idéntico al del refrigerador, extrae calor de un foco frío y lo cede a un foco caliente a costa de un trabajo. Solo cambia el objetivo, en este caso es calentar el foco caliente, es un sistema de calefacción.

Eficiencia calorífica: cociente entre el calor suministrado Q_c y el trabajo consumido W :

$$\eta_{BC} = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{|Q_c|}{|Q_c| - |Q_f|} = 1 + \eta_R$$

2. Segundo principio de la termodinámica

El segundo principio puede enunciarse de diversas formas. Todas son equivalentes:

Enunciado de Kelvin-Planck

Una máquina térmica no puede, funcionando cíclicamente, absorber calor de un foco y transformarlo íntegramente en trabajo.

Una máquina térmica requiere dos focos (absorbe calor de uno y cede al otro la energía que no se puede convertir en trabajo)

El rendimiento de cualquier máquina térmica ha de ser menor a 1 (menor al 100%)

Enunciado de Clausius

No es posible un dispositivo que opere cíclicamente y cuyo único efecto sea transferir calor desde un objeto a otro de mayor temperatura.

La energía no se transfiere espontáneamente por calor de un objeto frío a otro más caliente, es necesario realizar un trabajo.

Matemáticamente se describe con una función llamada entropía $S = \int \frac{dQ}{T}$: la entropía del Universo aumenta en cualquier proceso.

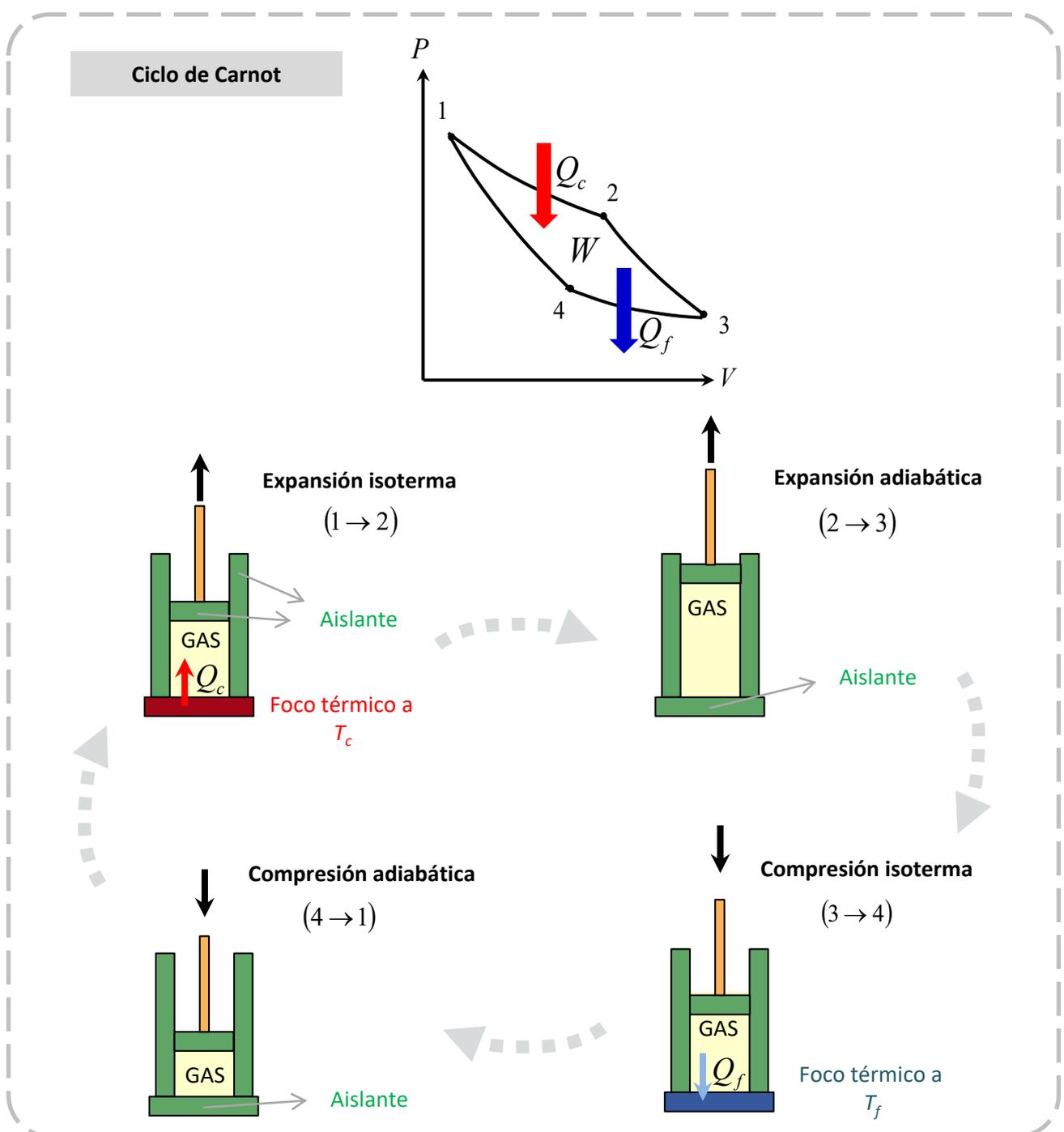
Se aprecia que la energía en forma de trabajo es más valiosa que en forma de calor.

3. La máquina de Carnot

Para analizar el rendimiento de las máquinas, se estudian procesos reversibles, procesos ideales en los que se logra el máximo rendimiento.

- Proceso reversible
- 1. No hay fuerzas disipativas (rozamiento)
 - 2. El calor se transfiere entre sistemas con una diferencia infinitesimal de temperaturas
 - 3. El sistema ha de estar siempre en estados de equilibrio (procesos cuasiestáticos)

Carnot diseña un ciclo reversible formado por dos isotermas y dos adiabáticas. Su rendimiento solo depende de la temperatura del foco caliente (combustible) y del foco frío (refrigerante), y es el límite que pueden buscar las máquinas reales.



Cálculo del rendimiento

EXPANSIÓN ISOTERMA (1 → 2)

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = T_2 = T_c \\ P_1 V_1 = P_2 V_2 \\ \Delta U_{12} = 0 \\ Q_c = -W \end{array} \right\} \Rightarrow W_{12} = -nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1} < 0$$

$W_{12} < 0$ el gas realiza trabajo $Q_c > 0$, el gas absorbe calor

EXPANSIÓN ADIABÁTICA (2 → 3)

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma \\ T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1} \\ T_2 = T_c, T_3 = T_f \\ \Delta U_{23} = W_{23} \end{array} \right\} \Rightarrow W_{23} = C_V (T_3 - T_2)$$

$Q = 0$ $W_{23} < 0$ el gas realiza trabajo ($T_3 < T_2$)

COMPRESIÓN ISOTERMA (3 → 4)

$$\left\{ \begin{array}{l} T_3 = T_4 = T_f \\ P_3 V_3 = P_4 V_4 \\ \Delta U_{34} = 0 \\ Q_f = -W \end{array} \right\} \Rightarrow W_{34} = -nRT_f \ln \frac{V_4}{V_3} > 0$$

$W_{34} > 0$ el gas recibe trabajo $Q_f < 0$, el gas cede calor

COMPRESIÓN ADIABÁTICA (4 → 1)

$$\left\{ \begin{array}{l} P_4 V_4^\gamma = P_1 V_1^\gamma \\ T_4 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \\ T_4 = T_f, T_1 = T_c \\ \Delta U_{41} = W_{41} \end{array} \right\} \Rightarrow W_{41} = C_V (T_1 - T_4)$$

$Q = 0$ $W_{41} > 0$ el gas recibe trabajo ($T_1 > T_4$)

Trabajo neto realizado durante un ciclo:

$$W_{\text{neto}} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} = -nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1} - nRT_c \ln \frac{V_4}{V_3} < 0$$

El gas realiza un trabajo neto ya que es negativo

Rendimiento del ciclo:

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_c} = \frac{|Q_c| - |Q_f|}{|Q_c|} = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|}$$

Sabemos que $\left\{ \begin{array}{l} Q_c = nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1} \\ Q_f = nRT_f \ln \frac{V_4}{V_3} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{nRT_f \ln \frac{V_4}{V_3}}{nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{nRT_f \ln \frac{V_3}{V_4}}{nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}}$

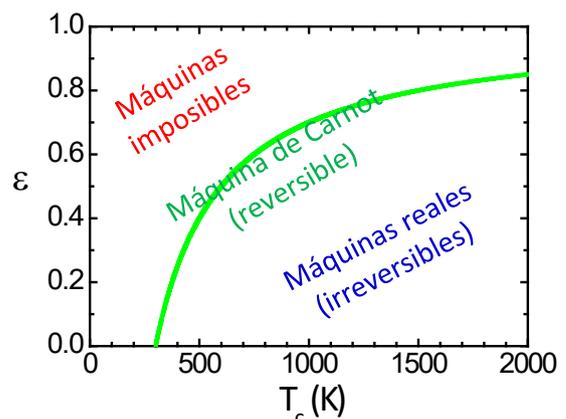
Además: $\left\{ \begin{array}{l} T_c V_2^{\gamma-1} = T_f V_3^{\gamma-1} \\ T_f V_4^{\gamma-1} = T_c V_1^{\gamma-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{T_f}{T_c}$

El rendimiento de una máquina de Carnot depende solo de la temperatura de los dos focos, no depende de la sustancia de trabajo.

Cualquier máquina reversible entre las mismas dos temperaturas, T_c y T_f , tendrá el mismo rendimiento.

Por tanto, el ciclo de Carnot nos permite conocer el rendimiento máximo al que podemos aspirar para cierta temperatura del combustible.

Rendimiento del ciclo de Carnot para temperatura ambiente $27^\circ\text{C} = T_f = 300\text{ K}$



Ciclo de Carnot inverso

Al ser un proceso reversible, el ciclo de Carnot se puede invertir. En ese caso se convierte en un refrigerador o bomba de calor de Carnot. La eficiencias son:

Modo refrigerador:
$$\eta_R = \frac{|Q_f|}{|Q_c| - |Q_f|} = \frac{T_f}{T_c - T_f} = \frac{1}{\frac{T_c}{T_f} - 1}$$

Modo bomba de calor:
$$\eta_{BC} = \frac{|Q_c|}{|Q_c| - |Q_f|} = \frac{T_c}{T_c - T_f} = \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}$$

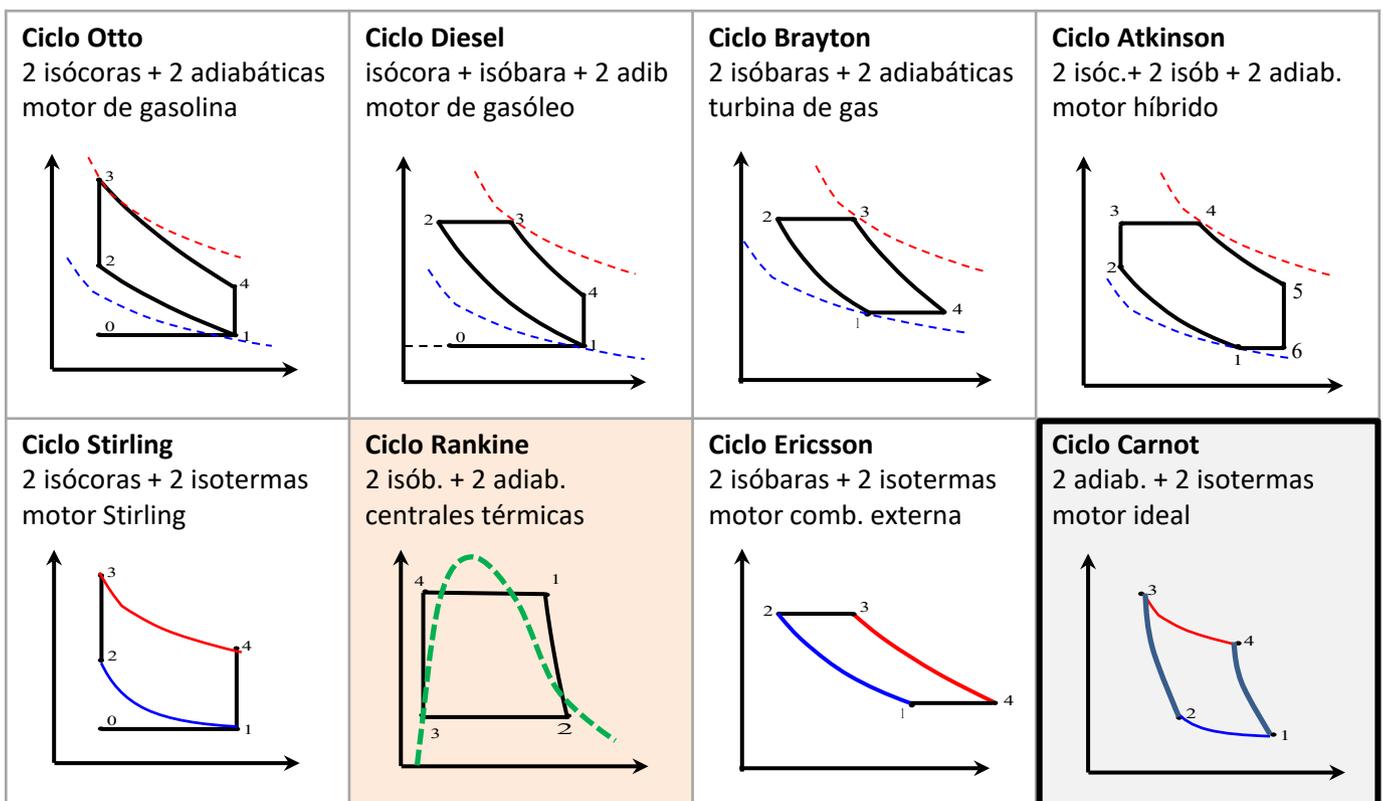
El refrigerador de Carnot tiene la eficiencia más alta posible.

Escala termodinámica de temperaturas

La máquina de Carnot sirve para definir una escala absoluta de temperaturas, como la del termómetro de gas ideal. Se basa en idear una máquina de Carnot que opere entre un foco a una temperatura de referencia (por ejemplo, $T_3 = 273.16$ K, el punto triple del agua) y como otro foco el cuerpo cuya temperatura se quiere medir, T_{sistema} . Si se mide el calor cedido y absorbido por los focos, se puede obtener la temperatura termodinámica:

$$\frac{T_{\text{sistema}}}{T_3} = \frac{Q_{\text{sistema}}}{Q_3}$$

4. Ciclos comunes



Ciclo Combinado

Brayton + Rankine

Turbina de gas + turbina vapor

Ciclo de Otto

Es un modelo idealizado de máquina de combustión interna que se aproxima el funcionamiento de los motores de gasolina. Para cada ciclo el pistón se mueve arriba y abajo dos veces (motor de 4 tiempos).

Ciclo de 6 pasos

Fase 0 → 1: Admisión de gases y combustible

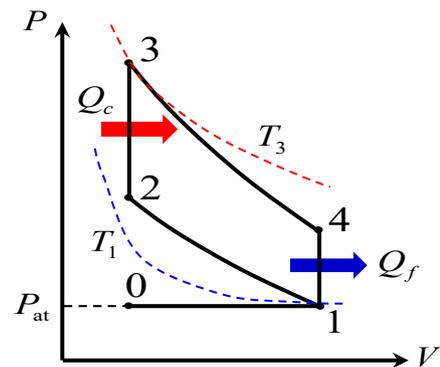
Fase 1 → 2: Compresión adiabática

Fase 2 → 3: Combustión isócara

Fase 3 → 4: Expansión adiabática (potencia)

Fase 4 → 1: Enfriamiento isócoro

Fase 1 → 0: Expulsión de gases residuales (escape)



Rendimiento del ciclo de Otto (en función del factor de compresión $r = V_1/V_2$)

$$\varepsilon = 1 - \frac{|Q_f|}{|Q_c|} \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{C_V(T_1 - T_4)}{C_V(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Q_f y Q_c se hallan en procesos a V cte

De los procesos adiabáticos se obtiene: $TV^{\gamma-1} = \text{cte} \Rightarrow$

$$\begin{cases} T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} = T_1 r^{\gamma-1} \\ T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1} \Rightarrow T_3 = T_4 \frac{V_4^{\gamma-1}}{V_3^{\gamma-1}} = T_4 r^{\gamma-1} \end{cases}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_4 r^{\gamma-1} - T_1 r^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} = 1 - \frac{T_4}{T_4 r^{\gamma-1}} = 1 - \frac{T_4}{T_3} < \varepsilon_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

Ciclo Diesel

Es un modelo idealizado de máquina de combustión interna al que se aproxima el funcionamiento de los motores de gasóleo y fueloil. Para cada ciclo el pistón se mueve arriba y abajo dos veces (motor de 4 tiempos).

Ciclo de 6 pasos

Fase 0 → 1: Admisión de gases

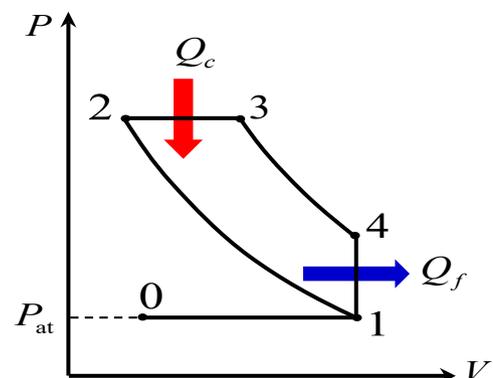
Fase 1 → 2: Compresión adiabática

Fase 2 → 3: Expansión isóbara (combustión)

Fase 3 → 4: Expansión adiabática (potencia)

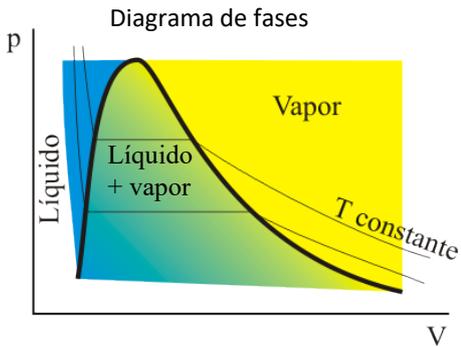
Fase 4 → 1: Enfriamiento isócoro

Fase 1 → 0: Expulsión de gases residuales (escape)



Ciclo Rankine

Es un modelo idealizado de máquina de combustión externa al que se aproxima el funcionamiento de las centrales térmicas. Respecto a los ciclos anteriores hay una gran diferencia: la sustancia de trabajo (agua) cambio de fase a lo largo del ciclo.



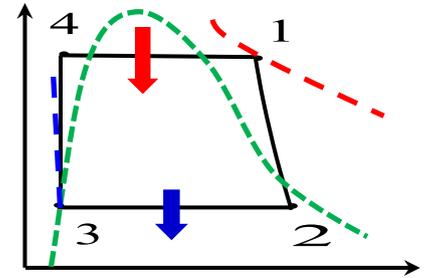
Ciclo de 4 pasos

Fase 1 → 2: Expansión adiabática

Fase 2 → 3: Refrigeración isóbara

Fase 3 → 4: Compresión adiabática

Fase 4 → 1: Calentamiento isóbaro



Tema 10

1. Una máquina térmica cuyo rendimiento es del 25% realiza un trabajo de 150 J en cada ciclo. Calcular cuánto calor absorbe del foco caliente y cuánto cede al foco frío en cada ciclo. (Sol. 600, 450 J)

2. Una máquina térmica utiliza 0.1 moles de un gas ideal diatómico y realiza un ciclo formado por cuatro etapas. Inicialmente, el gas ocupa un volumen de 0.1 l y su temperatura es de 110°C. En la primera fase del ciclo, se expande isotérmicamente hasta un volumen 8 veces mayor que el volumen inicial. En la segunda fase se enfría a volumen constante hasta 20°C. En la tercera fase se comprime isotérmicamente hasta el volumen original. En la cuarta fase, se calienta a volumen constante hasta la temperatura original. Dibujar el ciclo en un diagrama PV y calcular el trabajo neto que realiza el gas en cada ciclo y el rendimiento de la máquina térmica. (Sol. 155.5 J, 0.18)

3. Calcular la eficiencia de un refrigerador que absorbe 6 kJ de energía de un foco frío y cede 9 kJ a un foco caliente. Si el refrigerador es reversible y funciona como una máquina térmica entre los mismos focos, ¿cuál será el rendimiento? (Sol. 2, 0.33)

4. Una máquina de Carnot realiza un ciclo entre dos focos a temperaturas 500 y 300K. El foco caliente proporciona al motor 4000 kcal/h . Calcular la potencia del motor en CV (1 CV = 735.5 W). (Sol. 2.5 CV)

5. Una máquina de Carnot cuyo foco frío está a 300 K tiene un rendimiento de 0.3. Para elevar el rendimiento hasta 0.5:

a) ¿Cuánto hay que elevar la temperatura del foco caliente? (se mantiene constante T_F)

b) ¿Cuánto hay que disminuir la temperatura del foco frío? (se mantiene constante T_C) (Sol. 172, 86 K)

6. Sea un dispositivo compuesto por dos máquinas térmicas tal que la salida de energía de una de ellas actúa como suministro de entrada de energía para la otra. En este caso, se dice que ambas máquinas funcionan en serie. El rendimiento de cada una de las máquinas térmicas es ε_1 y ε_2 respectivamente.

a) ¿Cuál será el rendimiento del dispositivo compuesto por las dos máquinas funcionando en serie? (Expresar el resultado en función de los rendimientos individuales ε_1 y ε_2).

b) Si las dos máquinas térmicas son máquinas de Carnot, y la primera de ellas funciona entre las temperaturas T_C y T_i ($T_C > T_i$), mientras que la segunda funciona entre las temperaturas T_i y T_F ($T_i > T_F$). ¿Cuál será el valor del rendimiento de esta máquina de Carnot en serie, en función de las temperaturas? ¿Es esta combinación en serie más eficiente que el uso de una de ellas por separado?

c) ¿Para qué valor de la temperatura intermedia T_i cada una de las dos máquinas en serie realiza el mismo trabajo?

d) ¿Para qué valor de la temperatura intermedia T_i cada una de las dos máquinas en serie tiene la misma eficiencia? (Sol. $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2$, $1 - T_F/T_C$, $(T_F+T_C)/2$, $(T_F T_C)^{1/2}$)

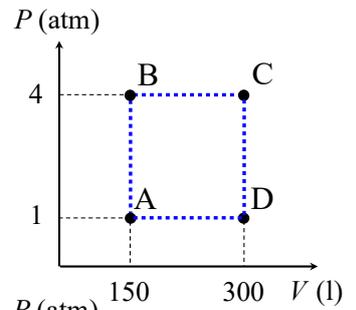
7. Una máquina de Carnot funciona entre dos focos térmicos de temperaturas 295 K y 77 K y cede 100 J al foco frío en cada ciclo. Calcular el rendimiento, el trabajo que realiza y el calor que absorbe del foco caliente en cada ciclo

Calcular la eficiencia si funciona como refrigerador entre los mismos focos. (Sol. 0.74, 285, 385 J, 0.35)

8. Un sistema de refrigeración está diseñado para mantener una nevera a -15°C en una nave donde la temperatura es de 20°C. Como el aislamiento de la nevera no es perfecto, el sistema ha de extraer calor del interior a razón de 200 J/s. Si el refrigerador trabaja al 40% de su eficiencia máxima, ¿cuál será la potencia necesaria para que funcione? (Sol. 67 W)

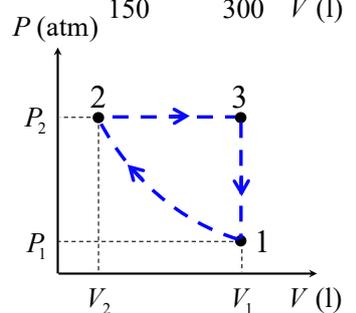
9. Un gas ideal diatómico sigue el ciclo indicado en la figura. La temperatura en el estado A es de 228K. Hallar:

- a) Las temperaturas en los otros tres estados del ciclo.
- b) El rendimiento. *(Sol. 912, 1824, 456 K, 0.14)*

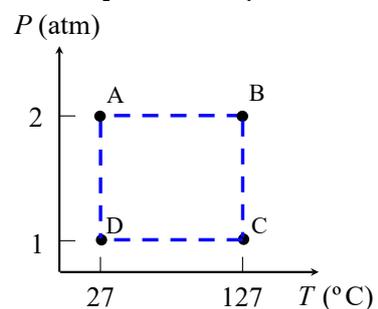


10. En el ciclo que se muestra en la figura, un mol de un gas ideal diatómico se encuentra inicialmente a 1 atm y 0°C. A continuación el gas se comprime adiabáticamente hasta que su volumen se reduce a la mitad que el inicial. Luego se expande isobáricamente hasta el volumen inicial. Finalmente el gas se enfría a volumen constante hasta su estado original. Calcular:

- a) Las temperaturas en los estados 2 y 3.
- b) El calor absorbido o cedido por el sistema en cada proceso.
- c) El rendimiento de este ciclo.
- d) El rendimiento de un ciclo de Carnot que opere entre las temperaturas extremas del ciclo. *(Sol. 360, 721 K, 0, 10482, -9307 J, 0.11, 0.62)*

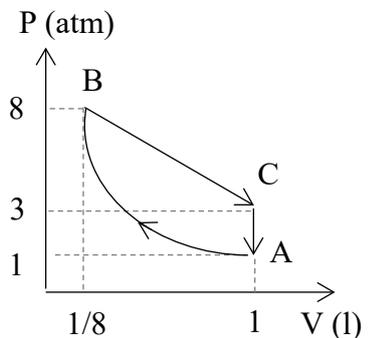


11. En la figura se muestra el ciclo (ABCD, ciclo de Ericsson) realizado por un mol de un gas ideal monoatómico. Dibujar el diagrama PV del ciclo y calcular el rendimiento. *(Sol. 0.13)*



12. En un motor 0.04 moles de gas ideal monoatómico realizan el ciclo de la figura (ABCA). El proceso AB es isoterma. El rendimiento del ciclo es 0.35, y la potencia que proporciona el motor es de 100 CV. Para realizar el ciclo se quema gasóleo.

- a) Calcular cuánto gasóleo se consume en cada ciclo.
- b) Calcular el número de ciclos por minuto que se realizan en el motor.
- c) Determinar cómo ha de ser el punto de fusión del material que se emplee para construir el cilindro. *(Sol. 2 · 10⁻⁵ l, 16000 cpm, T_F > 642°C)*



13. Un barco de 100 m de eslora a 12 nudos consume 25 Tm de fuel al día. El rendimiento del motor es del 25 %.

- a) Calcular la potencia que proporciona el motor en esas circunstancias.

Comparar el coste del fuel con el de un motor eléctrico con un rendimiento del 100 % conectado a la red eléctrica. *(Sol. 4250 cv, 7500, 9750 €)*

Datos: Poder calorífico del fuel = 10300 kcal/kg / Precio electricidad de la red = 0.13 €/kWh / Precio fuel = 300 €/Tm

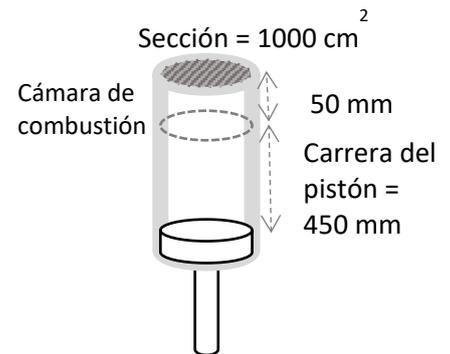
14. En un motor monocilíndrico de 500 cm³ (incluye la cámara de combustión) se introducen 0.02 moles de cierto gas ideal diatómico a 1 atm y 27°C. A continuación se realiza el siguiente ciclo: AB compresión adiabática hasta 1/8 del volumen inicial, BC se inyecta gasóleo, explota y el gas se calienta a volumen constante hasta 527°C, CD expansión isotérmica hasta el volumen inicial, DA enfriamiento a volumen constante hasta el estado inicial.

La potencia que proporciona el motor es de 25 CV. Calcular:

- a) el rendimiento del ciclo
- b) número de ciclos por minuto
- c) cuántos litros de gasóleo se consumen en una hora a esa potencia

(Sol. 0.35, 10000 cpm, 4.8 l)

15. En el cilindro del motor de un barco se introducen 2 moles de gas ideal diatómico. La carrera del pistón es de 450 mm, la altura de la cámara de combustión 50 mm y la sección del pistón 1000 cm^2 . En la posición inicial, con el pistón al principio de la carrera, la temperatura es 27°C y la presión 1 atm. Se comprime el gas adiabáticamente hasta el final de la carrera.



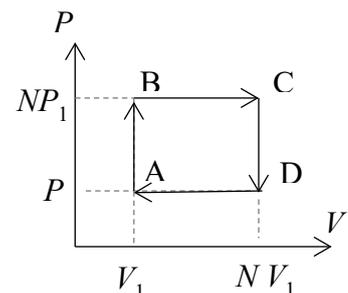
- Hallar el incremento de energía interna del gas en la compresión.
- Explicar si el trabajo en el proceso es realizado por el gas.

(Sol. $1.9 \cdot 10^4 \text{ J}$, W sobre el gas)

16. En un cilindro, que admite 1 litro de gas ideal diatómico a 1 atm y 27°C , se realiza 2000 veces por minuto el siguiente ciclo: compresión isoterma hasta $1/10$ del volumen inicial, calentamiento isócoro hasta 227°C , proceso isóbaro hasta el volumen inicial, proceso isócoro hasta la presión inicial

- Determinar la potencia del motor
- Calcular los litros de gasóleo que se consumen en una hora
- ¿Qué problema podríamos tener para implementar este ciclo en un motor real? (Sol. 58.6 cv, 16.2 l, $T_{\text{máxima}}$)

17. Un motor funciona con un gas ideal monoatómico y recorre el ciclo de la figura. Calcular el rendimiento en función de N . (Sol. $2(N-1)/(3+5N)$)



18. En un cilindro, que admite 1 litro de gas ideal diatómico a 1 atm y 27°C , se realiza 1000 veces por minuto el siguiente ciclo:

- compresión isoterma hasta $1/5$ del volumen inicial
- calentamiento adiabático hasta 327°C
- expansión isoterma
- enfriamiento adiabático hasta el estado inicial

- Representar el ciclo en un diagrama P-V
- Determinar el rendimiento del ciclo
- Calcular los litros de gasóleo que se consumen en una hora
- Calcular la potencia del motor
- ¿Cómo se podría mejorar este ciclo para obtener mayor rendimiento?

(Sol. 0.5, 0.5 lts/hora, 3.7 CV)

19. Un gas ideal diatómico se encuentra encerrado a 1 atm de presión y 13°C en un cilindro de 2 litros. El pistón empuja el gas en un proceso isoterma hasta que ocupa un volumen de 0.5 litros. A continuación, el gas se expande adiabáticamente hasta el volumen inicial.

- Calcular la presión y temperatura final.
- Calcular el incremento de energía interna del gas tras estos procesos.
- Hallar el trabajo en cada proceso e indicar si lo realiza el gas.
- ¿Hay que quemar combustible para suministrar calor al gas en alguno de estos procesos?
- Si mediante un proceso isócoro se vuelve al estado inicial, ¿este ciclo correspondería a una máquina térmica?

(Sol. 0.574 atm, 164.7 K, -214.2, + 280, -214.2 J, No, No)

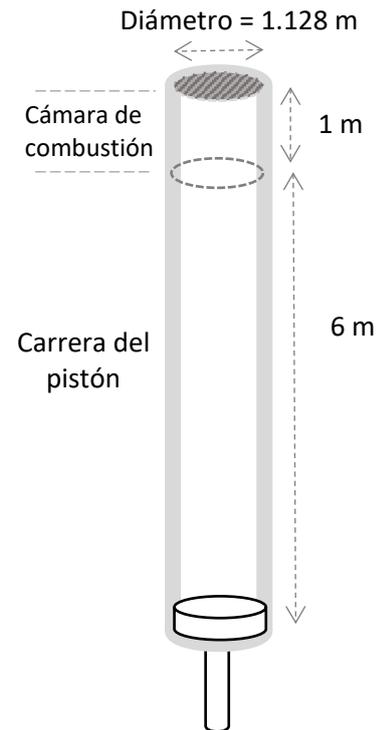
20. Un cilindro funciona siguiendo el ciclo de Otto: al comienzo del ciclo contiene 1 litro de aire (gas ideal diatómico) a 1 atm de presión y 27°C , el factor de compresión es 8 y se queman 0.02 cm^3 de gasolina por ciclo. Hallar el número de ciclos por minuto que debe realizar el cilindro para proporcionar una potencia de 20 CV. (Sol. 2230 cpm)

21. Un petrolero tiene un motor de dos tiempos con 6 cilindros. En cada cilindro, el pistón tiene un diámetro de 1.128 m. La carrera del pistón es de 6 m, y la altura de la cámara de combustión 1 m. El gas en los cilindros se puede considerar gas ideal diatómico. Cuando un pistón se encuentra al principio de la carrera, el gas está a 27°C y 1 atm de presión, y a continuación realiza el siguiente ciclo:

- el pistón recorre 2 m comprimiendo el gas a presión constante
- el pistón recorre 4 m más comprimiendo el gas adiabáticamente
- el gas se calienta a volumen constante
- el gas se expande adiabáticamente hasta el estado inicial

Se usa un fuel cuyo poder calorífico es de $2 \cdot 10^7\text{ J/kg}$ y, para navegar a velocidad de crucero de 12 nudos, cada cilindro realiza 120 ciclos por minuto.

Calcular el rendimiento del ciclo, los kg de fuel consumidos en un día y la potencia en CV que proporciona el motor a velocidad de crucero. (Sol. 0.53, 75000 kg, 12500 CV)



22. La cilindrada de una moto es 500 cm^3 (el volumen máximo de aire en el cilindro, que se considera gas ideal diatómico). El aire se admite a 1 atm y 27°C . Tras la admisión, el gas realiza el siguiente ciclo: compresión isoterma hasta $1/8$ del volumen inicial >> calentamiento a volumen constante hasta 327°C >> expansión isóbara >> expansión adiabática hasta el estado inicial

La moto consume gasolina de poder calorífico $3.5 \cdot 10^7\text{ J/litro}$ y el motor ha de ofrecer una potencia máxima de 50 CV. Calcular: a) ciclos por minuto para obtener la potencia máxima b) los litros de gasolina consumidos en una hora a máxima potencia c) rendimiento del ciclo. (Sol. 35000 cpm, 10 litros, 0.38)

PRACTICA 10: ELEMENTOS Y MEDIDAS ELÉCTRICAS

Objetivo

Identificar los elementos básicos de un circuito eléctrico y expresar la mejor estimación de una serie de medidas experimentales y su error.

Normas de seguridad

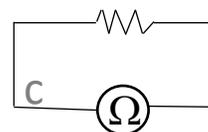
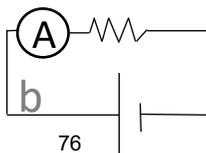
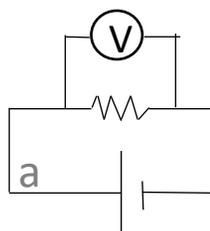
- Avisar al profesor cada vez que un montaje esté preparado.
- NO CONECTAR EL MAGNETOTÉRMICO: ES COMPETENCIA EXCLUSIVA DEL PROFESOR.
- Desconectar la fuente mientras no se estén realizando medidas. No superar el voltaje indicado.
- No conectar ningún cable o dispositivo a los enchufes de corriente alterna, solo a la fuente de continua.

Elementos

Tabla de conexiones Cables de conexión Fuente c. continua  Resistencia 
Multímetro analógico y digital

Esquema de trabajo

1. Identificar los diferentes elementos del dispositivo experimental.
2. Conectar la fuente regulable con una de las resistencias (a). Fijar en 4 V la salida de la fuente.
3. Medir con un multímetro digital la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia en tres escalas distintas. Escribir el resultado de cada medida con su error.
4. Romper el circuito para conectar el multímetro en serie con la resistencia y la fuente (b).
5. Medir con el multímetro la intensidad que atraviesa la resistencia en la escala que proporcione la mayor precisión. Escribir el resultado de la medida con su error.
6. Desconectar la resistencia de la fuente y conectarla solo al multímetro (c).
7. Realizar cinco medidas directas de la resistencia con el multímetro en una misma escala. Escribir el resultado de la medida con su error.
8. Repetir los puntos 2 a 5 sustituyendo el multímetro digital por uno analógico.
9. Recoger todo el material utilizado.



Dispositivo experimental

En esta práctica se utilizan los instrumentos de uso más frecuente para analizar circuitos eléctricos: voltímetros, amperímetros, óhmmetros... Es frecuente que varios de estos instrumentos estén incluidos en un único dispositivo denominado multímetro, polímetro o téster, por lo que se ha de prestar especial atención a que la conexión del multímetro sea la adecuada para el tipo de medida que se pretende realizar. Si nunca se ha utilizado este aparato es conveniente leer un tutorial antes de acudir al laboratorio (p.ej. <https://tuelectronica.es/uso-basico-del-multimetro/>).

Existen dos grandes tipos de multímetros, según la forma de expresar la medida: analógicos o digitales. Es importante conocer la precisión del instrumentos en cada uno de estos tipos de multímetros.

- Multímetros analógicos: la precisión suele representarse como

$$\pm \text{porcentaje del fondo de escala}$$

Por tanto, para lograr una precisión aceptable, se ha de escoger la escala en la que la medida se acerque lo más posible al fondo de escala.

Ejemplo: voltímetro analógico con precisión del 3% en todas las escalas *

Escala	Lectura	Precisión	Error relativo
100 V	7 V	$\pm 3 \cdot 100 / 100 = \pm 3 \text{ V}$	42 %
10 V	7 V	$\pm 3 \cdot 10 / 100 = \pm 0.3 \text{ V}$	4.2 %

- Multímetros digitales: los fabricantes suelen representar la precisión como

$$\pm (\text{porcentaje de la lectura del instrumento} + n \text{ último dígito})$$

Por esta razón, se ha de escoger la escala en la que la medida muestre el mayor número de dígitos

Ejemplo: voltímetro digital de 3½-dígitos con precisión de $\pm (0.5\% + 3 \text{ último dígito})$ en todas las escalas*

Escala	Lectura	Precisión	Error relativo
200 V	01.2 V	$\pm (0.5 \cdot 1.2 / 100 + 3 \cdot 0.1) = \pm 0.3 \text{ V}$	25 %
20 V	1.20 V	$\pm (0.5 \cdot 1.2 / 100 + 3 \cdot 0.01) = \pm 0.036 \text{ V}$	3 %
2 V	1.200 V	$\pm (0.5 \cdot 1.2 / 100 + 3 \cdot 0.001) = \pm 0.009 \text{ V}$	0.8 %

(*) Nota: en algunos instrumentos el porcentaje o el error en el último dígito puede variar entre escalas

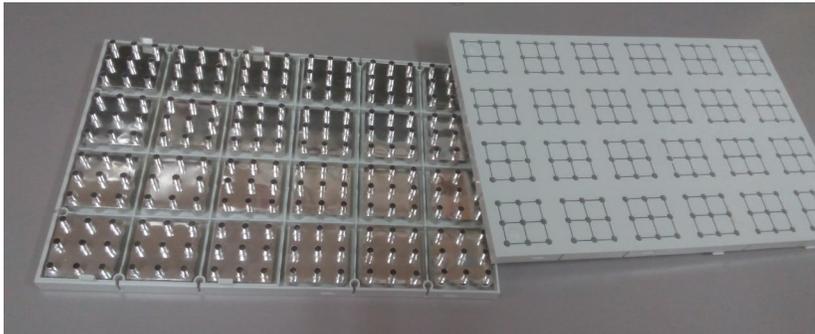


Tabla de conexiones: fotografías del interior del elemento.

PRÁCTICA 11: CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR

Objetivo

Analizar la carga y descarga de un condensador en un circuito RC para obtener su capacidad.

Normas de seguridad

- Avisar al profesor cada vez que un montaje esté preparado.
- NO CONECTAR EL MAGNETOTÉRMICO: ES COMPETENCIA EXCLUSIVA DEL PROFESOR.
- Desconectar la fuente mientras no se estén realizando medidas. No superar el voltaje indicado.
- Respetar la polaridad del condensador.

Fundamentos

Una de las actividades esenciales en cualquier actividad industrial es el control de calidad. En esta práctica se simula el control de calidad sobre uno de los elementos básicos de los circuitos eléctricos y electrónicos.

Elementos

Fuente c. continua	Cables de conexión (7)	Tabla de conexiones	Multímetro digital
Resistencia 100 k Ω	Condensador	Cronómetro	Conmutador

Esquema de trabajo

1. Identificar los diferentes elementos del dispositivo experimental y la polaridad en el condensador
2. Montar el circuito para realizar la carga y descarga del condensador (Fig. 1, con atención a su polaridad)
3. Medir cada 10 s la tensión entre las placas del condensador durante el proceso de carga y descarga.
4. Representar la tensión V entre las placas del condensador en función del tiempo
5. Representar el $\ln(V)$ en función del tiempo solo para los datos de la descarga
6. Obtener la capacidad del condensador por el método de mínimos cuadrados (con su error)
7. Comparar la capacidad obtenida con la indicada por el fabricante (tolerancia del fabricante = 20%)
8. Hallar la constante del tiempo del circuito: $\tau = RC$.

Descripción del dispositivo

Para analizar el proceso de carga y descarga del condensador, se ha de medir en un circuito RC la diferencia de potencial entre las placas del condensador en función del tiempo. Una opción sencilla para realizar ambos procesos es utilizar un conmutador* que permita elegir entre dos circuitos: uno con fuente de corriente continua, una resistencia y el condensador en serie, y otro circuito con la resistencia de 100 kΩ (error $\Delta R = 5 \text{ k}\Omega$) y el condensador. Es decir, en el primer caso se produce la carga del condensador y en el segundo la descarga. Se ha de tener en cuenta que si se usa en la carga una resistencia diferente a la de la descarga la constante de tiempo será diferente.

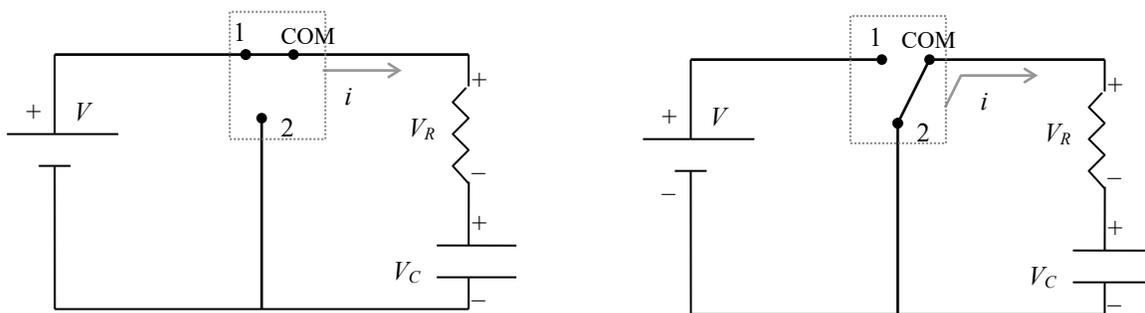


Fig. 1 Carga del condensador

Descarga del condensador

Fundamentos teóricos: circuito RC

A. Carga del condensador Sea el circuito de la Figura 1 con el conmutador en la posición 1.

Según la segunda ley de Kirchoff: $V = V_R + V_C = R i + \frac{Q}{C} = R i + \frac{1}{C} \int i dt$

Derivando respecto al tiempo: $0 = R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0$

La solución de esta ecuación diferencial es: $i(t) = \frac{V}{R} e^{-t/RC}$

con la condición inicial $i = V/R$ en $t = 0$. La tensión en la resistencia y en el condensador será:

$$V_R = R i = V e^{-t/RC} \quad \text{y} \quad V_C = \frac{1}{C} \int i dt = V(1 - e^{-t/RC})$$

* Un conmutador es un interruptor con tres puntos de conexión, uno de ellos común, que permite escoger entre dos conexiones

En cuanto a la carga: $Q = \int i dt = CV(1 - e^{-t/RC})$

En las Figuras 2, 3, 4 y 5 aparecen representadas las ecuaciones anteriores. La constante $\tau = RC$ se llama constante de tiempo del circuito.

B. Descarga del condensador Sea el circuito de la Figura 1 con el conmutador en la posición 2.

Según la segunda ley de Kirchoff: $V_R + V_C = 0 \Rightarrow Ri + \frac{1}{C} \int i dt = 0$

Derivando respecto al tiempo: $R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{i}{RC} = 0$

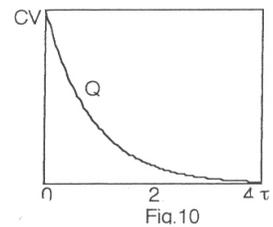
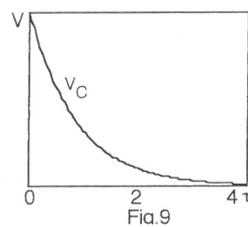
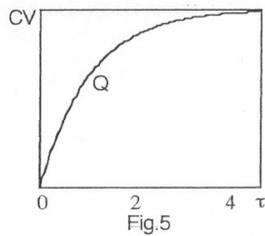
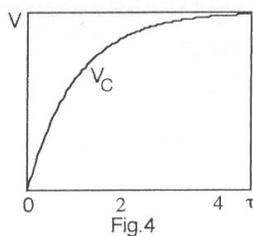
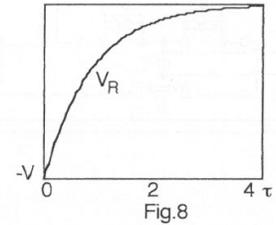
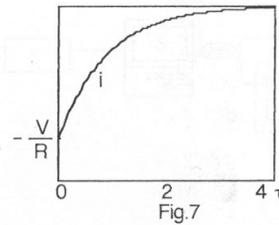
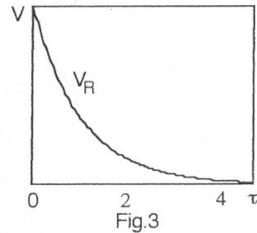
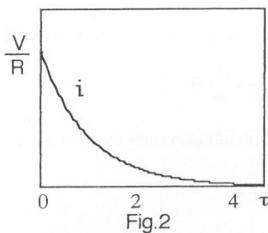
La solución de esta ecuación diferencial es: $i(t) = -\frac{V}{R} e^{-t/RC}$

con la condición inicial $i = -V/R$ en $t = 0$. La tensión en la resistencia y en el condensador es:

$$V_R = Ri = -Ve^{-t/RC} \quad \text{y} \quad V_C = \frac{1}{C} \int i dt = Ve^{-t/RC}$$

Mientras la carga es: $Q = \int i dt = CVe^{-t/RC}$

En las Figuras 7, 8, 9 y 10 aparecen representadas las ecuaciones anteriores.



PRÁCTICA 12: CALIBRACIÓN DE UNA RESISTENCIA ELÉCTRICA

Objetivo

Caracterizar resistores (obtener el valor de su resistencia eléctrica).

Normas de seguridad

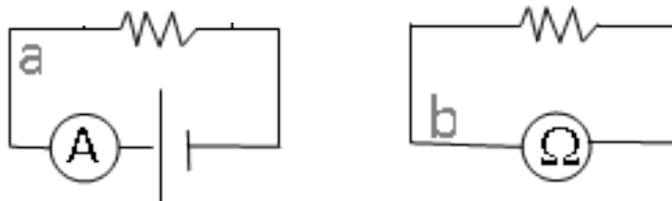
- Avisar al profesor cada vez que un montaje esté preparado.
- NO CONECTAR EL MAGNETOTÉRMICO: ES COMPETENCIA EXCLUSIVA DEL PROFESOR.
- Desconectar la fuente mientras no se estén realizando medidas. No superar el voltaje indicado.

Fundamentos

Una actividad esencial en cualquier proceso industrial es el control de calidad. En esta práctica se realiza el control de calidad sobre uno de los elementos básicos en los circuitos eléctricos y electrónicos, un resistor. El fundamento teórico del experimento es la ley de Ohm: $V = R I$ (V es la diferencia de potencial entre los extremos del resistor, R su resistencia eléctrica e I la intensidad que lo atraviesa).

Dispositivo experimental

Fuente c. continua Cables de conexión (8)
Tabla de conexiones Multímetro digital (2)
Resistencias



Esquema de trabajo

EXPERIMENTO 1

1. Conectar a la fuente un resistor y un amperímetro para medir I (figura a)
2. Variar el valor de la fuente desde 0 hasta 5 V en pasos de 0.5 V y medir la intensidad correspondiente
3. Representar los valores en una gráfica: V (ordenadas) - I (abscisas)
4. Obtener el valor de la resistencia y su error por el método de mínimos cuadrados

EXPERIMENTO 2

5. Desconectar el resistor y medir directamente su resistencia con un ohmímetro (figura b)
6. Comparar la precisión de los dos dispositivos utilizados para obtener la resistencia (ptos. 4 y 5)

CONTROL DE CALIDAD

7. Leer el valor de la resistencia y la tolerancia que indica el fabricante
8. Determinar si el resistor pasa el control de calidad según cada uno de los dos dispositivos empleados
9. Repetir el proceso con los demás resistores del bloque

PRÁCTICA 13: CONCEPTOS ELEMENTALES EN CIRCUITOS

Esta práctica consiste en diseñar y realizar montajes experimentales para comprender conceptos básicos sobre circuitos eléctricos.

Normas de seguridad

- Trabajar siempre con el interruptor magnetotérmico desconectado.
- Avisar al profesor cada vez que un montaje esté preparado.
- NO CONECTAR EL MAGNETOTÉRMICO: ES COMPETENCIA EXCLUSIVA DEL PROFESOR.
- Si las hubiera, seguir las instrucciones que figuren en cada cuestión.

Fundamentos

La Física es una ciencia experimental, todas las teorías han de ser contrastadas en el laboratorio. En este caso se han de comprobar cuestiones que ayudan a comprender conceptos básicos de los circuitos eléctricos.

Dispositivo experimental

Fuente c. alterna (230V)	Tabla de conexiones	Bombillas 2	Resistencias
Fuente c.c. regulable	Multímetros 2	Conmutadores 2	Cables de conexión

Esquema de trabajo

Para cada cuestión:

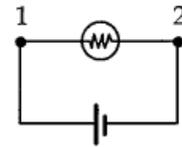
1. Leer la cuestión y marcar en la tabla de respuestas la opción correcta con una **X**.
2. Diseñar y realizar un montaje que permita comprobar experimentalmente la respuesta a la cuestión.
3. Avisar al profesor y explicar el montaje realizado.
4. A la vista del resultado experimental, marcar en la tabla la respuesta correcta con un **O**.

Cuestiones

Sólo hay una respuesta correcta por pregunta.
 Salvo que se indique, todas las bombillas deben considerarse idénticas.
 Se desprecia la resistencia de los cables y la resistencia interna de las baterías.

1) ¿En cuál de los puntos señalados es mayor la corriente eléctrica?

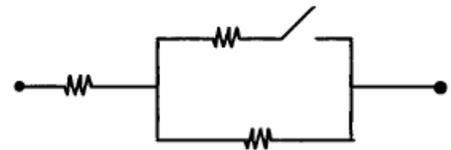
- (a) Punto 1
- (b) Punto 2
- (c) Es igual por ambos puntos



2) ¿Cómo varía la resistencia del conjunto cuando se cierra el interruptor?

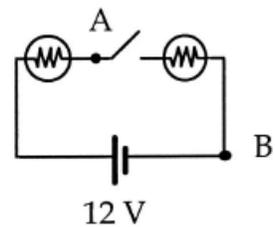
- (a) Aumenta
- (b) Disminuye
- (c) Permanece igual

▲ No conectar a corriente alterna.



3) ¿Cuál es la diferencia de potencial entre los puntos A y B?

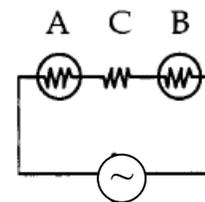
- (a) 0 V
- (b) 3 V
- (c) 6 V
- (d) 12 V



4) ¿Qué le ocurre al brillo de las bombillas A y B si se incrementa la resistencia C?

- (a) A sigue igual, B brilla menos
- (b) A brilla menos, B sigue igual
- (c) Ambas brillan más
- (d) Ambas brillan menos
- (e) El brillo de ambas sigue igual

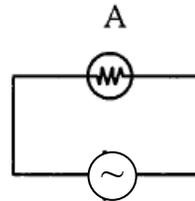
▲ Usar la década de resistencias para C; su valor no debe superar 900 Ω.



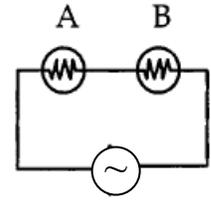
5) Comparar el brillo de la bombilla A en el circuito 1 y en el 2. ¿En cuál brilla más?

- (a) En el circuito 1
- (b) En el circuito 2
- (c) Igual en ambos

▲ Implementar a la vez con dos bombillas y un conmutador



Circuit 1

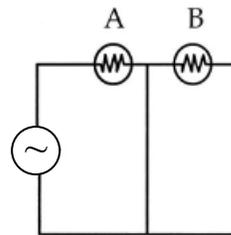


Circuit 2

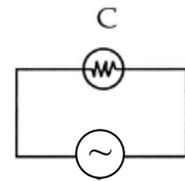
6) Comparar el brillo de las bombillas en los circuitos 1 y en el 2. ¿Cuál brilla más?

- (a) A
- (b) B
- (c) C
- (d) A y B
- (e) A y C

▲ Montar el circuito de la izquierda



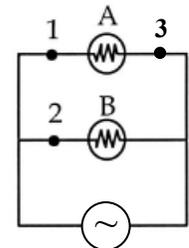
Circuit 1



Circuit 2

7) ¿Qué le ocurre al brillo de las bombillas A y B si se conecta un cable entre 1 y 2?

- (a) Ambas brillan más
- (b) Ambas brillan menos
- (c) Ambas brillan igual
- (d) A brillará más que B
- (e) Las bombillas ya no brillarán



8) ¿Qué le ocurre al brillo de las bombillas A y B si se conecta un cable entre 2 y 3?

- (a) Ambas brillan más
- (b) Ambas brillan menos
- (c) Ambas brillan igual
- (d) A brillará más que B
- (e) Las bombillas ya no brillarán

9) ¿Qué le ocurre a la diferencia de potencial entre 1 y 3 si se desconecta la bombilla B?

- (a) Aumenta
- (b) Disminuye
- (c) Se mantiene igual

10) ¿Qué le ocurre al brillo de las bombillas si se cierra el interruptor??

- (a) A seguirá igual, B brillará menos
- (b) A brillará más, B brillará menos
- (c) Ambas brillarán más
- (d) Ambas brillarán menos
- (e) Ambas seguirán igual

▲ Puede cambiarse C por una década de resistencias.
 Su valor no debe superar 900Ω *

*estudiar la potencia que soporta la década en este montaje

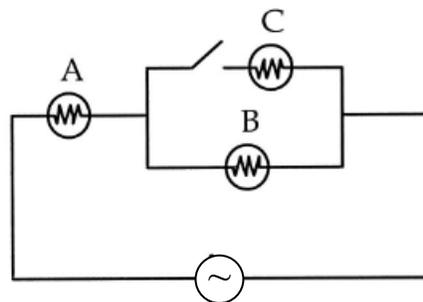


Tabla de respuestas

Cuestión	a	b	c	d	e
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

PRÁCTICA 14: CIRCUITOS ELÉCTRICOS

El objetivo de esta práctica es aprender a montar circuitos eléctricos sencillos, medir las magnitudes de mayor interés y comprender su comportamiento.

Normas de seguridad

- Trabajar siempre con el interruptor magnetotérmico desconectado.
- Avisar al profesor cada vez que un montaje esté preparado.
- NO CONECTAR EL MAGNETOTÉRMICO: ES COMPETENCIA EXCLUSIVA DEL PROFESOR.
- Si las hubiera, seguir las instrucciones que figuren en cada cuestión.

Dispositivo experimental

Fuente c. alterna (230V)	Tabla de conexiones	Bombillas 2
Cables de conexión	Multímetros 2	Conmutadores 2

Esquema de trabajo

1. Dibujar el esquema de un circuito con dos bombillas en serie, un interruptor y la fuente. Conectarlo.
2. Medir la diferencia de potencial y la intensidad en cada bombilla.
3. Dibujar el esquema de un circuito con dos bombillas en paralelo, interruptor y fuente. Conectarlo.
4. Medir la diferencia de potencial y la intensidad en cada bombilla.
5. Calcular para cada caso la potencia total disipada en cada bombilla y estimar su error.
6. Calcular para cada caso la resistencia de la bombilla mediante la ley de Ohm con su error.
7. Medir con el ohmímetro (con su error) la resistencia de la bombilla aislada de cualquier otro elemento.
8. Comparar los valores obtenidos para la resistencia de la bombilla. ¿Es un conductor óhmico?
9. Dibujar y montar un circuito que permita gobernar una bombilla desde dos posiciones distintas.
10. Diseñar y montar un circuito con más de dos conmutadores para gobernar una bombilla.

Preguntas

Las intensidades que se miden en la práctica, ¿resultarían peligrosas si atravesaran un cuerpo humano?

Los distintos elementos de un montaje doméstico, ¿se montan en serie o en paralelo?

Precisión de un experimento

a) *Una sola medida*: el error absoluto se toma igual a la precisión del instrumento de medida Δx_{ins} .

b) *Varias medidas*: si solo se realiza una medida se puede subestimar el error, por lo que conviene realizar numerosas medidas. Las fluctuaciones en la serie de medidas se aprovechan para realizar una estimación más realista del error.

Al realizar n medidas de una magnitud, x , se toma el valor medio como la mejor estimación de la magnitud:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Como en este cálculo solo usamos un número finito de medidas, n , se comete un error, que llamamos Δx_n^* :

$$\Delta x_n = \sqrt{\text{var}\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{\text{var } x}{n}}$$

donde la varianza $\text{var } x$ describe las fluctuaciones de las medidas, y se estima mediante:

$$\text{var } x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right]$$

El error del experimento es la combinación de este error Δx_n con el error del instrumento, Δx_{ins} :

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{ins}}^2 + \Delta x_n^2} = \sqrt{\Delta x_{\text{ins}}^2 + \frac{\text{var } x}{n}}$$

Así que el resultado final del proceso de medida se expresa como: $\langle x \rangle \pm \Delta x$

Puede apreciarse que si realizamos infinitas medidas Δx_n se anula y queda $\Delta x = \Delta x_{\text{ins}}$; es decir, no podemos lograr mayor precisión que la del instrumento. Sin embargo, esto no significa que se necesiten infinitas medidas para lograr la precisión del instrumento, se puede lograr con muchas menos si $\Delta x_n \ll \Delta x_{\text{ins}}$.

Por último, es interesante comentar una posibilidad para mejorar la precisión de algunos experimentos: puede resultar más ventajoso medir n repeticiones que medir n veces una única repetición. Por ejemplo, en lugar de medir con un flexómetro (de precisión 1 mm) el espesor de un folio 10000 veces (con lo que el error del espesor sería 1mm), podemos medir el espesor de 10000 folios. En la medida del espesor de los 10000 folios tendríamos la precisión de 1 mm, pero la incertidumbre se “reparte” entre los 10000 folios y podemos calcular (no medir) el espesor de un folio con mayor precisión que 1 mm. Dicho de otra manera, si mido el espesor de un folio con un instrumento, su precisión limita mi resultado, pero si mido 10000 folios, puedo calcular el espesor medio de un folio con mayor precisión.

Nota: en algunos experimentos no se busca el valor verdadero, como en el caso de la longitud de la varilla explicado antes. En tales casos, para estimar el error se utiliza $\text{var } x$ y no $\text{var}\langle x \rangle$, porque se refiere a la variabilidad de la medida, no al error en la estimación del valor medio. Este asunto queda fuera del ámbito del primer curso.

* Error en la estimación del error: no se debe olvidar que la fórmula anterior es una estimación del error. Nos podemos hacer una idea de su error mediante: $\sqrt{\text{var } x / 2(n-1)}$

Propagación de errores

En la mayoría de experimentos no se mide directamente la magnitud de interés, sino que se miden otras magnitudes y luego se calcula la magnitud buscada mediante procesos matemáticos o a partir de una gráfica. El error de esta magnitud final se obtiene a a partir de los errores de las magnitudes medidas, lo que se denomina propagación del error.

a) Error de una magnitud obtenida de una gráfica

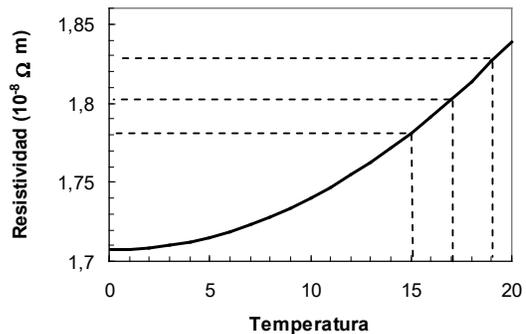
Cuando debamos deducir un valor con auxilio de una gráfica, $z = f(x)$, se determinarán los correspondientes valores de z , para $x + \Delta x$ y para $x - \Delta x$, y su error vendrá dado por:

$$\Delta z = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{2}$$

Ejemplo. Determinar la resistividad de un material a partir de la gráfica si la temperatura es $t = 17 \pm 2^\circ\text{C}$.

$$\text{Error} = (1.83 - 1.78)/2 = 0.03 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$$

$$\text{Resistividad} = 1.80 \pm 0.03 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$$



b) Error de una magnitud calculada a partir de una fórmula

Sea una magnitud f que depende de otras que se miden experimentalmente x, y, z según la fórmula $f(x,y,z)$. El error en f puede estimarse a partir de:

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z$$

donde $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ son los errores en x, y, z y ∂ significa derivada parcial.

Ejemplo. Determinar el volumen de un cilindro a partir de las medidas de su longitud, $l = 12.25 \pm 0.03 \text{ cm}$ y de su diámetro $d = 1.062 \pm 0.007 \text{ mm}$.

$$\text{El volumen es: } V = \frac{\pi d^2}{4} l = \frac{\pi \cdot 1.062^2}{4} \cdot 12.25 = 10.2176 \text{ mm}^3$$

$$\text{Su error: } \Delta V = \left| \frac{\partial V}{\partial l} \right| \Delta l + \left| \frac{\partial V}{\partial d} \right| \Delta d = \frac{\pi d^2}{4} \Delta l + \frac{2\pi d l}{4} \Delta d = \frac{\pi \cdot 1.062^2}{4} \cdot 0.03 + \frac{2\pi \cdot 1.062 \cdot 12.25}{4} \cdot 0.007 = 0.17 \text{ cm}^3$$

La fórmula anterior de derivadas parciales siempre se puede aplicar, pero en muchas ocasiones es más sencillo deducir el error directamente de la fórmula:

$$\Delta V = \frac{V_{\text{MAX}} - V_{\text{min}}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi(d + \Delta d)^2}{4} (l + \Delta l) - \frac{\pi(d - \Delta d)^2}{4} (l - \Delta l) \right) = 0.17 \text{ cm}^3$$

Por lo tanto, $V = 10.22 \pm 0.17 \text{ cm}^3$ (Nota: error relativo longitud 0.2%, diámetro 0.7% y volumen 1.7%)

c) Ajuste de una recta por mínimos cuadrados

En muchas ocasiones, puede establecerse una relación lineal entre dos magnitudes, x e y , que pueden medirse experimentalmente. En este caso no interesa medir siempre el mismo valor de las dos magnitudes, sino dejarlas que varíen para comprobar el cumplimiento de la ley lineal y obtener los parámetros de la recta. Por supuesto, los valores experimentales no se hallarán exactamente sobre una recta, sino distribuidos más o menos simétricamente a un lado y a otro de la misma. Para hallar la ecuación de la recta correspondiente se recurre al método de los mínimos cuadrados, con lo que se logra que los puntos experimentales queden distribuidos simétricamente a ambos lados de ella y lo más próximos posible.

La ecuación buscada es $y = m x + c$ y sus parámetros, m y c , con sus errores, se obtienen a partir de las medidas x_i e y_i :

$$m = \frac{T_{xy}}{T_x} \pm \sqrt{\frac{T_x T_y - T_{xy}^2}{(n-2) T_x^2}}$$

error de m

$$c = \bar{y} - \frac{T_{xy}}{T_x} \bar{x} \pm \sqrt{\frac{T_x T_y - T_{xy}^2}{(n-2) T_x^2} \left(\frac{T_x}{n} + \bar{x}^2 \right)}$$

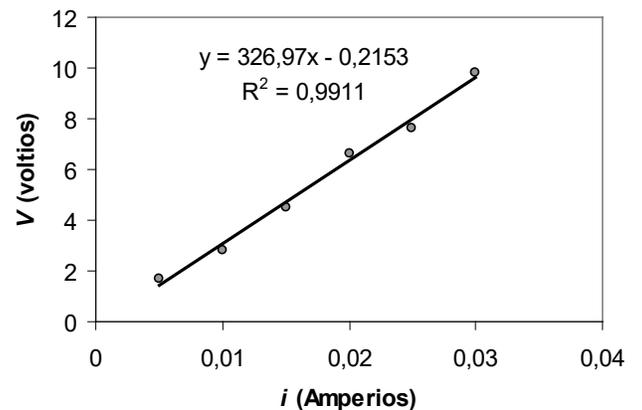
error de c

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$
$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i$
$T_x = \sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2$
$T_y = \sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2$
$T_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i$

Ejemplo. Determinar el valor de una resistencia mediante la ley de Ohm $V = R i$

Se miden los valores de la diferencia de potencial V para ciertos valores de la intensidad i que recorre la resistencia R .

i (Amperios) - x_i	V (Voltios) - y_i
0,005	1,69
0,010	2,80
0,015	4,49
0,020	6,62
0,025	7,63
0,030	9,81



A partir de estos valores se realizan las operaciones indicadas y se obtiene la resistencia $R = 327 \pm 15 \Omega$

Nota: también en este apartado pueden usarse métodos más sencillos para estimar el error como en los apartados a) y b).

FORMATO DE UN INFORME

El informe debe ser redactado de forma que alguien que no haya estado en el laboratorio comprenda el trabajo realizado y pueda reproducirlo y rehacer vuestros cálculos. Además, un error muy común es redactarlo como el guión de una práctica a realizar, cuando es en realidad la descripción de un trabajo ya realizado.

A continuación se presenta un esquema para la realización de los informes:

1. *Introducción*: debe contener el título del experimento, los nombres de los autores, la fecha y cualquier otra circunstancia de interés. Además debe contener el objetivo del experimento y un breve resumen sobre los fundamentos teóricos.
2. *Procedimiento experimental*: descripción del dispositivo utilizado y de los pasos seguidos.
3. *Medidas experimentales*: han de escribirse siempre **todas las medidas** tomadas en el laboratorio, en forma de tabla cuando proceda.
4. *Análisis y discusión*: se describen en esta sección los resultados obtenidos a partir de las medidas experimentales, se detalla el cálculo de errores, se construyen gráficas si es necesario... También se pueden discutir las limitaciones del método o posibles problemas durante el experimento. Por último, se presentan las principales conclusiones a las que se ha llegado tras el análisis anterior.
5. *Referencias*. Es importante citar todas las fuentes utilizadas, evitar el plagio (si algo se copia literalmente debe ir entre comillas) y respetar los derechos de autor.

Bibliografía complementaria

Física en la ciencia y en la industria, A. Cromer, editorial Reverté.

Expresión de la incertidumbre de medida en las calibraciones, norma EA-4/02, Empresa Nacional de Acreditación

Practical physics, G.L. Squires, editorial Cambridge University Press.

An introduction to uncertainty and measurement, L. Kirkup y B. Frenkel, editorial Cambridge University Press.

Laboratorio de Física con soporte interactivo en Moodle, J. Ablanque, R. Benito, J. Losada y L. Seidel, Pearson.

TABLA RESUMEN DE LA APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE ERRORES

		Valor de la magnitud	Error
MAGNITUDES MEDIDAS	Una sola medición	medida x	Error del instrumento Δx_{ins}
	n mediciones	\bar{x}	$\sqrt{\Delta x_{\text{ins}}^2 + \frac{\text{var } x}{n}}$
MAGNITUDES CALCULADAS	Fórmula = $f(x,y,z)$	$f(x,y,z)$	$\Delta f = \left \frac{\partial f}{\partial x} \right \Delta x + \left \frac{\partial f}{\partial y} \right \Delta y + \left \frac{\partial f}{\partial z} \right \Delta z \text{ ó}$ $\Delta f = \frac{f_{\text{MAX}} - f_{\text{min}}}{2}$
	Ajuste mínimos cuadrados $y = m x + c$ a partir de medidas (x_i, y_i)	$m = \frac{T_{xy}}{T_x}$ $c = \bar{y} - \frac{T_{xy}}{T_x} \bar{x}$	$\Delta m = \sqrt{\frac{T_x T_y - T_{xy}^2}{(n-2) T_x^2}}$ $\Delta c = \sqrt{\frac{T_x T_y - T_{xy}^2}{(n-2) T_x^2} \left(\frac{T_x}{n} + \bar{x}^2 \right)}$

Fórmulas utilizadas	
$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	$T_x = \sum (x_i^2) - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2$
$\text{var } x = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	$T_y = \sum (y_i^2) - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2$
	$T_{xy} = \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i$