

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

| Propiedad | Señal | Transformada | ROC |
|-----------------------------------|----------------------------------|---|----------------------------------|
| | $x(t)$ | $X(s)$ | $ROC = R$ |
| | $x_1(t)$ | $X_1(s)$ | $ROC = R_1$ |
| | $x_2(t)$ | $X_2(s)$ | $ROC = R_2$ |
| Linealidad | $ax_1(t) + bx_2(t)$ | $aX_1(s) + bX_2(s)$ | $ROC = R \supset R_1 \cap R_2$ |
| Desplazamiento temporal | $x(t - t_0)$ | $e^{-st_0}X(s)$ | $ROC = R$ |
| Desplazamiento dominio s | $e^{s_0 t}x(t)$ | $X(s - s_0)$ | $ROC = R + Re\{\sigma_0\}$ |
| Escalado | $x(at)$ | $\frac{1}{ a }X\left(\frac{s}{a}\right)$ | $ROC = \frac{R}{ a }$ |
| Conjugación | $x^*(t)$ | $X^*(s^*)$ | $ROC = R$ |
| Convolución | $x_1(t) * x_2(t)$ | $X_1(s) X_2(s)$ | $ROC \supset R_1 \cap R_2$ |
| Derivación en el tiempo | $\frac{dx(t)}{dt}$ | $sX(s)$ | $ROC \supset R \cap Re\{s\} > 0$ |
| Derivación en el dominio s | $-tx(t)$ | $\frac{dX(s)}{ds}$ | $ROC = R$ |
| Integración | $\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$ | $\frac{1}{s}X(s)$ | $ROC \supset R \cap Re\{s\} > 0$ |
| Teorema del valor inicial y final | | $\lim_{s \rightarrow \infty} sX(s) = x(0^+)$ $\lim_{s \rightarrow 0} sX(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ | |

TRANSFORMADAS DE LAPLACE DE FUNCIONES ELEMENTALES

| Señal | Transformada | ROC |
|---|--|----------------------------|
| $\delta(t)$ | 1 | todo s |
| $u(t)$ | $\frac{1}{s}$ | $\text{Re}\{s\} > 0$ |
| $-u(-t)$ | $\frac{1}{s}$ | $\text{Re}\{s\} < 0$ |
| $\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t)$ | $\frac{1}{s^n}$ | $\text{Re}\{s\} > 0$ |
| $-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(-t)$ | $\frac{1}{s^n}$ | $\text{Re}\{s\} < 0$ |
| $e^{-\alpha t} u(t)$ | $\frac{1}{s + \alpha}$ | $\text{Re}\{s\} > -\alpha$ |
| $-e^{-\alpha t} u(-t)$ | $\frac{1}{s + \alpha}$ | $\text{Re}\{s\} < -\alpha$ |
| $\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\alpha t} u(t)$ | $\frac{1}{(s + \alpha)^n}$ | $\text{Re}\{s\} > -\alpha$ |
| $-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-\alpha t} u(-t)$ | $\frac{1}{(s + \alpha)^n}$ | $\text{Re}\{s\} < -\alpha$ |
| $\delta(t - T)$ | e^{-sT} | todo s |
| $\cos(\omega_0 t) u(t)$ | $\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$ | $\text{Re}\{s\} > 0$ |
| $\sin(\omega_0 t) u(t)$ | $\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$ | $\text{Re}\{s\} > 0$ |
| $e^{-\alpha t} \cos(\omega_0 t) u(t)$ | $\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega_0^2}$ | $\text{Re}\{s\} > -\alpha$ |
| $e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t) u(t)$ | $\frac{\omega_0}{(s + \alpha)^2 + \omega_0^2}$ | $\text{Re}\{s\} > -\alpha$ |
| $u_n(t) = \frac{d^n \delta(t)}{dt^n}$ | s^n | todo s |
| $u_{-n}(t) = u(t) * \dots * u(t)$ (n veces) | $\frac{1}{s^n}$ | $\text{Re}\{s\} > 0$ |

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA UNILATERAL DE LAPLACE

| Propiedad | Señal | Transformada |
|-----------------------------------|---|--|
| | $x(t)$ $x_1(t)$ $x_2(t)$ | $\mathcal{X}(s)$ $\mathcal{X}_1(s)$ $\mathcal{X}_2(s)$ |
| Linealidad | $ax_1(t) + bx_2(t)$ | $a\mathcal{X}_1(s) + b\mathcal{X}_2(s)$ |
| Desplazamiento dominio s | $e^{s_0 t} x(t)$ | $\mathcal{X}(s - s_0)$ |
| Escalado | $x(at), \quad a > 0$ | $\frac{1}{a} \mathcal{X}\left(\frac{s}{a}\right)$ |
| Conjugación | $x^*(t)$ | $\mathcal{X}^*(s)$ |
| Convolución | $x_1(t) * x_2(t)$ | $\mathcal{X}_1(s) \mathcal{X}_2(s)$ |
| Derivación en el tiempo | $\frac{dx(t)}{dt}$ | $s\mathcal{X}(s) - x(0^-)$ |
| Derivación en el dominio s | $-tx(t)$ | $\frac{d\mathcal{X}(s)}{ds}$ |
| Integración | $\int_{0^-}^t x(\tau) d\tau$ | $\frac{1}{s} \mathcal{X}(s)$ |
| Teorema del valor inicial y final | $\lim_{s \rightarrow \infty} s\mathcal{X}(s) = x(0^+)$ $\lim_{s \rightarrow 0} s\mathcal{X}(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ | |