

Tema 5: Transformada de Laplace

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 1

La transformada de Laplace de un sistema LTI descrito mediante ecuaciones diferenciales viene dada por la siguiente expresión:

$$H(s) = \frac{2s + 5}{s + 2}$$

- a) Determinar la ecuación diferencial que describe el sistema.
- b) Suponiendo que el sistema es estable, calcular la respuesta al impulso $h(t)$.
- c) Obtener la salida del sistema cuando la entrada es $x(t) = e^{-t} u(t)$ y se sigue considerando el sistema estable.
- d) Para la misma entrada calcular la salida del sistema si éste ahora es anticausal.

PROBLEMA 2

Un sistema LTI causal y estable está descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 4 \frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 5x(t)$$

- a) Calcular la función de transferencia $H(s)$ y la respuesta en frecuencia $H(j\omega)$ del sistema LTI.
- b) Calcular la respuesta al impulso $h(t)$.
- c) Calcular la respuesta del sistema si $x(t) = e^{-2t} u(t)$

PROBLEMA 3

La respuesta de un sistema LTI a una entrada escalón unitario viene dada por

$$y(t) = u(t) - e^{-t} u(t) - te^{-t} u(t)$$

Calcular en función del tiempo la señal de entrada al sistema cuando la salida sea

$$w(t) = 2u(t) - 3e^{-t} u(t) + e^{-3t} u(t)$$

PROBLEMA 4

Considerar dos sistemas LTI, S_1 y S_2 , conectados en serie. El sistema S_2 es el inverso a S_1 . El sistema S_1 es causal y estable y su función de transferencia $H_1(s)$ tiene un cero en $s = \frac{1}{2}$ y un polo en $s = -1$; el sistema S_2 es estable.

- a) Encontrar las respuestas al impulso $h_1(t)$ y $h_2(t)$.
- b) Demostrar que $h_1(t) * h_2(t) = \delta(t)$

PROBLEMA 5

Considerar un sistema LTI cuya entrada $x(t)$ y salida $y(t)$ se relacionan mediante la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

- a) Calcular la expresión algebraica de la función de transferencia del sistema y dibujar los ceros y polos en el plano-s.
- b) Encontrar la respuesta al impulso del sistema para cada uno de los siguientes casos:
 - 1. El sistema es estable
 - 2. El sistema es causal
 - 3. El sistema no es causal ni estable

PROBLEMA 6

La señal de salida para un sistema causal, S_1 , viene dada por la expresión

$$y(t) = e^{-2t}u(t)$$

Se sabe que la función de transferencia del mismo es

$$H(s) = \frac{s-1}{s+1}$$

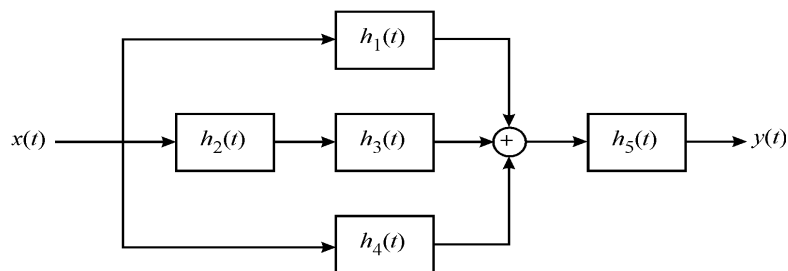
- a) Encontrar las posibles entradas al sistema que pueden producir la salida $y(t)$.
- b) Cuál es la entrada correcta si se sabe que

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$$

- c) Se sabe que existe un sistema inverso a S_1 , al que denotaremos como S_2 , que es estable, aunque no necesariamente causal. Encontrar la respuesta al impulso del sistema S_2 .

PROBLEMA 7

Considerar el sistema representado en la figura



Las respuestas al impulso de cada uno de los subsistemas vienen dadas por:

$$h_1(t) = h_2(t) = e^{-2t}u(t)$$

$$h_3(t) = e^{-t}u(t)$$

$$h_4(t) = \delta(t)$$

$$h_5(t) = e^{-3t}u(t)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

- a) Determinar si la respuesta al impulso $h(t)$ del sistema equivalente es estable.
- b) Calcular la función de transferencia y la respuesta al impulso de dicho sistema.

PROBLEMA 8

La función de transferencia de un sistema LTI causal viene dada por la siguiente ecuación:

$$H(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 2s + 2}$$

Determinar la respuesta del sistema $y(t)$, cuando la entrada al mismo viene dada por $x(t) = e^{-|t|}$, $-\infty < t < \infty$

