Tema 1: Introducción a las señales y los sistemas

PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 1

Sean $x_1(t)$ y $x_2(t)$ dos señales periódicas, de período fundamental T_1 y T_2 respectivamente, tal que:

$$x_1(t) = x_1(t + kT_1), \qquad k \in \mathbb{Z}$$

$$x_2(t) = x_2(t + mT_2), \qquad m \in \mathbb{Z}$$

Determinar la relación entre los periodos T_1 y T_2 para que $z(t) = x_1(t) + x_2(t)$ sea una señal periódica y determinar el periodo fundamental de $z(t)$

PROBLEMA 2

Estudiar la periodicidad de las siguientes señales

a) $x(t) = 5\sin\left(6t + \frac{\pi}{8}\right)$

b) $x(t) = \sin(3\pi t)\, u(t)$

c) $x(t) = 4\sin\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{8}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right)$

PROBLEMA 3

Estudiar la periodicidad de las siguientes secuencias

a) $x[n] = \cos\left(\frac{4\pi}{5}n + 1\right)$

b) $x[n] = \sin\left(\frac{n}{3}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}n\right)$

c) $x[n] = e^{j\frac{2\pi}{3}n} + e^{j\frac{3\pi}{4}n}$

d) $x[n] = e^{j\left(\frac{n}{3} - \frac{\pi}{4}\right)}$

PROBLEMA 4

Determinar la energía total y la potencia media de las siguientes señales:

a) $x(t) = 2$

b) $x[n] = (-1)^{3n}$

PROBLEMA 5

Determinar si las siguientes expresiones son verdaderas:

a) Si $x[n]$ es una señal impar, entonces $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] = 0$

b) Si $x_1[n]$ es una señal impar y $x_2[n]$ una señal par, entonces $x_1[n] \cdot x_2[n]$ es impar

c) Si $x[n]$ es una señal arbitraria de la que se conocen su parte par e impar, entonces: $\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e^2[n] + x_o^2[n]$

d) Si $x(t)$ es una señal impar, entonces $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt = 0$

e) Si $x_1(t)$ es una señal impar y $x_2(t)$ una señal par, entonces $x_1(t) \cdot x_2(t)$ es impar

f) Si $x(t)$ es una señal arbitraria de la que se conocen su parte par e impar, entonces: $\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_e^2(t)dt + \int_{-\infty}^{\infty} x_o^2(t)dt$

g) Calcular la parte par e impar de la señal $x[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$

PROBLEMA 6

Dibujar la señal $y(t) = x(6-3t)$ si $x(t)$ es la señal continua representada por la siguiente ecuación:

$$x(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t \leq 0 \\ 1, & 0 < t \leq 2 \\ 0, & otro\ t \end{cases}$$

PROBLEMA 7

Indicar cuál de las siguientes expresiones es correcta:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\delta(t-t_0)dt = x(t-t_0)$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = \delta(t-t_0)$

c) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0)$

PROBLEMA 8

Estudiar la memoria, causalidad, invertibildad, estabilidad, invarianza temporal y linealidad de los siguientes sistemas:

a) $y(t) = e^{x(t)}$

b) $y(t) = x[n]x[n-1]$