MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

25 de Octubre de 2013

1) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones no lineales mediante el método de Newton, con la máxima precisión que puedas.

$$\left\{\begin{array}{l}(1-\operatorname{sen} x_1)^2+(1.5-\operatorname{sen} x_2)^2+(\cos x_1-\cos x_2)^2=(x_3+0.25)^2\\(x_3+0.25)^3\operatorname{sen} x_1+2x_3(\cos x_2\operatorname{sen} x_1-\cos x_1)=0\\(x_3+0.25)^4\operatorname{sen} x_2+2x_3(\cos x_1\operatorname{sen} x_2-1.5\cos x_2)=0\end{array}\right.$$

¿Hay más de una solución? ¿Cuántas?

2) Dada la matriz

$$A=\begin{pmatrix} x_1 & 2 & -3 & 5 & 0 & x_1\,x_2\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & x_1 & x_2 & 0 & 5 & -2\\ 1 & -1 & 1 & -1 & x_1+x_2 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & x_1\,x_2 & -2\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -x_1 & -x_2\end{pmatrix}$$

determinar un valor de $x=(x_1,x_2)$, con la precisión que te permita tu ordenador, tal que -1 y -2 sean valores propios de A.

NOTA: Ambos problemas poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

29 de Noviembre de 2013

Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba que los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{25}} f(x) = \sum_{j=1}^{25}(x_j-1)^2 + 0.001\Big(\sum_{j=1}^{25} x_j^2 - \frac{1}{4}\Big)^2$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \log(1+\|x\|^2) + x_2 \operatorname{sen} x_1 + x_3\cos x_2 + x_1^2x_2^2x_3^2x_4^2$$

(3) $$\min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = x_1^2 + 1.5x_2^2 + x_3^2 + 1.5x_4^2 + x_5^2 + x_1(x_5-2x_3) - x_2(3x_4+x_5) + x_3x_5 - x_4x_5 + 5x_1 - 5x_3 + 5x_5$$

(4) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \exp(-x_1x_2) + (x_1-x_2)^2 + (x_1-x_2)x_3 + 2x_3^2 + x_3x_4 + x_4^2$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \exp(x_1x_2x_3x_4) + \operatorname{sen}(x_1x_2)\cos(x_3x_4) + x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 2x_4^2 - x_1x_2 - x_3x_4 - x_2x_3 - 2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 9x_4$$

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

17 de Enero de 2014

1) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la matriz A definida como sigue

n=25;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Determinar también un vector propio asociado a cada uno de los valores propios hallados.

2) Hallar todos los valores propios y los vectores propios asociados de la siguiente matriz A

n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n);

3) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz A situados en el intervalo $[-2, +2]$

n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n);A=A+A';

NOTAS

1. Todos los problemas poseen la misma puntuación.
2. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en prácticas. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

24 de Enero de 2014

1) Resolver el siguiente problema con la máxima precisión que puedas

$$\left\{\begin{array}{l} y''(t) = \operatorname{sen}(y(t)) + 0.01ty(t) + 0.1z(t) \\ z'(t) \; = \operatorname{sen}(y(t) + z(t)) + w(t) \\ w'(t) = \cos(y(t) + z(t) + w(t)) \\ z(0) = 0,\; w(0) = 1 \\ y(\pi) + z(\pi) + w(\pi) = 0 \\ y'(\pi) + z'(\pi) + w'(\pi) = 0 \end{array}\right. \qquad t \in [0, \pi]$$

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

$$\begin{array}{ll} \text{(i)} & \min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = 2x_1^4 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_1^2x_3 + 2x_2x_3 - x_1 - 2x_3 \\ \text{(ii)} & \min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + \frac{3}{2}x_3^2 + \frac{3}{2}x_4^2 - x_1x_2 + 3x_1x_3 + 2x_1x_4 \\ & \qquad - x_2x_3 + x_2x_4 + 2x_3x_4 + 3x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \\ \text{(iii)} & \min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = \dfrac{1}{1 + (x_1 + x_2 + x_3)^2} + \operatorname{sen}(x_1x_2) + \cos(x_2x_3) \end{array}$$

3) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz A

```
n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A';
```

Para cada valor propio λ hallar un vector propio x satisfaciendo $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M\|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión de la máquina.

NOTA: Todos los ejercicios poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

4 de Septiembre de 2014

1) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que te permita el ordenador.

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 8 \\ \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3) + \cos(x_4 + x_5) = \dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1) + \exp(x_2) + x_3 x_4 x_5 = 8 \\ \log(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + x_1 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 4 \end{cases}$$

2) Dado el problema de optimización

$$\text{(P)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = (x_1 + 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4$$

resuelvelo con la máxima precisión que puedas mediante el método de Newton, con cálculo analítico del hessiano, comenzando las iteraciones en el punto

$$x^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

¿Ha sido la convergencia cuadrática? ¿Cuál es la solución exacta del problema? Compara la solución obtenida con la exacta y explica los resultados.

NOTA: Todos los ejercicios poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

31 de Octubre de 2014

1) Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{l} u^2+v^2+w^2=0 \\ u\mathrm{e}^v+w=2 \\ u+vw=1 \end{array}\right.$$

probar que no posee soluciones reales. Se plantea entonces el cálculo de las soluciones complejas del mismo: $u=x_1+ix_2$, $v=x_3+ix_4$ y $w=x_5+ix_6$. Transformar el sistema complejo en un sistema real de doble dimensión y obtener mediante el método de Newton una solución u, v y w. ¿Es la solución única?. (Nota: para comenzar las iteraciones no olvidar que no hay soluciones reales u, v y w al sistema planteado).

2) Resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales con la máxima precisión que te permita tu ordenador

$$\left\{\begin{array}{l} y''(t)+\dfrac{y(t)}{(y^2(t)+z^2(t))^{3/2}}=0 \quad t\in[0,\dfrac{\pi}{2}] \\ z''(t)+\dfrac{z(t)}{(y^2(t)+z^2(t))^{3/2}}=0 \\ y(0)=-1,\ z(0)=1 \\ y(\dfrac{\pi}{2})=z(\dfrac{\pi}{2}),\ y'(\dfrac{\pi}{2})+z'(\dfrac{\pi}{2})=1. \end{array}\right.$$

NOTA: Ambos problemas poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

5 de Diciembre de 2014

Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso con la máxima precisión que te permita tu ordenador. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = \mathrm{e}^{x_1} + 2x_2^4 - x_2^2x_3 + \frac{1}{2}x_3^2 - x_1 - 2x_2 + 3x_3$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = \|x\|^2 \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{5} x_j\Big) + \prod_{j=1}^{5} x_j^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{5}(1+x_j)^2$$

(3) $$\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1 \exp(x_1x_2x_3) + x_1^4 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + x_3^2$$

(4) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big) \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{10}\Big(x_j - j\Big)^2$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = x_1(x_1 - 2x_3 - x_5) + \frac{3}{2}x_2(x_2 - 2x_4 - \frac{2}{3}x_5) + x_3^2 + \frac{3}{2}x_4^2 - x_5(x_3 + x_4 - x_5) - x_1 + x_3 - x_5$$

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

16 de Enero de 2015

1) Hallar todos los valores propios y los vectores propios asociados de las siguientes matrices A

```
n=10;randn('seed',100);A=randn(n,n);
n=10;randn('seed',200);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);
n=10;randn('seed',300);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A';
```

2) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz A situados en el intervalo $[0, 1]$

```
n=100;randn('seed',400);A=randn(n,n);A=A*A';
```

NOTAS

1. Todos los problemas poseen la misma puntuación: 2.5 puntos.
2. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en prácticas. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

23 de Enero de 2015

1) Resolver mediante el método de Newton el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 8 \\ \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3) + \cos(x_4 + x_5) = \dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1) + \exp(x_2) + x_3 x_4 x_5 = 8 \\ \log(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + x_1 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5^2 = 0 \end{cases}$$

2) Resolver el siguiente problema de contorno

$$\begin{cases} y^{(4)}(t) = y'(t)\operatorname{sen}(y(t)) - t y''(t) \quad t \in [0, \pi] \\ y(0) = y'(0) = 1 \\ y(\pi) = 1,\ y'(\pi) = y''(\pi). \end{cases}$$

3) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilizar en todos los casos el mismo método numérico.

(i) $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 + 3x_1x_2 + 6x_1x_3 + x_2x_3 + x_1 + x_2 + x_3 + \exp(x_1 - x_2 + x_3)$

(ii) $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1x_2 + 2x_3x_4 + \exp(x_1 - x_2 + x_3 - x_4)$

(iii) $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = \dfrac{1}{1 + (x_1 + 2x_2 + 3x_3)^2} + \sum\limits_{j=1}^{3} (\mathrm{e}^{x_j} - x_j + \operatorname{sen} x_j)$

4) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la siguiente matriz A

n=25;randn('seed',0);A=randn(n,n)-5*i*randn(n,n);

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados. Aplicar el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|A\|_\infty$ cuando sea necesario.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

4 de Septiembre de 2015

1) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x_1) & \cos(x_2) & 3 & 1 \\ 0 & 2 & x_3 & x_4 \\ x_1+2 & x_2-1 & 1 & x_4+1 \\ 1 & -1 & x_3 & x_2x_3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1+x_1^2} & \dfrac{-1}{1+x_2^2} & x_3 & x_4 \\ x_1x_3 & x_2x_4 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & x_1+x_3 \\ 2 & x_3+x_4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

resuelve el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que te permita el ordenador.

$$\begin{cases} \det(A) = 1 \\ \det(B) = 0 \\ \det(A-B) = 1 \\ \det(A+B) = 0 \end{cases}$$

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(i) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^4 + 3x_1x_2 + 6x_1x_3 + x_2x_3 + x_1 + x_2 + x_3 + \exp(x_1 - x_2 + x_3)$

(ii) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1x_2 + 2x_3x_4 + \log(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)$

(iii) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = \frac{1}{1+(x_1+2x_2+3x_3)^2} + x_1^2x_2^2x_3^2 + \operatorname{sen}\left(\sum_{j=1}^{3} x_j\right)$

3) Hallar todos los valores propios y los vectores propios asociados de la siguiente matriz A

n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n);

NOTAS

1. Todos los problemas poseen la misma puntuación.
2. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en prácticas. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

30 de Octubre de 2015

1) Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{l} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4 \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = 4 \\ x_1^5 + 5x_2 + 5x_3 + x_4^5 = 12 \\ x_1^3 + 3x_2 + 3x_3 + x_4^3 = 8 \end{array}\right.$$

resolverlo mediante el método de Newton, iniciando las iteraciones en el punto

$$x = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 0.9 \\ 1.1 \\ 0.9 \end{pmatrix}.$$

Detened las iteraciones cuando $\|f(x^k)\| < 10^{-8}$. ¿Es la convergencia cuadrática? Explica el comportamiento del algoritmo.

2) Resolver el siguiente problema con la máxima precisión que puedas

$$\left\{\begin{array}{l} y''(t) = 0.001ty(t) + z(t) \\ z''(t) = z(t) + w(t) \\ w'(t) = \cos(z(t)) + w(t) \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y(\pi) = 1, y'(\pi) = 0, w(\pi) = w(0) \end{array}\right. \qquad t \in [0, \pi]$$

NOTA: Ambos problemas poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

4 de Diciembre de 2015

Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{25}} f(x) = \exp\Big(0.01\sum_{j=1}^{25} jx_j\Big) + \sum_{j=1}^{25} x_j(\operatorname{sen} x_j + \frac{1}{2j}x_j)$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x) = 0.1x_1^4 + 10(x_1x_2 + x_1x_3) + x_2x_3 + x_2^2 + x_3^2 + 3x_1 - 2x_2 + x_3$$

(3) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{25}} f(x) = \sum_{j=1}^{25} x_j \cos x_j + \Big(\sum_{j=1}^{25} x_j^2\Big) \exp\big(-\sum_{j=1}^{25} x_j\big)$$

(4) $$\begin{aligned}\min_{x\in\mathbb{R}^{5}} f(x) = {} & \frac{15}{2}x_1^2 + 33x_1x_2 + 51x_1x_3 + 7x_1x_4 + 3x_1x_5 + 39x_2^2 + 123x_2x_3 + 16x_2x_4 + 9x_2x_5 \\ & + \frac{195}{2}x_3^2 + 25x_3x_4 + 15x_3x_5 + \frac{5}{2}x_4^2 + 3x_4x_5 + \frac{9}{2}x_5^2 + x_1 - x_3 + 2x_4 - 2x_5\end{aligned}$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x) = x_1^4 + x_2^2 + x_3^2 + 0.01x_1x_2x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2 - x_3$$

NOTA: La correcta aplicación del método de Newton y BFGS tiene un valor de 2.5 puntos en cada caso. Los puntos restantes se destribuirán entre los cinco ejercicios, en partes iguales, dependiendo de que las respuestas sean correctas.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

15 de Enero de 2016

1) Hallar todos los valores propios de las siguientes matrices A

n=10;randn('seed',15012016);A=randn(n,n);
n=10;randn('seed',15012016);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A′;

Calcular también un vector propio asociado para cada valor propio.

2) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la siguiente matriz A

n=100;randn('seed',15012016);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Calcular también un vector propio asociado para cada valor propio.

NOTAS

1. Cada uno de los tres problemas posee la misma puntuación.
2. El cálculo de los valores propios de una matriz A debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en prácticas. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

22 de Enero de 2016

1) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones

$$\textbf{(1.1)} \qquad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + \exp(x_3 + x_4) = 1.007 \\ 6x_1 - 4x_2 + \exp(3x_3 + x_4) = 1.1 \\ x_1^4 - 4x_2^2 + 6x_3 - 8x_4 = 20 \\ x_1^2 + 2x_2^3 + x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\textbf{(1.2)} \qquad \begin{cases} \det(A) = 1 \\ \det(B) = 0 \\ \det(A - B) = 1 \\ \det(A + B) = 0 \end{cases}$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x_1) & \cos(x_2) & 3 & 1 \\ 0 & 2 & x_3 & x_4 \\ x_1 + 2 & x_2 - 1 & 1 & x_4 + 1 \\ 1 & -1 & x_3 & x_2 x_3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1 + x_1^2} & \dfrac{-1}{1 + x_2^2} & x_3 & x_4 \\ x_1 x_3 & x_2 x_4 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & x_1 + x_3 \\ 2 & x_3 + x_4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Nota: Utilizar un método distinto para cada uno de los dos sistemas anteriores.

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprobar si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilizar en todos los casos el mismo método numérico.

$$\textbf{(2.1)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 x_2^2 + x_3^2 x_4^2 + \sin^2 x_1 + \sin x_2 + \cos x_3 + \sin^2 x_4 + \exp\left(\sum_{j=1}^{4} x_j\right)$$

$$\textbf{(2.2)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1 x_2 + 2x_3 x_4 + \sum_{j=1}^{4} \sin x_j$$

$$\textbf{(2.3)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^{20}} f(x) = \frac{1}{1 + \|x\|^2} + \sum_{j=1}^{20} (\mathrm{e}^{x_j} - j x_j + \operatorname{sen} x_j)$$

3.1) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la siguiente matriz A

n=25;randn('seed',22012016);A=randn(n,n)-5∗i∗randn(n,n);

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

3.2) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz A situados en el intervalo $[0, 1]$

n=25;randn('seed',22012016);A=0.2∗randn(n,n)-0.01∗i∗randn(n,n);A=A+A′;

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz A, se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

6 de Septiembre de 2016

1) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x_1) & \cos(x_2) & 3 & 1 \\ 0 & 2 & x_3 & x_4 \\ x_1+2 & x_2-1 & 1 & x_4+1 \\ 1 & -1 & x_3 & x_2x_3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1+x_1^2} & \dfrac{-1}{1+x_2^2} & x_3 & x_4 \\ x_1x_3 & x_2x_4 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & x_1+x_3 \\ 2 & x_3+x_4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

resuelve el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que te permita el ordenador.

$$\begin{cases} \det(A) = 1 \\ \det(B) = 0 \\ \det(A-B) = 1 \\ \det(A+B) = 0 \end{cases}$$

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(i) $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = x_1^4 - x_2^3 + x_3^4x_4^2 + \mathrm{e}^{x_2}(1 + x_1^2 + x_3^2) + x_3 + x_4$

(ii) $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = \log(1 + x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2) + x_1^4 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - x_2x_3 - x_1 - x_2 - x_3$

(iii) $\min\limits_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1 \cos(x_1x_2x_3) + x_2 \operatorname{sen}(x_1x_2x_3) + x_1^2x_2^2x_3^2$

3) Hallar todos los valores propios y los vectores propios asociados de la siguiente matriz A

n=10;randn('seed',π);A=randn(n,n);

NOTAS

1. Todos los problemas poseen la misma puntuación.
2. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en prácticas. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Mx - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M \|M\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

28 de Octubre de 2016

1) Resolved el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que os permita el ordenador

$$\left\{\begin{array}{l} x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2=8 \\ \operatorname{sen}(x_1+x_2+x_3)+\cos(x_4+x_5)=\dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1)+\exp(x_2)+x_3x_4x_5=8 \\ \log(1+x_1^2+x_2^2+x_3^2)+x_1+x_4+x_5=3 \\ x_1-x_2+x_3-x_4+x_5=4 \end{array}\right.$$

2) Resolved el siguiente problema con la máxima precisión que podáis

$$\left\{\begin{array}{l} y'(t)=\operatorname{sen}(y(t))\cos(z(t))+w(t) \\ z'(t)=\cos(y(t))+\operatorname{sen}(z(t)) \\ w'(t)=\cos(y(t))\cos(w(t))+\operatorname{sen} t \\ y(0)=y(2\pi),\ z(0)=z(2\pi),\ w(0)=w(2\pi) \end{array}\right. \qquad t\in[0,2\pi].$$

Nota: Tomad $\varepsilon_a=10^{-14}$ y $\varepsilon_r=10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

NOTA: Ambos problemas poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

2 de Diciembre de 2016

Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \mathrm{e}^{x_1} + \cos(x_1x_2x_3) - x_1^3 + x_2^2 + x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \prod_{j=1}^{10} x_j^2 + \sum_{j=1}^{10} x_j^2\mathrm{e}^{x_j} + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big)$$

(3) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big)\log(1+\|x\|^2) + \exp\Big(-\sum_{j=1}^{10} x_j\Big)$$

(4) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \exp\big(\sum_{j=1}^{10} jx_j\big) + 0.1\|x\|^2 + \sum_{j=1}^{10} x_j\operatorname{sen} x_j$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = \frac{15}{2}x_1^2 + 33x_1x_2 + 51x_1x_3 + 7x_1x_4 + 3x_1x_5 + 39x_2^2 + 123x_2x_3 + 16x_2x_4 + 9x_2x_5$$
$$+\frac{195}{2}x_3^2 + 25x_3x_4 + 15x_3x_5 + \frac{5}{2}x_4^2 + 3x_4x_5 + \frac{9}{2}x_5^2 + x_1 - x_3 + 2x_4 - 2x_5$$

NOTA: La correcta aplicación del método de Newton y BFGS tiene un valor de 2.5 puntos en cada caso. Los puntos restantes se destribuirán entre los cinco ejercicios, en partes iguales, dependiendo de que las respuestas sean correctas.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

13 de Enero de 2017

I) Hallar todos los valores propios y los vectores propios asociados de las siguientes matrices A

1- n=10;randn('seed',1000);A=randn(n,n);
2- n=10;randn('seed',2000);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);
3- n=10;randn('seed',3000);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A′;

II) Hallar todos los valores propios menores que 1 de la siguiente matriz A

4- n=100;randn('seed',4000);A=randn(n,n);A=A*A′;

NOTAS

1. Todos los problemas poseen la misma puntuación: 2.5 puntos.
2. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en prácticas. En cuanto a los vectores propios de una matriz A, se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

24 de Enero de 2017

1) Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones

$$
\textbf{(1A)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 4x_2 + \exp(x_3 + x_4) = 1.007 \\ 6x_1 - 4x_2 + \exp(3x_3 + x_4) = 1.1 \\ x_1^4 - 4x_2^2 + 6x_3 - 8x_4 = 20 \\ x_1^2 + 2x_2^3 + x_3 - x_4 = 4 \end{array} \right.
$$

$$
\textbf{(1B)} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \det(A) = 1 \\ \det(B) = 0 \\ \det(A - B) = 1 \\ \det(A + B) = 0 \end{array} \right.
$$

donde

$$
A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x_1) & \cos(x_2) & 3 & 1 \\ 0 & 2 & x_3 & x_4 \\ x_1 + 2 & x_2 - 1 & 1 & x_4 + 1 \\ 1 & -1 & x_3 & x_2 x_3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1 + x_1^2} & \dfrac{-1}{1 + x_2^2} & x_3 & x_4 \\ x_1 x_3 & x_2 x_4 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & x_1 + x_3 \\ 2 & x_3 + x_4 & -1 & 1 \end{pmatrix}
$$

Nota: Utilizar un método distinto para cada uno de los dos sistemas anteriores.

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprobar si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilizar en todos los casos el mismo método numérico.

$$
\textbf{(2A)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 x_2^2 + x_3^2 x_4^2 + \sin^2 x_1 + \sin x_2 + \cos x_3 + \sin^2 x_4 + \exp\left(\sum_{j=1}^{4} x_j \right)
$$

$$
\textbf{(2B)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1 x_2 + 2x_3 x_4 + \sum_{j=1}^{4} \sin x_j
$$

$$
\textbf{(2C)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^{20}} f(x) = \frac{1}{1 + \|x\|^2} + \sum_{j=1}^{20} (\mathrm{e}^{x_j} - j x_j + \operatorname{sen} x_j)
$$

3A) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la siguiente matriz A

n=100;randn('seed',3);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

3B) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz

n=10;randn('seed',3);A=randn(n,n);A=A-A′;

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz A, se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

6 de Septiembre de 2017

1) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que puedas

$$\begin{cases} y''(t) = 0.001ty(t) + z(t) \\ z''(t) = z(t) + w(t) \\ w'(t) = \cos(z(t)) + w(t) \\ y(0) = 0, y'(0) = 0, y(\pi) = 1, y'(\pi) = 0, w(\pi) = w(0) \end{cases} \qquad t \in [0, \pi]$$

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(i) $\min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^4 + 3x_1x_2 + 6x_1x_3 + x_2x_3 + x_1 + x_2 + x_3 + \exp(x_1 - x_2 + x_3)$

(ii) $\min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1x_2 + 2x_3x_4 + \log(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2)$

(iii) $\min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = \dfrac{1}{1 + (x_1 + 2x_2 + 3x_3)^2} + x_1^2x_2^2x_3^2 + \operatorname{sen}\left(\sum_{j=1}^{3} x_j\right)$

3A) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la siguiente matriz A

n=100;randn('seed',3);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

3B) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz

n=10;randn('seed',3);A=randn(n,n);A=A-A';

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz A, se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

27 de Octubre de 2017

1) Resolved el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que os permita el ordenador

$$\left\{\begin{array}{ccc} x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2 & = & 12 \\ x_1x_2x_3x_4 & = & 5 \\ x_1^2+x_2^2-x_3^2-x_4^2 & = & 0 \\ x_1+x_2^2+x_3^3+x_4^4 & = & 25 \end{array}\right.$$

2) Resolved el siguiente problema con la máxima precisión que os permita el ordenador

$$\left\{\begin{array}{l} y^{(4)}(t)+y^3(t)+ty(t)+z(t)=0 \\ z^{(4)}(t)+3y^2(t)z(t)+tz(t)=y(t)-\cos t \\ y(0)=1, y'(0)=0, y(\pi)=-1, y'(\pi)=0, z(0)=z'(0)=z(\pi)=z'(\pi)=0 \end{array}\right. \qquad t\in[0,\pi].$$

Nota: Tomad $\varepsilon_a=10^{-14}$ y $\varepsilon_r=10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

NOTA: Ambos problemas poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

1 de Diciembre de 2017

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \prod_{j=1}^{10} x_j^2 + \operatorname{sen}\left(\sum_{j=1}^{10} x_j\right) + \exp\left(\sum_{j=1}^{10} x_j\right)$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{20}} f(x) = \sum_{j=1}^{20} \exp(x_j) + \prod_{j=1}^{20} x_j^2 - \sum_{j=1}^{20} j x_j$$

(3) $$\begin{aligned}\min_{x\in\mathbb{R}^{5}} f(x) = {} & 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 + 1.5x_4^2 + 2x_5^2 + x_1(x_5 - 2x_3) - x_2(3x_4 + x_5) + x_3x_5 - x_4x_5 \\ & +5x_1 - 5x_3 + 5x_5 + \exp(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)\end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned}\min_{x\in\mathbb{R}^{5}} f(x) = {} & 7x_1^2 + 27x_2^2 + 13x_3^2 + 13.5x_4^2 + 2.5x_5^2 - x_1(16x_3 + x_5) - 36x_2x_4 + 5x_3x_5 - 3x_4x_5 \\ & +x_1 - x_3 + x_4 - x_5\end{aligned}$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x) = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 - x_1^2(x_2^2 + x_3^2) - x_2^2x_3^2 + x_1 + x_2 + x_3$$

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

4 de Diciembre de 2017

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos o máximos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

(1) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \prod_{j=1}^{10} x_j^2 + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10} jx_j\Big) + \log\Big(1 + \sum_{j=1}^{10} x_j^2\Big)$

(2) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^{20}} f(x) = \sum_{j=1}^{20} \log(1 + x_j^2) + \prod_{j=1}^{20} x_j^2 - \sum_{j=1}^{20} jx_j$

(3) $$\begin{aligned}\max_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = {} & 2x_5 - 2x_4 + x_3 - x_1 - 7.5x_1^2 - 39x_2^2 - 97.5x_3^2 - 2.5x_4^2 - 4.5x_5^2 - 3x_4x_5 \\ & -x_1(33x_2 + 51x_3 + 7x_4 + 3x_5) - x_2(123x_3 + 16x_4 + 9x_5) - x_3(25x_4 + 15x_5)\end{aligned}$$

(4) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = \mathrm{e}^{x_1}(x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) + \operatorname{sen}(x_1 + x_2) + \cos(x_3 + x_4) + x_1^2x_2^2 + x_3^2x_4^2$

(5) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1^4 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 3x_1x_3 + x_2x_3 - 7x_1 + x_2 - 5x_3 + \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3)$

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

12 de Enero de 2018

I) Halla los tres valores propios de módulo mínimo de la matriz A definida como sigue

1- n=100;randn('seed',12012018);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Calcula un vector propio asociado para cada valor propio.

II) Halla todos los valores propios y vectores propios asociados de las siguientes matrices

2- n=10;randn('seed',12012018);A=randn(n,n);
3- n=10;randn('seed',12012018);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A′;

III) Hallar todos los valores propios menores que 1 de la siguiente matriz

4- n=100;randn('seed',12012018);A=randn(n,n);A=A*A′;

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

24 de Enero de 2018

1A) Resolver mediante el método de Newton el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2=8 \\ \operatorname{sen}(x_1+x_2+x_3)+\cos(x_4+x_5)=\dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1)+\exp(x_2)+x_3x_4x_5=8 \\ \log(1+x_1^2+x_2^2+x_3^2)+x_1+x_4+x_5=3 \\ x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5^2=0 \end{cases}$$

1B) Resolver el siguiente problema de contorno

$$\begin{cases} y^{(4)}(t)=y'(t)\operatorname{sen}(y(t))-ty''(t) \quad t\in[0,\pi] \\ y(0)=y'(0)=1 \\ y(\pi)=1,\ y'(\pi)=y''(\pi). \end{cases}$$

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprobar si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilizar en todos los casos el mismo método numérico.

(2A) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x)=x_1^2x_2^2+x_3^2x_4^2+\sin^2 x_1+\sin x_2+\cos x_3+\sin^2 x_4+\exp\Big(\sum_{j=1}^4 x_j\Big)$$

(2B) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x)=x_1^2+3x_2^4+x_3^2+3x_4^2+10x_1x_2+2x_3x_4+\sum_{j=1}^4\sin x_j$$

(2C) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{20}} f(x)=\frac{1}{1+\|x\|^2}+\sum_{j=1}^{20}(\mathrm{e}^{x_j}-jx_j+\operatorname{sen}x_j)$$

3A) Hallar todos los valores propios negativos de la siguiente matriz A

n=12;randn('seed',1);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A';

3B) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz

n=10;randn('seed',3);A=randn(n,n);A=A*A;

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz B, se aplicará el test de parada $\|Bx-\lambda x\|_\infty \le 5\varepsilon_M\|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

6 de Septiembre de 2018

1) Resolved el siguiente problema con la máxima precisión que podáis

$$\begin{cases} y'(t) = \operatorname{sen}(y(t))\cos(z(t)) + w(t) \\ z'(t) = \cos(y(t)) + \operatorname{sen}(z(t)) \\ w'(t) = \cos(y(t))\cos(w(t)) + \operatorname{sen} t \\ y(0) = y(2\pi),\ z(0) = z(2\pi),\ w(0) = w(2\pi) \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi].$$

Nota: Tomad $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Estudiar cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resolverlos en su caso. Comprobar si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilizar en todos los casos el mismo método numérico.

(2A) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2x_2^2 + x_3^2x_4^2 + \sin^2 x_1 + \sin x_2 + \cos x_3 + \sin^2 x_4 + \exp\left(\sum_{j=1}^{4} x_j\right)$$

(2B) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1x_2 + 2x_3x_4 + \sum_{j=1}^{4} \sin x_j$$

(2C) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{20}} f(x) = \frac{1}{1+\|x\|^2} + \sum_{j=1}^{20}(\mathrm{e}^{x_j} - jx_j + \operatorname{sen} x_j)$$

3A) Hallar todos los valores propios menores que 1 de la siguiente matriz A

n=100;randn('seed',1);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A*A';

3B) Hallar todos los valores propios de la siguiente matriz

n=10;randn('seed',3);A=randn(n,n);

Determinar también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz B, se aplicará el test de parada $\|Bx - \lambda x\|_\infty \leq 10\varepsilon_M\|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

2 de Noviembre de 2018

1) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que puedas

$$\begin{cases} x''(t) = \mathrm{e}^t\, m(t)(x(t)+y(t)+z(t)) + \operatorname{sen} t \\ y''(t) = \mathrm{e}^t\, m(t)(x(t)+y(t)+z(t)) + \cos t \\ z''(t) = m(t)z(t) + t + 1 \qquad\qquad\qquad\qquad t \in [0, 2\pi] \\ m'(t) = 0.001(x'(t)+y'(t)+z'(t)) - \frac{1}{2} \\ z(0) = 1, z'(0) = 0, m(0) = 1, x(0) = x(2\pi), x'(0) = x'(2\pi), y(0) = y(2\pi), y'(0) = y'(2\pi) \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\begin{cases} x_2x_3 + x_4(x_2+x_3) &= 0 \\ x_1x_3 + x_4(x_1+x_3) &= 0 \\ x_1x_2 + x_4(x_1+x_2) &= 0 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 &= 1 \end{cases}$$

3) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 + 10x_2 + 20(x_1 - x_4)^3 = 0 \\ 5x_1 + 50x_2 + (x_2 - 2x_3)^3 = 0 \\ 5x_3 - 5x_4 - 4(x_2 - 2x_3)^3 = 0 \\ x_3 - x_4 + (x_1 - x_4)^3 \qquad = 0 \end{cases}$$

resuelvelo con la máxima precisión que puedas mediante el método de Newton, comenzando las iteraciones en el punto

$$x^0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

¿Ha sido la convergencia cuadrática? ¿Cuál es la solución exacta del problema? Compara la solución obtenida con la exacta y explica los resultados.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

30 de Noviembre de 2018

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \exp\Big(\sum_{j=1}^{4} x_j\Big)\|x\|^2 + \operatorname{sen}(x_1 - x_2) + \cos(x_3 - x_4) + \exp(x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^2) + \sum_{j=1}^{4}\exp(x_j)$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \log\Big(1 + \sum_{j=1}^{4} x_j^2\Big) + \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) - x_1x_2 + x_1x_4 - x_2x_4 + 6.5x_3^2 + 2x_4^2 - 5x_3x_4 + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{4} jx_j\Big)$$

(3) $$\begin{aligned}\max_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = {} & 2x_5 - 2x_4 + x_3 - x_1 - 7.5x_1^2 - 39x_2^2 - 97.5x_3^2 - 2.5x_4^2 - 4.5x_5^2 - 3x_4x_5 \\ & -x_1(33x_2 + 51x_3 + 7x_4 + 3x_5) - x_2(123x_3 + 16x_4 + 9x_5) - x_3(25x_4 + 15x_5)\end{aligned}$$

(4) $$\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1^4 + 10x_2^2 + x_3^4 + x_1^2x_2x_3 + \exp(x_1 - x_2 + x_3)$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + p^T x + \sum_{j=1}^{6} x_j\exp(x_j) + \sin\Big(\sum_{j=1}^{6} jx_j\Big)$$

donde

$$H = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 14 & 3 & 6 & -3 \\ 1 & 2 & 5 & 5 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 6 & 2 & 4 & 0 \\ -4 & -3 & -3 & -6 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

11 de Enero de 2019

I) Halla los tres valores propios de módulo mínimo y los tres de módulo máximo de la matriz A definida como sigue

1- n=100;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

II) Halla todas las raíces del polinomio p definido como sigue

2- n=10;randn('seed',0);p=randn(n+1,1)+i*randn(n+1,1);

III) Halla todos los valores propios y vectores propios asociados de las siguientes matrices

3- n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n);
4- n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A′;

IV) Halla todos los valores propios menores que 2 de la siguiente matriz

5- n=100;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A*A′;

NOTAS:

- Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.
- Todos los problemas poseen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

22 de Enero de 2019

1A) Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} u^2 + v^2 + w^2 = 0 \\ u\mathrm{e}^v + w = 2 \\ u + vw = 1 \end{cases}$$

prueba que no posee soluciones reales. Se plantea entonces el cálculo de las soluciones complejas del mismo: $u = x_1 + ix_2$, $v = x_3 + ix_4$ y $w = x_5 + ix_6$. Transforma el sistema complejo en un sistema real de doble dimensión y obtén mediante el método de Newton una solución u, v y w. ¿Es la solución única?.

1B) Resuelve el siguiente problema de contorno

$$\begin{cases} y^{(4)}(t) = y'(t)\,\mathrm{sen}\,(y(t)) - ty''(t) \quad t \in [0, \pi] \\ y(0) = y'(0) = 1 \\ y(\pi) = 1,\; y'(\pi) = y''(\pi). \end{cases}$$

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilices en todos los casos el mismo método numérico.

$$\textbf{(2A)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^5} f(x) = \sum_{j=1}^{5} \left(\mathrm{e}^{x_j} - x_j + j\,\mathrm{sen}\,x_j \right) + \prod_{j=1}^{5} x_j^2$$

$$\textbf{(2B)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^4} f(x) = x_1^2 + 3x_2^4 + x_3^2 + 3x_4^2 + 10x_1x_2 + 2x_3x_4 + \sum_{j=1}^{4} \mathrm{sen}\,x_j$$

$$\textbf{(2C)} \qquad \min_{x \in \mathbb{R}^5} f(x) = \sum_{j=1}^{5} \left(jx_j^4 + x_j\,\mathrm{sen}\,x_j \right) + \prod_{j=1}^{5} x_j$$

3) Halla todos los valores propios de las siguientes matrices y calcula también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados. Muestra las soluciones.

(3A) n=10;randn('seed',1);A=randn(n,n);
(3B) n=10;randn('seed',2);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz B, se aplicará el test de parada $\|Bx - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

6 de Septiembre de 2019

1-1) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que puedas

$$\left\{\begin{array}{rcl} x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2 &=& 12 \\ x_1x_2x_3x_4 &=& 5 \\ x_1^2+x_2^2-x_3^2-x_4^2 &=& 0 \\ x_1+x_2^2+x_3^3+x_4^4 &=& 25 \end{array}\right.$$

1-2) Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{l} x_1+10x_2+20(x_1-x_4)^3=0 \\ 5x_1+50x_2+(x_2-2x_3)^3=0 \\ 5x_3-5x_4-4(x_2-2x_3)^3=0 \\ x_3-x_4+(x_1-x_4)^3 \qquad =0 \end{array}\right.$$

resuelvelo con la máxima precisión que puedas mediante el método de Newton, comenzando las iteraciones en el punto $x^0=(3,-1,0,1)^{\mathrm{T}}$. ¿Ha sido la convergencia cuadrática? ¿Cuál es la solución exacta del problema? Compara la solución obtenida con la exacta y explica los resultados.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilices en todos los casos el mismo método numérico.

(1) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x)=\mathrm{e}^{x_1}+\cos(x_1x_2x_3)-x_1^3+x_2^2+x_3^2+x_1x_2+x_2x_3+x_1+2x_2+3x_3$

(2) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\prod_{j=1}^{10}x_j^2+\sum_{j=1}^{10}x_j^2\mathrm{e}^{x_j}+\operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10}x_j\Big)$

(3) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10}x_j\Big)\log(1+\|x\|^2)+\exp\Big(-\sum_{j=1}^{10}x_j\Big)$

(4) $\displaystyle\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\exp\big(\sum_{j=1}^{10}jx_j\big)+0.1\|x\|^2+\sum_{j=1}^{10}x_j\operatorname{sen}x_j$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x)=\frac{15}{2}x_1^2+33x_1x_2+51x_1x_3+7x_1x_4+3x_1x_5+39x_2^2+123x_2x_3+16x_2x_4+9x_2x_5$$
$$+\frac{195}{2}x_3^2+25x_3x_4+15x_3x_5+\frac{5}{2}x_4^2+3x_4x_5+\frac{9}{2}x_5^2+x_1-x_3+2x_4-2x_5$$

3) Hallar todos los valores propios de las siguientes matrices A

(1) n=10;randn('seed',1);A=randn(n,n);
(2) n=10;randn('seed',2);A=randn(n,n)-i*randn(n,n);
(3) n=10;randn('seed',3);A=randn(n,n)-i*randn(n,n);A=A+A′;

Calcular también un vector propio asociado para cada valor propio.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz B, se aplicará el test de parada $\|Bx-\lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M\|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

25 de Octubre de 2019

1) Resuelve el siguiente problema de contorno

$$\begin{cases} x''(t) = 2m(t)(x(t) + y(t) + z(t)) + \operatorname{sen} t \\ y''(t) = 2m(t)(x(t) + y(t) + z(t)) + \cos t \\ z''(t) = 2m(t)(x(t) + y(t) + z(t)) + \operatorname{sen} t \cos t & t \in [0, \pi] \\ m'(t) = 0.001(x'(t) + y'(t) + z'(t)) - m(t), \\ x(0) + x(\pi) = y(0) + y(\pi) = z(0) + z(\pi) = 1, \\ x'(\pi) = y'(\pi) = z'(\pi) = 2, \\ m(0) = 1. \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Resuelve siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 8 \\ \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3) + \cos(x_4 + x_5) = \dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1) + \exp(x_2) + x_3 x_4 x_5 = 8 \\ \log(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + x_1 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5^2 = 0 \end{cases}$$

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

28 de Noviembre de 2019

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

$$(1) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \sum_{j=1}^{10} \big(\exp\big(\frac{x_j}{j}\big) - x_j^3\big) + \operatorname{sen}\big(\prod_{j=1}^{10} x_j\big) + \cos\big(\prod_{j=1}^{10} x_j\big)$$

$$(2) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \log\Bigg(1 + \frac{1}{1+\displaystyle\sum_{j=1}^{10} x_j^2}\Bigg) + \sum_{j=1}^{10} \big(\mathrm{e}^{x_j} + \sin x_j + \cos^2 x_j\big)$$

$$(3) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x) = x_1^4 - x_1^2 x_2 + x_2^2 + x_3^2 + x_2 x_3 + x_1^3 + 5x_2 - 6x_3$$

$$(4) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x) = x_1^6 + x_1^2 x_2^3 + x_2^6 x_3^6 + x_3^4 + x_1 x_3 + 5x_2 x_3 + x_1 + 7x_2 + 8x_3$$

$$(5) \quad \max_{x\in\mathbb{R}^{6}} f(x) = \frac{1}{2} x^T H x + p^T x$$

donde

$$H = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 & +1 & +1 & -2 \\ -1 & -4 & -1 & -2 & 0 & -3 \\ +3 & -1 & -14 & -3 & -6 & +3 \\ -1 & -2 & -5 & -5 & -2 & +2 \\ +1 & 0 & -6 & -2 & -4 & 0 \\ +4 & +3 & +3 & +6 & 0 & -7 \end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

10 de Enero de 2020

1) Hallar los tres valores propios de módulo mínimo de la matriz A definida como sigue

n=100;randn('seed',20200110);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Determinar también un vector propio asociado a cada uno de los valores propios hallados.

2) Hallar todos los valores propios y un vector propio asociado de la siguiente matriz

n=10;randn('seed',20200110);A=randn(n,n);

3) Hallar todos los valores propios situados en el intervalo $[0,2]$ de la siguiente matriz A

n=100;randn('seed',20200110);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A′;

4) Halla todas las raíces del siguiente polinomio

$$p(x) = (1+2i)x^{10} - 25x^9 + ix^5 - x^4 + 6x^2 - 3x + 8.$$

NOTAS

1. Recordad que cuando se escribe X' en Matlab, el sistema transpone y conjuga el array X. Si se desea transponer sin conjugar se puede escribir $transpose(X)$.
2. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la máxima precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se ha hecho en prácticas. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Bx - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión de la máquina.
3. Todos los problemas tienen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

20 de Enero de 2020

1A) Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{l} 1+\log(x_1^2+x_4^2+2x_1x_4+1)=\cos^2(x_1-1) \\ \operatorname{sen}^2(x_1x_2-2)+\log(4x_2^2+x_1^2-4x_1x_2-12x_2+6x_1+10)=0 \\ \sin^2\left(1+\sum_{j=1}^{4}x_j\right)+\log(x_1^2+4x_4^2+4x_1x_4+2x_1+4x_4+2)=0 \\ 1+\log(x_2^2+x_3^2+2x_2x_3+2x_2+2x_3+2)=\cos^2(x_3+x_4+4) \end{array}\right.$$

resuélvelo con la máxima precisión que puedas mediante el método de Newton. ¿Ha sido la convergencia cuadrática? ¿Cuál es la solución exacta del problema? Compara la solución obtenida con la exacta y explica los resultados.

1B) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\left\{\begin{array}{l} y^{(4)}(t)+y^3(t)+ty(t)+z(t)=0 \\ z^{(4)}(t)+3y^2(t)z(t)+tz(t)=y(t)-\cos t \\ y(0)=1, y'(0)=0, y(\pi)=-1, y'(\pi)=0, z(0)=z'(0)=z(\pi)=z'(\pi)=0 \end{array}\right. \qquad t\in[0,\pi].$$

Nota: Toma $\varepsilon_a=10^{-14}$ y $\varepsilon_r=10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilices en todos los casos el mismo método numérico.

(2A) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\sum_{j=1}^{10} jx_j^2+\prod_{j=1}^{10} x_j+\prod_{j=1}^{10} x_j^2$$

(2B) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{4}} f(x)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2-2x_1x_2-2x_1x_3-x_1x_4-2x_2x_3-x_2x_4+\sum_{j=1}^{4}\operatorname{sen}^2 x_j$$

(2C) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{5}} f(x)=\sum_{j=1}^{5}\left(jx_j^4+x_j\,\mathrm{e}^{x_j}\right)$$

3) Halla todos los valores propios de las siguientes matrices y calcula también un vector propio para cada uno de los valores propios hallados. Muestra los valores propios en la pantalla así como el vector propio asciado al valor propio λ_3.

(3A) n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n);
(3B) n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz B, se aplicará el test de parada $\|Bx-\lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M\|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

4 de Septiembre de 2020

1A) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 1+\log(x_1^2+x_4^2+2x_1x_4+1)=\cos^2(x_1-1) \\ \operatorname{sen}^2(x_1x_2-2)+\log(4x_2^2+x_1^2-4x_1x_2-12x_2+6x_1+10)=0 \\ \operatorname{sen}^2\Big(1+\sum_{j=1}^{4}x_j\Big)+\log(x_1^2+4x_4^2+4x_1x_4+2x_1+4x_4+2)=0 \\ 1+\log(x_2^2+x_3^2+2x_2x_3+2x_2+2x_3+2)=\cos^2(x_3+x_4+4) \end{cases}$$

resuélvelo con la máxima precisión que puedas mediante el método de Newton, comenzando las iteraciones en el punto $x^0=[\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}]^T$. ¿Ha sido la convergencia cuadrática? ¿Cuál es la solución exacta del problema? Compara la solución obtenida con la exacta y explica los resultados.

1B) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\begin{cases} x''(t)=\mathrm{e}^t\,m(t)(x(t)+y(t)+z(t))+\operatorname{sen}t \\ y''(t)=\mathrm{e}^t\,m(t)(x(t)+y(t)+z(t))+\cos t \\ z''(t)=m(t)z(t)+t+1 \qquad\qquad t\in[0,2\pi] \\ m'(t)=0.001(x'(t)+y'(t)+z'(t))-\frac{1}{2} \\ z(0)=1,z'(0)=0,m(0)=1,x(0)=x(2\pi),x'(0)=x'(2\pi),y(0)=y(2\pi),y'(0)=y'(2\pi) \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a=10^{-14}$ y $\varepsilon_r=10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilices en todos los casos el mismo método numérico.

$$\text{(2A)}\quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\sum_{j=1}^{10}\big(\exp\big(\frac{x_j}{j}\big)-x_j^3\big)+\operatorname{sen}\big(\prod_{j=1}^{10}x_j\big)+\cos\big(\prod_{j=1}^{10}x_j\big)$$

$$\text{(2B)}\quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\log\Bigg(1+\frac{1}{1+\sum_{j=1}^{10}x_j^2}\Bigg)+\sum_{j=1}^{10}\big(\mathrm{e}^{x_j}+\sin x_j+\cos^2 x_j\big)$$

$$\text{(2C)}\quad \min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x)=x_1^4-x_1^2x_2+x_2^2+x_3^2+x_2x_3+x_1^3+5x_2-6x_3$$

$$\text{(2D)}\quad \min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x)=x_1^6+x_1^2x_2^3+x_2^6x_3^6+x_3^4+x_1x_3+5x_2x_3+x_1+7x_2+8x_3$$

3A) Halla los tres valores propios de módulo mínimo y un vector propio asociado para cada uno de ellos de la siguiente matriz: $n=100; randn('seed',0); A=randn(n,n)+i*randn(n,n)$.

3B) Halla todas las raíces del siguiente polinomio $p(x)=(1-2i)x^{10}-25x^9+ix^5-x^4+6x^2-3x+8$.

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz B, se aplicará el test de parada $\|Bx-\lambda x\|_\infty\leq 5\varepsilon_M\|B\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador. Debe comprobarse que los vectores propios calculados son correctos.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

30 de Octubre de 2020

1) Resuelve el siguiente problema de contorno con la máxima precisión que puedas

$$\begin{cases} y'(t) = \operatorname{sen}(y(t)) \cos(z(t)) + w(t) \\ z'(t) = \cos(y(t)) + \operatorname{sen}(z(t)) \\ w'(t) = \cos(y(t)) \cos(w(t)) + \operatorname{sen} t \\ y(0) = y(2\pi),\ z(0) = z(2\pi),\ w(0) = w(2\pi) \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi].$$

Nota: Toma $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2 = 0 \\ x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6 = 0 \\ \mathrm{e}^{x_3}(x_1 \cos x_4 - x_2 \operatorname{sen} x_4) + x_5 = 2 \\ \mathrm{e}^{x_3}(x_2 \cos x_4 + x_1 \operatorname{sen} x_4) + x_6 = 0 \\ x_1 + x_3 x_5 - x_4 x_6 = 1 \\ x_2 + x_4 x_5 + x_3 x_6 = 0 \end{cases}$$

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

27 de Noviembre de 2020

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso, proporcionando la solución $\bar{x}$ y $f(\bar{x})$. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

(1) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \log\Big(1+\sum_{j=1}^{4} x_j^2\Big) + \frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2) - x_1x_2 + x_1x_4 - x_2x_4 + 6.5x_3^2 + 2x_4^2 - 5x_3x_4 + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{4} jx_j\Big)$$

(2) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \|x\|^2 \exp\Big(\sum_{j=1}^{4} x_j\Big) + \operatorname{sen}(x_1-x_2) + \cos(x_3-x_4) + \exp(x_1x_2x_3x_4)$$

(3) $$\begin{aligned}\max_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = {} & 2x_5 - 2x_4 + x_3 - x_1 - 7.5x_1^2 - 39x_2^2 - 97.5x_3^2 - 2.5x_4^2 - 4.5x_5^2 - 3x_4x_5 \\ & -x_1(33x_2+51x_3+7x_4+3x_5) - x_2(123x_3+16x_4+9x_5) - x_3(25x_4+15x_5)\end{aligned}$$

(4) $$\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1^6 + 2x_1^4x_2 + 6x_2^2 + 6x_3^2 + \exp(x_1+x_2+x_3)$$

(5) $$\min_{x\in\mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + p^T x + \sum_{j=1}^{6} x_j\exp(x_j) + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{6} jx_j\Big)$$

donde

$$H = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -1/2 & -1 & 1/2 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3/2 \\ -2 & 1 & 14 & 7/2 & 6 & -3 \\ 1/2 & 2 & 9/2 & 5 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 6 & 2 & 4 & 0 \\ -5/2 & -3/2 & -3 & -5 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

18 de Diciembre de 2020

1) Ejecuta las instrucciones

n=25;randn('seed',1);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);

Halla el radio espectral de las matrices A y A^{-1} evitando el cálculo de la inversa de A.

2) Dada la matriz

n=10;randn('seed',2);A=randn(n,n);

demuestra que es diagonizable y calcula la matriz diagonal D y la matriz de cambio de base U tales que $A = UDU^{-1}$.

3) Dada la matriz

n=100;randn('seed',3);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A*A';

calcula todos los valores propios menores que 1.

NOTAS

1. Todos los problemas poseen la misma puntuación.
2. No se puede utilizar el comando *eig* de Matlab.
3. El cálculo de los valores propios debe realizarse con la precisión que te permite el ordenador, en la misma forma en que se han resuelto en clase. En cuanto a los vectores propios se aplicará el test de parada $\|Ax - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|A\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

19 de Enero de 2021

1A) Entre los puntos $x \in \mathbb{R}^5$ que satisfacen el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3) + \cos(x_4 + x_5) = \frac{1}{4} \\ -x_1 - x_2 + x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3x_4x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 5 \end{cases}$$

calcula uno de norma euclídea igual a 1.

1B) Hallar un punto $x \in \mathbb{R}^5$ perteneciente a la intersección de los hiperplanos $2x_1 - 2x_2 + x_4 - x_5 = 1$ y $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3$ y tal que la matriz

$$\begin{pmatrix} x_1 & 0 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & x_2 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & x_3 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & x_4 & 5 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & x_5 \end{pmatrix}$$

sea singular, su traza sea nula y $\lambda = -1$ sea uno de sus valores propios.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. No utilices en todos los casos el mismo método numérico.

$$\text{(2A)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2} x^{\mathrm{T}} H x + p^{\mathrm{T}} x + 10^{-4} \exp\Big(\sum_{j=1}^{6} x_j^2\Big)$$

$$\text{(2B)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2} x^{\mathrm{T}} H x + p^{\mathrm{T}} x + \log\Big(1 + \sum_{j=1}^{6} x_j^2\Big)$$

$$\text{(2C)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = \log\Big(50 + \frac{1}{2} x^{\mathrm{T}} A x + q^{\mathrm{T}} x\Big) - \sum_{j=1}^{3} \operatorname{sen}\Big(\frac{\pi x_j}{2}\Big)$$

$$\text{(2D)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = \frac{1}{2} x^{\mathrm{T}} A x + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{3} x_j\Big) + \log\Big(1 + \sum_{j=1}^{3} x_j^2\Big)$$

donde

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & -4 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 14 & 8 & 11 \\ 6 & 1 & 2 & 8 & 2 & 2 \\ 7 & 0 & 3 & 11 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 10 \\ 8 & 11 & 14 \\ 10 & 14 & 18 \end{pmatrix} \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad q = \begin{pmatrix} -24 \\ -33 \\ -42 \end{pmatrix}.$$

3A) Halla los tres valores propios de módulo máximo y un vector propio asociado para cada uno de ellos de la matriz A^{-1}, tomando $n = 100; randn('seed', 0); A = randn(n, n) + i * randn(n, n)$. No se debe invertir A.

3B) Halla todas las raíces del siguiente polinomio $p(x) = (1 - 2i)x^{10} - 25x^9 + ix^5 - x^4 + 6x^2 - 3x + 8$.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los problemas de las partes 1 y 2. Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz M, se aplicará el test de parada $\|Mx - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|M\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

16 de Febrero de 2021

1A) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_2 & x_1 + x_2 & x_3 - x_4 \\ x_3 & x_1 + x_2 & x_3 & 3 \\ x_4 & x_3 - x_4 & 3 & x_4 \end{pmatrix}$$

determina el vector $x \in \mathbb{R}^4$ de manera que la traza de $\operatorname{sen}(A)$ sea zero, el determinante de $\cos(A)$ sea $\frac{1}{2}$ y -1 y 3 sean valores propios de A.

1B) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 8 \\ \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3) + \cos(x_4 + x_5) = \dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1) + \exp(x_2) + x_3 x_4 x_5 = 8 \\ \log(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + x_1 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 4 \end{cases}$$

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

$$\text{(2A)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = \frac{1}{1 + (x_1 + x_2 + x_3)^2} + \operatorname{sen}(x_1 x_2) + \cos(x_2 x_3)$$

$$\text{(2B)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2}(x^{\mathrm{T}} H x)^2 + p^{\mathrm{T}} x + \sum_{j=1}^{6} x_j^3$$

$$\text{(2C)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = 2x_1^4 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_1^2 x_3 + 2x_2 x_3 - x_1 - 2x_3$$

$$\text{(2D)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^5} f(x) = \|x\|^2 \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{5} x_j\Big) + \prod_{j=1}^{5} x_j^2 + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{5}(1 + x_j)^2$$

donde

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & -4 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 14 & 8 & 11 \\ 6 & 1 & 2 & 8 & 2 & 2 \\ 7 & 0 & 3 & 11 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

3A) Halla todos los valores propios y un vector propio asociado a cada valor propio de la matriz A^{-1}, tomando *n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n);* No se debe invertir A.

3B) Halla la raíz de módulo máximo del siguiente polinomio $p(x) = (1+2i)x^{12} - 25x^{10} + ix^7 - x^4 + 6x^2 - 3x + 8$.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los problemas de las partes 1 y 2. Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz M, se aplicará el test de parada $\|Mx - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|M\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

7 de Octubre de 2022

1) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 e^{x_3} \cos x_4 - x_2 e^{x_3} \operatorname{sen} x_4 + x_5 = 2 \\ x_2 e^{x_3} \cos x_4 + x_1 e^{x_3} \operatorname{sen} x_4 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_3 x_5 - x_4 x_6 = 1 \\ x_2 + x_3 x_6 + x_4 x_5 = 0 \\ x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2 = 0 \\ x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6 = 0 \end{cases}$$

utiliza el método de Newton comenzando las iteraciones en $x^0 = (1, 0, 2, 0, 3, 0)^{\mathrm{T}}$. ¿Converge el algoritmo? ¿Lo hace cuadráticamente? ¿Por qué? Resuelve el sistema comenzando en otro punto diferente al anterior.

2) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\begin{cases} y''(t) = \cos(y(t)) + \operatorname{sen}(z(t)) \\ z''(t) = \cos(y(t) + z(t)) & \qquad t \in [0, 2\pi] \\ y(0) = y(2\pi), z(0) = z(2\pi), y'(0) = 0, z'(0) = 1, \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

11 de Noviembre de 2022

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso, proporcionando la solución $\bar{x}$ y $f(\bar{x})$. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

(1) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \log\Big(1+\sum_{j=1}^{4} x_j^2\Big) + \frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2) - x_1x_2 + x_1x_4 - x_2x_4 + 6.5x_3^2 + 2x_4^2 - 5x_3x_4 + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{4} jx_j\Big)$

(2) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \|x\|^2 \exp\Big(\sum_{j=1}^{4} x_j\Big) + \operatorname{sen}(x_1-x_2) + \cos(x_3-x_4) + \exp(x_1x_2x_3x_4)$

(3) $$\begin{aligned}\max_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = {} & 2x_5 - 2x_4 + x_3 - x_1 - 7.5x_1^2 - 39x_2^2 - 97.5x_3^2 - 2.5x_4^2 - 4.5x_5^2 - 3x_4x_5 \\ & - x_1(33x_2+51x_3+7x_4+3x_5) - x_2(123x_3+16x_4+9x_5) - x_3(25x_4+15x_5)\end{aligned}$$

(4) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1^6 + 2x_1^4x_2 + 6x_2^2 + 6x_3^2 + \exp(x_1+x_2+x_3)$

(5) $\displaystyle \min_{x\in\mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2}x^T Hx + p^T x + \sum_{j=1}^{6} x_j \exp(x_j) + \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{6} jx_j\Big)$

donde

$$H = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -1/2 & -1 & 1/2 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3/2 \\ -2 & 1 & 14 & 7/2 & 6 & -3 \\ 1/2 & 2 & 9/2 & 5 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 6 & 2 & 4 & 0 \\ -5/2 & -3/2 & -3 & -5 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

14 de Diciembre de 2022

1) Halla todos los valores propios de la matriz A^{-1} y un vector propio asociado a cada valor propio, tomando *n=10;randn('seed',1);A=randn(n,n);* Muestra en el diario correspondiente todos los valores propios así como el vector propio asociado a λ_4.

2) Halla lo tres valores propios dominantes y sendos vectores propios asociados de la matriz A^{-1}, tomando *n=100;randn('seed',2);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);* Muestra los tres valores propios.

3) Halla todos los valores propios y vectores propios de la matriz A^{-1} pertenecientes al intervalo $[-\frac{1}{25}, +\frac{1}{25}]$, tomando *n=100;randn('seed',3);A=randn(n,n);A=A+A';* Muestra los valores propios.

NOTAS:

- No se debe invertir la matriz A en ninguno de los ejercicios anteriores. Explica el procedimiento seguido para la resolución de los ejercicios.
- Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz M, se aplicará el test de parada $\|Mx-\lambda x\|_\infty \le 5\varepsilon_M \|M\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.
- Todos los ejercicios tienen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

12 de Enero de 2023

1A) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_2 & x_1+x_2 & x_3-x_4 \\ x_3 & x_1+x_2 & x_3 & 3 \\ x_4 & x_3-x_4 & 3 & x_4 \end{pmatrix}$$

determina el vector $x \in \mathbb{R}^4$ de manera que la traza de $\operatorname{sen}(A)$ sea zero, el determinante de $\cos(A)$ sea $\frac{1}{2}$ y -1 y 3 sean valores propios de A.

1B) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2 = 0 \\ x_1x_2 + x_3x_4 + x_5x_6 = 0 \\ \mathrm{e}^{x_3}(x_1 \cos x_4 - x_2 \operatorname{sen} x_4) + x_5 = 2 \\ \mathrm{e}^{x_3}(x_2 \cos x_4 + x_1 \operatorname{sen} x_4) + x_6 = 0 \\ x_1 + x_3x_5 - x_4x_6 = 1 \\ x_2 + x_4x_5 + x_3x_6 = 0 \end{cases}$$

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

$$\text{(2A)} \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \log\left(1 + \frac{1}{1+\sum_{j=1}^{10} x_j^2}\right) + \sum_{j=1}^{10}\left(\mathrm{e}^{x_j} + \sin x_j + \cos^2 x_j\right)$$

$$\text{(2B)} \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{6}} f(x) = \frac{1}{2}(x^{\mathrm{T}}Hx)^2 + p^{\mathrm{T}}x + \sum_{j=1}^{6} x_j^3$$

$$\text{(2C)} \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x) = 2x_1^4 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_1^2x_3 + 2x_2x_3 - x_1 - 2x_3$$

$$\text{(2D)} \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \|x\|^2 \operatorname{sen}\left(\sum_{j=1}^{10} x_j\right) + \prod_{j=1}^{10} x_j^2 + 2\sum_{j=1}^{10}(j+x_j)^2$$

donde

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & -4 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 14 & 8 & 11 \\ 6 & 1 & 2 & 8 & 2 & 2 \\ 7 & 0 & 3 & 11 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

3A) Halla el condicionamiento según la norma 2 de la matriz A definida por

*n=100;randn('seed',1);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);*

Para realizar este cálculo no debe invertirse ninguna matriz.

3B) Halla todas las raíces del polinomio $p(x) = (1+2i)x^{12} - 25x^{10} + ix^7 - x^4 + 6x^2 - 3x + 8$.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los problemas de las partes 1 y 2. Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

2 de Febrero de 2023

1A) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 1+\log(x_1^2+x_4^2+2x_1x_4+1)=\cos^2(x_1-1) \\ \operatorname{sen}^2(x_1x_2-2)+\log(4x_2^2+x_1^2-4x_1x_2-12x_2+6x_1+10)=0 \\ \operatorname{sen}^2\Big(1+\displaystyle\sum_{j=1}^{4}x_j\Big)+\log(x_1^2+4x_4^2+4x_1x_4+2x_1+4x_4+2)=0 \\ 1+\log(x_2^2+x_3^2+2x_2x_3+2x_2+2x_3+2)=\cos^2(x_3+x_4+4) \end{cases}$$

resuélvelo con la máxima precisión que puedas mediante el método de Newton, comenzando las iteraciones en el punto $x^0=[\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}]^T$. ¿Ha sido la convergencia cuadrática? Calcula una solución exacta del problema formada por números enteros. Compara la solución obtenida con la exacta y explica los resultados.

1B) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\begin{cases} x''(t)=\mathrm{e}^t\, m(t)(x(t)+y(t)+z(t))+\operatorname{sen} t \\ y''(t)=\mathrm{e}^t\, m(t)(x(t)+y(t)+z(t))+\cos t \\ z''(t)=m(t)z(t)+t+1 \qquad\qquad t\in[0,2\pi] \\ m'(t)=0.001(x'(t)+y'(t)+z'(t))-\frac{1}{2} \\ z(0)=1, z'(0)=0, m(0)=1, x(0)=x(2\pi), x'(0)=x'(2\pi), y(0)=y(2\pi), y'(0)=y'(2\pi) \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a=10^{-14}$ y $\varepsilon_r=10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(2A) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\sum_{j=1}^{10}\exp\big(\frac{x_j}{j}\big)+\operatorname{sen}\big(\prod_{j=1}^{10}x_j\big)+\cos\big(\prod_{j=1}^{10}x_j\big)-\sum_{j=1}^{10}x_j^3$$

(2B) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x)=\|x\|^2\operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10}x_j\Big)+\prod_{j=1}^{10}x_j^2+\log\big(1+\sum_{j=1}^{10}x_j^2\big)$$

(2C) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x)=x_1^4-x_1^2x_2+x_2^2+x_3^2+x_2x_3+x_1^3+5x_2-6x_3$$

(2D) $$\min_{x\in\mathbb{R}^{3}} f(x)=x_1^6+x_1^2x_2^3+x_2^6x_3^6+x_3^4+x_1x_3+5x_2x_3+x_1+7x_2+8x_3$$

3A) Hallar las tres raíces de módulo máximo del polinomio

$$randn('seed',0); p=randn(24,1)+i*randn(24,1);$$

3B) Dada la matriz

$$randn('seed',0); A=randn(10,10);$$

halla los valores y vectores propios de $B=A^4-3A^3+2A^2+A-3I$, donde I es la matriz identidad 10×10. No se debe calcular B para determinar sus valores y vectores propios.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los problemas de las partes 1 y 2. Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

6 de Octubre de 2023

1) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 e^{x_3} \cos x_4 - x_2 e^{x_3} \operatorname{sen} x_4 + x_5 = 2 \\ x_2 e^{x_3} \cos x_4 + x_1 e^{x_3} \operatorname{sen} x_4 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_3 x_5 - x_4 x_6 = 1 \\ x_2 + x_3 x_6 + x_4 x_5 = 0 \\ x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2 = 0 \\ x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6 = 0 \end{cases}$$

aplica el método de Newton comenzando las iteraciones en $x^0 = (1, 0, 2, 0, 3, 0)^{\mathrm{T}}$. ¿Converge el algoritmo? ¿Lo hace cuadráticamente? ¿Por qué? Resuelve el sistema comenzando en otro punto diferente al anterior.

2) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\begin{cases} x''(t) = e^t m(t)(x(t) + y(t) + z(t)) + \operatorname{sen} t \\ y''(t) = e^t m(t)(x(t) + y(t) + z(t)) + \cos t \\ z''(t) = m(t) z(t) + t + 1 \qquad\qquad t \in [0, 2\pi] \\ m'(t) = 0.001(x'(t) + y'(t) + z'(t)) - \frac{1}{2} \\ z(0) = 1, z'(0) = 0, m(0) = 1, x(0) = x(2\pi), x'(0) = x'(2\pi), y(0) = y(2\pi), y'(0) = y'(2\pi) \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

3 de Noviembre de 2023

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso, proporcionando la solución $\bar{x}$ y $f(\bar{x})$. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos. ¿Puedes decir si en algún caso la solución es global? ¿Es única?

$$(1) \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{10}} f(x) = \|x\|^2 \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big) + \prod_{j=1}^{10} x_j^2 + 2\sum_{j=1}^{10}\Big(1 + x_j\Big)^2$$

$$(2) \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{6}} f(x) = \frac{1}{2}(x^T A x)^2 + p^T x$$

$$(3) \quad \max_{x \in \mathbb{R}^{6}} f(x) = \frac{1}{2}x^T B x + q^T x$$

$$(4) \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{4}} f(x) = \exp\Big(\Big[\sum_{j=1}^{4} x_j\Big]^2\Big) + 2\operatorname{sen}\big(x_2 + \frac{1}{2}x_1\big) + 3\cos(x_3 + x_4) + \log\Big(1 + \frac{1}{1 + \|x\|^2}\Big)$$

$$(5) \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{4}} f(x) = \frac{1}{25}(x_1^4 + x_3^4) + 2x_2^2 + \frac{1}{4}x_4^2 + 5(x_1x_2 + x_2x_3) + x_2x_4 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 6 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 6 & 14 & 8 & 11 \\ 6 & 1 & 2 & 8 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 11 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 & 1/2 & 1 & -1/2 \\ -1 & -4 & -1 & -2 & 0 & -3/2 \\ 2 & -1 & -14 & -7/2 & -6 & 3 \\ -1/2 & -2 & -9/2 & -5 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -6 & -2 & -4 & 0 \\ 5/2 & 3/2 & 3 & 5 & 0 & -7 \end{pmatrix} \qquad q = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

5 de Diciembre de 2023

1) Hallar las tres raíces de módulo máximo del polinomio

$$randn('seed', 100); p = randn(24, 1) + i * randn(24, 1);$$

2) Dada la matriz

$$randn('seed', 200); A = randn(10, 10);$$

halla los valores y vectores propios de la matriz B^{-1}, donde $B = A^4 - 3A^3 + 2A^2 + A - 3I$ e I es la matriz identidad 10×10. No se deben calcular B ni B^{-1} para determinar los valores y vectores propios pedidos.

3) Halla todos los valores propios negativos de la matriz A^{-1}, tomando

$$n = 10; randn('seed', 300); A = randn(n, n) + i * randn(n, n); A = A + A';$$

Calcula también los vectores propios asociados y muéstralos. Para resolver este ejercicio no se debe invertir la matriz A.

NOTAS:

- Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador. Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz M, se aplicará el test de parada $\|Mx - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|M\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.
- Todos los ejercicios tienen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

11 de Enero de 2024

1A) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones con la máxima precisión que puedas.

$$\begin{cases} (1-\operatorname{sen} x_1)^2 + (1.5 - \operatorname{sen} x_2)^2 + (\cos x_1 - \cos x_2)^2 = (x_3 + 0.25)^2 \\ (x_3 + 0.25)^3 \operatorname{sen} x_1 + 2x_3(\cos x_2 \operatorname{sen} x_1 - \cos x_1) = 0 \\ (x_3 + 0.25)^4 \operatorname{sen} x_2 + 2x_3(\cos x_1 \operatorname{sen} x_2 - 1.5 \cos x_2) = 0 \end{cases}$$

¿Hay más de una solución? ¿Cuántas?

1B) Resuelve el siguiente problema tomando $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$

$$\begin{cases} y''(t) = \operatorname{sen}(y(t)) + 0.01ty(t) + 0.1z(t) \\ z'(t) = \operatorname{sen}(y(t) + z(t)) + w(t) \\ w'(t) = \cos(y(t) + z(t) + w(t)) \\ z(0) = 0, \ w(0) = 1 \\ y(\pi) + z(\pi) + w(\pi) = 0 \\ y'(\pi) + z'(\pi) + w'(\pi) = 0 \end{cases} \qquad t \in [0, \pi]$$

Escribe la solución sobre Matlab y haz un plot de la función z.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

(2A) $$\min_{x\in\mathbb{R}^5} f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 + 1.5x_4^2 + x_5^2 + x_1(x_5 + 2x_3) + x_2(3x_4 - x_5) + x_3x_5 - x_4x_5 + \prod_{j=1}^{5} x_j$$

(2B) $$\min_{x\in\mathbb{R}^3} f(x) = x_1^4 + x_2^2 + 2x_3^2 + x_1^2x_3 + 2x_2x_3 - x_1 - 2x_3$$

(2C) $$\min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \exp(x_1x_2x_3x_4) + \operatorname{sen}(x_1x_2)\cos(x_3x_4) + x_1^2 + 2x_2^2 + \frac{1}{2}x_3^2 + 2x_4^2 - x_1x_2 - x_3x_4 - x_2x_3 - 2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 9x_4$$

(2D) $$\min_{x\in\mathbb{R}^6} f(x) = \log\Big(1 + \sum_{j=1}^{6} x_j^2\Big) + \sum_{j=1}^{6} x_j + \prod_{j=1}^{6} x_j^2$$

3A) Halla el condicionamiento según la norma 2 de la matriz A definida por

*n=50;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A'*A;*

Para realizar este cálculo no debe invertirse ninguna matriz.

3B) Halla todos los valores propios de la siguiente matriz:

*n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A'*A;*

Halla también un vector propio asociado a cada valor propio. ¿Es diagonizable la matriz A? Si lo es, escribe la forma diagonal y la matriz de cambio de base. Escribe tambien el vector propio asociado al valor propio λ_3 que has obtenido.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los ejercicios de las partes 1 y 2. Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

1 de Febrero de 2024

1A) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 8 \\ \operatorname{sen}(x_1 + x_2 + x_3) + \cos(x_4 + x_5) = \dfrac{1}{4} \\ \exp(x_1) + \exp(x_2) + x_3 x_4 x_5 = 8 \\ \log(1 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + x_1 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 4 \end{cases}$$

1B) Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x_1) & \cos(x_2) & 3 & 1 \\ 0 & 2 & x_3 & x_4 \\ x_1 + 2 & x_2 - 1 & 1 & x_4 + 1 \\ 1 & -1 & x_3 & x_2 x_3 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{1+x_1^2} & \dfrac{-1}{1+x_2^2} & x_3 & x_4 \\ x_1 x_3 & x_2 x_4 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & x_1 + x_3 \\ 2 & x_3 + x_4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

determina un valor de $x \in \mathbb{R}^4$ de forma que se cumplan las siguientes relaciones

$$\begin{cases} \det(A) = 1 \\ \det(B) = 0 \\ \det(A - B) = 1 \\ \det(A + B) = 0 \end{cases}$$

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

$$\text{(2A)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{10}} f(x) = \sum_{j=1}^{10} \exp\left(\frac{x_j}{j}\right) + \operatorname{sen}\left(\prod_{j=1}^{10} x_j\right) + \cos\left(\prod_{j=1}^{10} x_j\right) - \sum_{j=1}^{10} x_j^3$$

$$\text{(2B)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{10}} f(x) = \|x\|^2 \operatorname{sen}\Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big) + \prod_{j=1}^{10} x_j^2 + \log\big(1 + \sum_{j=1}^{10} x_j^2\big)$$

$$\text{(2C)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{3}} f(x) = x_1^4 - x_1^2 x_2 + x_2^2 + x_3^2 + x_2 x_3 + x_1^3 + 5x_2 - 6x_3$$

$$\text{(2D)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{3}} f(x) = x_1^6 + x_1^2 x_2^3 + x_2^6 x_3^6 + x_3^4 + x_1 x_3 + 5x_2 x_3 + x_1 + 7x_2 + 8x_3$$

3A) Hallar las tres raíces de módulo máximo del polinomio

$$randn('seed', 0); p = randn(24, 1) + i * randn(24, 1);$$

3B) Dados el polinomio y la matriz siguientes

$$randn('seed', 0); p = randn(11, 1); randn('seed', 0); A = randn(10, 10); A = A + A';$$

halla los valores y vectores propios de $B = p(A)$. No se debe calcular B para determinar sus valores y vectores propios. Muestra los valores propios y el vector propio de B asociado a λ_3.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los problemas de las partes 1 y 2. Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

11 de Octubre de 2024

1) Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1 \mathrm{e}^{x_3} \cos x_4 - x_2 \mathrm{e}^{x_3} \operatorname{sen} x_4 + x_5 = 2 \\ x_2 \mathrm{e}^{x_3} \cos x_4 + x_1 \mathrm{e}^{x_3} \operatorname{sen} x_4 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_3 x_5 - x_4 x_6 = 1 \\ x_2 + x_3 x_6 + x_4 x_5 = 0 \\ x_1^2 - x_2^2 + x_3^2 - x_4^2 + x_5^2 - x_6^2 = 0 \\ x_1 x_2 + x_3 x_4 + x_5 x_6 = 0 \end{cases}$$

aplica el método de Newton comenzando las iteraciones en $x^0 = (1, 0, 2, 0, 3, 0)^{\mathrm{T}}$. ¿Converge el algoritmo? ¿Lo hace cuadráticamente? ¿Por qué? Resuelve el sistema comenzando en otro punto diferente al anterior.

2) Resuelve el siguiente problema con la máxima precisión que te permita el ordenador

$$\begin{cases} x''(t) + \frac{1}{2}x^3(t) + \cos(y(t)) - \operatorname{sen}(z(t)) = \operatorname{sen}(t) \\ y''(t) + 3y(t) + 3\cos(x(t)) - 2\cos(z(t)) = 0 \qquad\qquad t \in [0, \pi] \\ z''(t) - \operatorname{sen}(x(t) + y(t) + z(t)) = 0 \\ x(0) = x(\pi), x'(0) = x'(\pi), y(0) = y(\pi), y'(0) = y'(\pi), z(0) = z(\pi), z'(0) = z'(\pi) \end{cases}$$

Nota: Toma $\varepsilon_a = 10^{-14}$ y $\varepsilon_r = 10^{-12}$ en la resolución de la ecuación diferencial con condiciones iniciales.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

8 de Noviembre de 2024

Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso, proporcionando la solución $\bar{x}$ y $f(\bar{x})$. Al menos uno de ellos debe resolverse por el método de Newton y otro por el método BFGS. Comprueba si los puntos calculados son óptimos locales estrictos.

$$(1) \quad \max_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = x_2x_4 + 5(x_1x_2 + x_2x_3) - \frac{1}{25}(x_1^4 + x_3^4) - 2x_2^2 - \frac{1}{4}x_4^2 - \sum_{j=1}^{4} x_j e^{x_j} - 10\sum_{j=1}^{4} \operatorname{sen} x_j$$

$$(2) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^6} f(x) = \frac{1}{2}x^TAx + p^Tx + \sum_{j=1}^{6} x_j \operatorname{sen} x_j + \prod_{j=1}^{6} x_j^2$$

$$(3) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^{10}} f(x) = \exp\Big(\sum_{j=1}^{10} x_j\Big) + \sum_{j=1}^{10} \operatorname{sen} x_j + \prod_{j=1}^{10} \cos^2 x_j$$

$$(4) \quad \min_{x\in\mathbb{R}^4} f(x) = \exp\Big(\Big[\sum_{j=1}^{4} x_j\Big]^2\Big) + 2\operatorname{sen}\big(x_2 + \frac{1}{2}x_1\big) + 3\cos(x_3 + x_4) + \log\Big(1 + \frac{1}{1+\|x\|^2}\Big)$$

donde

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -1/2 & -1 & 1/2 \\ 1 & 4 & 1 & 2 & 0 & 3/2 \\ -2 & 1 & 14 & 7/2 & 6 & -3 \\ 1/2 & 2 & 9/2 & 5 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & 6 & 2 & 4 & 0 \\ -5/2 & -3/2 & -3 & -5 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad p = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

NOTA: Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

9 de Diciembre de 2024

1) Dada la matriz

n=10;randn('seed',2024);A=randn(n,n);

calcula todos los valores propios y vectores propios asociados de la matriz B^{-1}, donde $B = A^5 - A^3 + 3A^2 - 2I$, siendo I la matriz identidad 10×10. No se debe calcular B para resolver el ejercicio. Muestra el valor propio λ_4 y su vector propio asociado.

2) Dada la matriz

*n=100;randn('seed',2024);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A+A';*

calcula todos los valores propios de A^{-1} de módulo mayor que $\frac{1}{2}$. Calcula también los vectores propios asociados. No se debe calcular A^{-1}. Escribe el vector propio asociado al valor propio de módulo máximo de A^{-1}.

3) Dado el polinomio

*randn('seed',2024);p=randn(11,1)+i*randn(11,1);*

calcula todas sus raíces.

NOTAS:

- Los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.
- Si se utiliza un método iterativo para calcular los vectores propios de una matriz M, se aplicará el test de parada $\|Mx - \lambda x\|_\infty \leq 5\varepsilon_M \|M\|_\infty$, donde ε_M denota la precisión del ordenador.
- Todos los ejercicios tienen la misma puntuación.

MÉTODOS NUMÉRICOS

EXAMEN

9 de Enero de 2025

1A) Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ x_2 & x_2 & x_1 + x_2 & x_3 - x_4 \\ x_3 & x_1 + x_2 & x_3 & 3 \\ x_4 & x_3 - x_4 & 3 & x_4 \end{pmatrix}$$

halla un vector $x \in \mathbb{R}^4$ de manera que la traza de $\operatorname{sen}(A)$ sea zero, el determinante de $\cos(A)$ sea $\frac{1}{2}$ y -1 y 3 sean valores propios de A.

1B) Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 4 \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 = 4 \\ x_1^5 + 5x_2 + 5x_3 + x_4^5 = 12 \\ x_1^3 + 3x_2 + 3x_3 + x_4^3 = 8 \end{cases}$$

resuelvelo mediante el método de Newton, iniciando las iteraciones en el punto $x = [1.1; 0.9; 1.1; 0.9]$. Detén las iteraciones cuando $\|f(x^k)\| < 10^{-8}$. ¿Es la convergencia cuadrática? Explica el comportamiento del algoritmo.

2) Estudia cuáles de los siguientes problemas poseen solución y resuélvelos en su caso. Comprueba si los puntos calculados son mínimos locales estrictos.

$$\text{(2A)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^3} f(x) = x_1 \exp(x_1 x_2 x_3) + x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_1 x_2 + x_1 x_3$$

$$\text{(2B)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{25}} f(x) = \exp\left(0.01 \sum_{j=1}^{25} j x_j\right) + \sum_{j=1}^{25} x_j (\operatorname{sen} x_j + \frac{1}{2j} x_j)$$

$$\text{(2C)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{10}} f(x) = \exp\left(\sum_{j=1}^{10} \cos^2 x_j\right) + \sum_{j=1}^{10} j \operatorname{sen} x_j$$

$$\text{(2D)} \quad \min_{x \in \mathbb{R}^{20}} f(x) = \frac{1}{1 + 0.001 \prod_{j=1}^{20} x_j^2} + \sum_{j=1}^{20} (\mathrm{e}^{-x_j} + j x_j + \operatorname{sen} x_j)$$

3A) Halla el condicionamiento según la norma 2 de la matriz A definida por

*n=50;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A'*A;*

Para realizar este cálculo no debe invertirse ninguna matriz.

3B) Halla todos los valores propios de la siguiente matriz:

*n=10;randn('seed',0);A=randn(n,n)+i*randn(n,n);A=A*A';*

¿Es diagonizable la matriz A? Si lo es, escribe la forma diagonal D y la matriz de cambio de base M, de forma que $A = MDM^{-1}$. Escribe tambien el vector propio de A asociado al valor propio λ_3 que has obtenido.

NOTA: Utiliza algoritmos distintos para resolver los ejercicios de las partes 1 y 2. Salvo indicación contraria, los ejercicios deben resolverse con la máxima precisión que te permita el ordenador.