APLICACIONES LINEALES 2018-19

EJERCICIO 20

Considera el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ y la transformación lineal f correspondiente al escalamiento de factores $k = 2$ y $k' = 5$ en las direcciones $(1, 3)$ y $(2, 1)$. Determina la matriz estándar asociada a f.

```
>> % Como en la dirección a=(1,3) la aplicación f es un escalamiento de factor k=2
>> % y en la dirección b=(2,1) otro de factor k´=5, en la base B={a,b} será
>> % f(a)=2*a=2*a+0*b y f(b)=5*b=0*a+5*b, por lo que
>> B=[1  3; 2  1]'; F=[2  0; 0  5]    % Base B y matriz asociada a f en esa base
>> A=B*F*inv(B)    % Matriz de f en la base canónica o estándar de R2
A =
     28/5        -6/5
      9/5         7/5
```

EJERCICIO 21

Considera el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ los subespacios $U = \langle (1, 3) \rangle$ y $V = \langle (2, 1) \rangle$ y la transformación lineal f que asigna a cada vector de $\mathbb{R}^2$ su proyección sobre V paralelamente a U. Determina la matriz estándar asociada a f. Determina la imagen del vector $\vec{v} = (1, 1)$.

```
>> U = [1  3]'; V = [2  1]';  B = [U  V]; format rat
>> % Es evidente que, para todo vector a de U, su proyección sobre V paralelamente a U
>> % es el vector 0, mientras que para todo vector b de V, su proyección sobre V paralela-
>> % mente a U será el mismo b. Como consecuencia, tomando como base de  R2  la
>> % B = {a, b} = {(1,3), (2,1)}  será f(a) = 0*a+0*b = (0,0)  y  f(b) = 0*a+1*b = (0,1),  luego
>> F = [0  0; 0  1]';   % Matriz de f en la base B
>> A = B*F*inv(B)   % Matriz de f en la base canónica o estándar de R2
A =
      6/5        -2/5
      3/5        -1/5
>> v = [1  1]';  Imv = A*v   % Imagen del vector v
Imv =
      4/5
      2/5
```

EJERCICIO 24

Considera el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ y la transformación lineal f correspondiente a la proyección ortogonal sobre el plano $x + y + z = 0$. a) Determina la matriz más sencilla posible asociada a f respecto a una base, la misma en los espacios inicial y final, e indica cuál es dicha base. b) Obtén la matriz asociada respecto de la base canónica.

```
>> ceiP = [1  1  1];   % Coef. de la ec. implícita del plano y vector ortogonal al mismo
>> BaseP = null(ceiP,'r');   % En columnas, vectores de una base del plano
>> % Es claro que, para todo vector del plano, como los dos de BaseP={a,b}, su proyección
>> % ortogonal sobre el plano es el propio vector, mientras que la proyección ortogonal
>> % de todo vector perpendicular, como el c=ceiP, es el vector 0. Por tanto, tomando
>> % como base de R3 la B={a,b,c} será f(a) =(1,0,0), f(b)=(0,1,0) y f(c) = (0,0,0) , con lo cual
>> B = [BaseP   ceiP']     %  En columnas base en la que es más sencilla la matriz de f
B =
     -1       -1        1
      1        0        1
      0        1        1
>> F = [1  0  0; 0  1  0; 0  0  0]'    % Matriz asociada a f en la base B
F =
      1        0        0
      0        1        0
      0        0        0
>> A = B*F*inv(B)   % Matriz de f en la base canónica o estándar de R3
A =
      2/3      -1/3      -1/3
     -1/3       2/3      -1/3
     -1/3      -1/3       2/3
```


EJERCICIO 25

Considera el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ y la transformación lineal f correspondiente a la simetría ortogonal respecto del plano $x + y + z = 0$. a) Determina la matriz más sencilla posible asociada a f respecto a una base, la misma en los espacios inicial y final, e indica cuál es dicha base. b) Obtén la matriz asociada respecto de la base canónica.

```
>> ceiP = [1  1  1];   % Coef. de la ec. implícita del plano y vector ortogonal al mismo
>> BaseP = null(ceiP,'r');   % En columnas, vectores de una base del plano
>> % Es claro que, para todo vector del plano, como los dos de BaseP={a,b}, su simétrico
>> % respecto al plano es el propio vector, mientras que el simétrico de todo vector
```

```
>> % perpendicular, como el c=ceiP, es el vector opuesto. Por tanto, tomando como base
>> % de R3 la B={BaseP  ceiP}={a,b,c} será f(a) =(1,0,0), f(b)=(0,1,0) y f(c) = (0,0,-1).
>> % De esta forma
>> B = [BaseP   ceiP']     %  En columnas base en la que es más sencilla la matriz de f
B =
     -1           -1           1
      1            0           1
      0            1           1
>> F = [1  0  0; 0  1  0; 0  0  -1]    % Matriz de f en la base B
F =
      1           0           0
      0           1           0
      0           0          -1
>> A = B*F*inv(B)   % Matriz de f en la base canónica de R3
A =
      1/3        -2/3        -2/3
     -2/3         1/3        -2/3
     -2/3        -2/3         1/3
```

EJERCICIO 27

En este ejercicio se estudia la composición de dos aplicaciones lineales en $\mathbb{R}^2$, realizándose en primer lugar una rotación de un ángulo ϕ en el sentido contrario al de las agujas del reloj y después una simetría o reflexión respecto del eje X. La transformación se aplica sobre los vértices de un triángulo. Se representan gráficamente los vértices iniciales y los transformados en los dos pasos.

```
>> % Composición en R2 de una rotación y una reflexión de un triángulo
>> puntos = input('Dar en col. de una matriz las coordenadas de los vértices del triángulo ')
Dar en col. de una matriz las coordenadas de los vértices del triángulo [5  10; 3  17; 8  10]'
puntos =
     5     3     8
    10    17    10
>> puntos(:,4) = puntos(:,1);   % Para cerrar el triángulo, tomamos como 4º vértice el 1º
>> plot(puntos(1,:), puntos(2,:), 'ko-')    % Dibujo del triángulo (en negro)
>> axis equal, hold on, grid on, axis([-20  20  -20  20])
>> fi = input('dar el ángulo de rotación en grados ')
dar el ángulo de rotación en grados 30
fi =
```

```
   30
>> R = [cosd(fi)  -sind(fi); sind(fi)  cosd(fi)]   % Matriz de rotación sentido antihorario
R =
   0.8660   -0.5000
   0.5000    0.8660
>> Tg = R*puntos;   % Coordenadas del triángulo girado
>> plot(Tg(1,:), Tg(2,:), 'ro-')   % Dibujo del triángulo girado (en rojo)
>> S = [1  0; 0  -1]   % Matriz de la simetría respecto al eje Ox
S =
    1     0
    0    -1
>> Tsg = S*R*puntos;   % Coordenadas del triángulo simétrico del girado
>> plot(Tsg(1,:), Tsg(2,:), 'go-')   % Dibujo del triángulo simétrico del girado (en verde)
>> quiver(0,0,puntos(1,1), puntos(2,1))   % Dibuja vector correspondiente al vértice 1º
>> quiver(0,0,Tg(1,1),Tg(2,1))    % Dibuja vector girado del vértice 1º
>> quiver(0,0,Tsg(1,1),Tsg(2,1))    % Dibuja vector simétrico del girado del vértice 1º
>> plot([-20  20],[0  0],'k-'), plot([0  0],[-20  20],'k-')    % Dibuja los ejes
```