Capítulo 9

Espacios vectoriales: Parte 7

9.1 Subespacio de columnas y subespacio nulo de una matriz A

Definición 9.1. *Se denomina* **subespacio de columnas de una matriz** $A \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ *al subespacio generado por las columnas de* A*, es decir, al conjunto de todas las combinaciones lineales de las columnas de* A*. Se denota como* Col$A$.

$A = [\ \vec{a}_1\ \ \vec{a}_2\ \ \dots\ \ \vec{a}_n\ ]$ $\qquad \text{Col}A\ =\ <\vec{a}_1\ ,\ \vec{a}_2\ ,\ \dots\ ,\ \vec{a}_n>$

Nótese que Col$A$ es subespacio de $\mathbb{R}^m$, pues las columnas de A son vectores de m componentes.

Obviamente $\dim(\text{ Col } A\ ) = \text{rg}(A)$

Definición 9.2. *Se denomina* **subespacio nulo de una matriz** $A \in M_{m\times n}(\mathbb{R})$ *y se denota* Nul$A$*, al conjunto* $\text{Nul}A = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^n\ \ /\ A\vec{x} = \vec{0}\}$

Nul$A$ es subespacio de $\mathbb{R}^n$, y obviamente $\dim(\text{ Nul } A\ ) =\ n-\ \text{rg}(A)$.

Se obtiene entonces:

$$\dim(\text{ Nul } A\ ) + \dim(\text{ Col}A\ ) = n$$

Recordando conceptos anteriores, cada subespacio H de $\mathbb{R}^n$ puede entenderse como el subespacio nulo de una matriz $A_{m\times n}$, siendo A la matriz de coeficientes de la forma implícita de H.