3.8 Ejercicios: Parte 1

Ejercicio 3.1. *Describe razonadamente los cuatro tipos de lugares geométricos de los subespacios de* $\mathbb{R}^3$.

Ejercicio 3.2. *En* $\mathbb{R}^4$ *justifica para cada uno de los siguientes conjuntos si son subespacios o no.*

$C = \{\ (x_1, x_2, x_3, x_4)\ /\ 2x_1 + 4x_4 = 0\ ,\ x_i \in \mathbb{R}\}$
$D = \{\ (x_1, x_2, x_3, x_4)\ /\ x_1 + 2x_4 = 7\ ,\ x_i \in \mathbb{R}\}$

Ejercicio 3.3. *Dados tres vectores* $\vec{v}_1 = (1, 1, 0, m)$, $\vec{v}_2 = (3, -1, n, -1)$, $\vec{v}_3 = (-3, 5, m, -4)$. *Hallar* m *y* n *de forma que los tres vectores sean linealmente dependientes.*

Ejercicio 3.4. *Dados tres vectores linealmente independientes* $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ *demostrar que el sistema de tres vectores* $\{\vec{u}_1 + \vec{u}_2, \vec{u}_1 + \vec{u}_3, \vec{u}_2 + \vec{u}_3\}$ *es también linealmente independiente.*

Ejercicio 3.5. *Dados* $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ *linealmente independientes, comprobar si el conjunto* $\{\vec{v}_1 - \vec{v}_2, \vec{v}_3 - \vec{v}_1, \vec{v}_2 - \vec{v}_3\}$ *es o no linealmente independiente.*

Ejercicio 3.6. *Sean* $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2, ..., \vec{u}_n\}$ n *vectores linealmente independientes.*
Probar que los vectores $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_n\}$ *definidos como*

$$\vec{v}_i = \sum_{k=1}^{i} \vec{u}_k$$

para $i = \{1, 2, ..., n\}$ *son también linealmente independientes.*

Ejercicio 3.7. Manualmente y con MATLAB

Considerando el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$, *se pide:*
a) Averiguar si los 4 vectores $\vec{v}_1 = (1, 0, 0, -1)$, $\vec{v}_2 = (0, 1, 1, 0)$, $\vec{v}_3 = (2, 1, 1, -2)$ *y* $\vec{v}_4 = (1, -1, -1, -1)$ *son linealmente independientes.*
b) Si no lo fueran, encontrar las relaciones de dependencia entre ellos.

Ejercicio 3.8. Matlab *Considera el conjunto* $S = \{\ \vec{v}_1\ ,\ \vec{v}_2\ ,\ \vec{v}_3\ ,\ \vec{v}_4\ ,\ \vec{v}_5\} \subset \mathbb{R}^5$, *siendo* $\vec{v}_1 = (8, -9, 6, 5, 1)$, $\vec{v}_2 = (-3, 4, -2, -1, 0)$, $\vec{v}_3 = (0, 5, 2, 7, 3)$, $\vec{v}_4 = (-7, 11, -4, 0, 1)$ *y* $\vec{v}_5 = (2, -7, 4, 10, 1)$

a) Obtén las relaciones de dependencia lineal del conjunto (tantas como vectores linealmente dependientes existan).

b) Extrae un subconjunto de S *con el máximo número posible de vectores linealmente independientes.*

c) Expresa los vectores eliminados como c.l. de los vectores del subconjunto l.i. del apartado anterior.

d) Obtén el o los valores de a *tales que* $(2, a, 2, 3, -7)$ *se pueda expresar como combinación lineal de los vectores de* S. *Escribe "ninguno" o "para todo* a*" si ese es el caso.*

Muy parecido, 16-17 Primer parcial GIM-GIQ Matlab