

Tema 3. Espacios Vectoriales

1	Definición, ejemplos, combinación lineal y dependencia lineal	1
1.1	Definición de espacio vectorial	1
1.2	Ejemplos	2
1.2.1	Matrices y vectores	2
1.2.2	Polinomios	3
1.2.3	Relación biyectiva entre los polinomios reales de grado $\leq n$ y $\mathbb{R}^{n+1}$	3
1.2.4	Relación biyectiva entre las matrices reales y $\mathbb{R}^n$	4
1.3	Combinación lineal	5
1.4	Dependencia e independencia lineal. Relación de dependencia lineal	7
1.4.1	Definiciones	7
1.4.2	Ejemplos	8
1.4.3	Dependencia e independencia lineal en $\mathbb{R}^n$	9
1.4.4	Propiedades de la dependencia/independencia lineal	10
1.4.5	Caracterización de los conjuntos linealmente dependientes	11
1.4.6	Más ejemplos	12
1.5	Ejercicios	15
2	Subespacios vectoriales	16
2.1	Subespacios vectoriales. Definición y caracterización	16
2.2	Los subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3$ y $\mathbb{R}^2$	17
2.3	Ejemplos de subesp. vectoriales y de subconjuntos que no son subesp. vectoriales	17
3	Sistema generador, base, coordenadas, ecuaciones implícitas	22
3.1	Subespacio generado	22
3.2	Sistema generador	23
3.3	Ejemplos de sistemas generadores y sus subespacios generados	23
3.4	Sistema generador linealmente dependiente o independiente	25
3.5	Base	28
3.5.1	Definición y propiedades	28
3.5.2	Bases de $\mathbb{R}^n$	29
3.6	Coordenadas relativas a una base	30
3.7	Formas paramétrica e implícita de los subespacios de $\mathbb{R}^n$	33
3.8	Algunos ejercicios resueltos	34
3.9	Otro método para la obtención de la forma implícita	41
3.10	Ejercicios	44
4	Intersección y suma de subespacios	46
4.1	Intersección y suma de dos subespacios	46
4.1.1	Intersección	46
4.1.2	Suma	47
4.1.3	Relación de dimensiones en la suma e intersección de dos subespacios	49
4.1.4	Ejemplos de suma e intersección de dos subespacios	49

4.1.5	Tres ejercicios resueltos (todos en $\mathbb{R}^4$)	52
4.2	Intersección y suma de $p > 2$ subespacios	57
4.3	Ejercicios	58
5	Matriz de cambio de base	60
5.1	Matriz de cambio de base/coordenadas	60
5.2	Ejercicios	68
6	Subespacios $\text{Col}(\mathbf{A})$ y $\text{Nul}(\mathbf{A})$	69
6.1	Subespacio de columnas y subespacio nulo de una matriz A	69