Ejercicios Matrices y Determinantes. Lecciones 1, 2, 3 y 4

Operaciones sencillas con matrices

1. Obtén AB siendo A y B las siguientes matrices en el cuerpo $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \\ 4 & -1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Obtén AC y $B^2 + B$, siendo A , B y C las siguientes matrices en el cuerpo $\mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Traspuestas, simétricas, antisimétricas

3. Dadas las matrices en $\mathbb{R}$,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

- a) Determina AB , AC , CA (si no existe alguno de estos productos indícalo explícitamente)
b) las traspuestas de estos productos

4. Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ en $\mathbb{R}$.

- a) Calcula $A^2 - 3AA^t + (A^t)^2$
b) Calcula $A^2 - 3A^tA + (A^t)^2$

5. Si P es una matriz antisimétrica, que se puede decir de P^2 .

Potencias

6. Calcula las tres primeras potencias de la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, y la expresión general de A^k

Ejercicios con matrices que requieren resolver sist. ecs. lineales

7. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, comprobar que se puede verificar una relación de la forma $A^2 + \lambda A + \mu I = 0$, con $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$
8. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ en $\mathbb{R}$, hallar todas las matrices permutables con ella.
9. Sean las matrices cuadradas de orden 2, simétricas y en $\mathbb{R}$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} a & c \\ c & b \end{bmatrix}$. Determina los posibles valores de a , b y c para que AB sea simétrica.

Otros

10. Halla todas las matrices A de tamaño 2×2 tales que $A^t \neq A$ y $(A^t)^2 = A^2$.

Ejercicios con MATLAB

11. Considerada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & 0 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$
- Sustituye el término $(2, 3)$ por un -3 , y el término $(1, 2)$ por un 7 , denotando a la matriz resultante como B . Muestra B por pantalla.
 - Extrae en un vector denotado $\vec{f}_1$ la primera fila de B , y en otro vector $\vec{c}_2$ la segunda columna de B .
 - Extrae en una matriz F las filas de la 1 a la 3 de B , y en otra matriz C las columnas 2 y 4.
 - Añade la matriz identidad 4×4 , I_4 , a la derecha de B y denomina a la matriz resultante $D1$. Análogamente, añade I_4 debajo de B y denomina $D2$ a la matriz resultante.
 - Crea un vector cuyos elementos sean los términos de la diagonal principal de B . Muestra ese vector por pantalla.
 - Calcula la traza de B , el determinante de B , la forma escalonada reducida de B , el rango de B y la inversa de B , si existe. Si existe la inversa comprueba que $B^{-1}B = I$
12. Crea las siguientes matrices: a) Matriz 4×4 con todos sus términos cero
- Matriz 3×5 con todos sus términos iguales a 9
 - Matriz diagonal 8×8 cuya diagonal principal contiene los números naturales de 1 a 8. Muestra esta matriz por pantalla.

13. Sean las matrices $A = \begin{bmatrix} 7.2 & -6 & -2 \\ -6 & 7 & 3 \\ 5 & -5 & -2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$

Determina la matriz X tal que $AX = B$

14. Dada la matriz $B = \begin{bmatrix} 1.1 & 2.5 & -1.8 \\ -1.1 & 1.3 & 2.6 \end{bmatrix}$, calcula:

- a) $R = BB^t B$ b) El producto de R por el vector $v = (3.5, -7/19, 8)$

15. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 1 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$, y sabiendo que

$D = ABC = \begin{bmatrix} 11 & 17 \\ 17 & 1 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$, calcula la matriz C . Si no existe, indícalo explícitamente.

16. Halla la matriz A sabiendo que la inversa de B es $\begin{bmatrix} 10 & -2.2 & 2 \\ 4.5 & 4 & -1 \\ 2 & -4 & -4 \end{bmatrix}$ y que la inversa de AB es

$$\begin{bmatrix} 10 & -3 & 2 \\ -4 & 4 & -1 \\ 2.5 & 4 & 0.5 \end{bmatrix}$$