Tutorías presenciales (T.P.)

Ruth Carballo Fidalgo (UC). 2025-2026.

Contents

1 Semana 22 de septiembre 2

2 Semana 6 de octubre 3

3 Semana 20 de octubre 5

1 Semana 22 de septiembre

1. **(5 pts)** Considera el sistema lineal cuya matriz ampliada es $\left[\begin{array}{rrr|r} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & a & 3 \end{array}\right]$

   a) Escribe una forma escalonada de la matriz ampliada.

   b) ¿Para que valores de a es el sistema incompatible?

   Escribe "todo a" o "ningún a" si ese fuera el caso.

   Presenta la justificación de los dos apartados.

2. **(5 pts)** Dada $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$,

   a) Obtén un conjunto de vectores linealmente independiente máximo, tomado de sus columnas. (Da los vectores con sus valores numéricos, no con nombres).

   b) Expresa los demás vectores como combinación lineal de los vectores del conjunto del apartado a)

   Presenta la justificación de los dos apartados.

2 Semana 6 de octubre

EJERCICIO 1. Sea $A\vec{x} = \vec{b}$ un sistema de ecuaciones lineales cuya matriz ampliada tiene la forma escalonada reducida siguiente:

$$A^*_{\text{red}} = \left[\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

a) (1.0 pts) Escribe la solución general en forma vectorial paramétrica, es decir, como $\vec{x} = \vec{p} + \alpha_1\vec{v}_1 + \ldots + \alpha_k\vec{v}_k$, siendo $\vec{v}_i$ vectores numéricos de $\mathbb{R}^5$ y α_i parámetros libres.

$\vec{x} =$

b) (1.0 pts) Escribe una solución particular.

$\vec{x}_{\text{part}} =$

c) (1.0 pts) Si $\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ y $\vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, determina $\vec{b}$

$\vec{b} =$

Justificación de los tres apartados en hoja aparte.

EJERCICIO 2. (1.0 pts). Sabiendo que $A^2 = I$ y que $B = \frac{1}{2}(I + A)$, demuestra que $B^2 = B$.

Demostración:

Otra versión del Ejercicio 2:

$$B = \frac{1}{2}(I - A)$$

EJERCICIO 3. (0.5 pts). a) Encuentra todos los valores de λ que anulan el siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & 4 \\ 3 & 3-\lambda \end{vmatrix}$$

Valor o valores de λ:

(0.5 pts). b) Escribe el determinante como un polinomio desarrollado:

$p(\lambda) =$

(0.5 pts). c) Escribe el determinante como un polinomio factorizado:

$p(\lambda) =$

Justificación de los tres apartados:

Otra versión: En vez del Ejercicio 3 se usó este ejercicio.

EJERCICIO 3. (1.0 pts). Dadas $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$, obtén A^{-1} y úsala para obtener la matriz X 2×2 tal que $XA = B$.

$X =$

Presenta aquí la comprobación de que $XA = B$

Justificación:

3 Semana 20 de octubre

Los dos primeros ejercicios son del libro "Linear Algebra with Applications" edición 9. S.J. Leon. Pearson. 2015. (O tienen los datos ligeramente modificados).

1. (Ejercicio 13 pg. 145). **4 puntos.** Dados los vectores $\vec{x}_1 = (-1, 2, 3)$, $\vec{x}_2 = (3, 4, 2)$, $\vec{x} = (2, 6, 6)$ e $\vec{y} = (-9, -2, 5)$,

   a) ¿Pertenece $\vec{x}$ al subespacio generado por $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$? ..... (sí o no)

   b) ¿Pertenece $\vec{y}$ al subespacio generado por $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$? ..... (sí o no)

   (*Pista RC: Es lo mismo que preguntar si el vector es combinación lineal del conjunto* $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$.)

   c) Añadido: Obtén la ec. implícita del subespacio generado por $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2\}$ denotando las variables como x, y, z

   Ec.:
   .....

2. (Ejercicio 10 pg. 162). **3 puntos.** Los vectores $\vec{x}_1 = (1, 2, 2)$, $\vec{x}_2 = (2, 5, 4)$, $\vec{x}_3 = (1, 3, 2)$, $\vec{x}_4 = (2, 7, 4)$, $\vec{x}_5 = (1, 1, 0)$ generan $\mathbb{R}^3$. Obtén un subconjunto de $\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \vec{x}_4, \vec{x}_5\}$ que forme una base de $\mathbb{R}^3$.

   B :
   .....

3. Ejercicio 3.14. **3 puntos**. Obtén la/s ec./ecs. implícita/s de $H =< (1, 1, 0, 0), (1, 2, -1, 1) >$. (Denota las variables de $\mathbb{R}^4$ como x_1, x_2, x_3, x_4).

   Ec/s implícita/s de H:
   .....

Presenta todas las justificaciones y cálculos.