Ejercicio de introducción a las aplicaciones lineales

Ejercicio 1.4.3. Considerada la aplicación lineal f de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$ con matriz estándar asociada $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ determina:

a) La imagen de $\vec{x} = (1, 5)$.

b) El antecedente de $\vec{y} = (-1, 18)$, si existe.

c) (Añadido) Escribe las ecuaciones de la aplicación lineal.

Solución: 1.4.3

```
A=[1 -1; 2 3]   % Matriz de la aplicacion lineal
%     1    -1
%     2     3

% a) imagen
% ---------

v=[1 5]'   % Vector cuya imagen queremos determinar
%     1
%     5

fv= A*v     % A multiplicado por v nos da la imagen de v
%    -4
%    17

% b) antecedente
% --------------

% Se pide el antecedente de y=(-1,18), si existe.
% Estudiamos en primer lugar la compatibilidad del sistema lineal [A | y]
% Primero rango de A

rank(A)
% 2

% Por ser rango de la matriz de coeficientes 2, y tener A dos filas,
% el SL [A | y] es compatible cualquiera que sea el vector y
% Como además las incógnitas son dos, el SL es comp. det.

% Dos formas de resolverlo:
% I) Con la forma escalonada reducida:

y = [-1 18]'
%  -1
%  18
Am = [A y]    % es la matriz ampliada
     1    -1    -1
     2     3    18
rref(Am)      % la forma escalonada reducida de A es la identidad,
              % por tanto podemos leer directamente la solución a la derecha
```

```
     1     0     3
     0     1     4
% La solucion es x=(3,4)


% Comprobación:
x=[3 4]'
%    3
%    4
A*x   % aquí tenemos que obtener (-1,18)
%   -1
%   18
% Otra forma de comprobar es que A*x - y  nos dé (0,0)
A*x - y
%    0
%    0

% II) Usando linsolve(A,b) que permite resolver SL comp. det. siendo
% A la matriz de coeficientes y b el vector de términos independientes
% (Hemos justificado más arriba que este sistema es comp. det.)

sol=linsolve(A,y)
%    3
%    4
% la comprobación sera que A*sol-y quede (0,0)
A*sol-y
%     0
%     0
```