

4.1. Dada la aplicación lineal con matriz estándar $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$

- Obtén una base de $\text{Im}f$.
- Obtén una base de $\text{Ker}f$.
- Razona si la aplicación lineal es o no sobreyectiva.
- Obtén la imagen de $(2, 7, 0)$.
- Determina el/los antecedentes de $(6, 9, a)$ en función de a .

4.2. Dada la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$, definida por:

$$(1, 0, 0) \mapsto (1, 1, 1) \qquad (0, 1, 0) \mapsto (2, 0, -3) \qquad (0, 0, 1) \mapsto (0, 0, 4)$$

- Halla la matriz estándar asociada a f .
- Halla la imagen de $\vec{a} = (2, -3, 5)$
- Halla el vector cuya imagen es $\vec{b} = (2, -5, 4)$

4.3. Sea f un endomorfismo en \mathbb{R}^3 tal que $f(\vec{e}_1) = (1, 0, 0)$, $f(\vec{e}_2) = (1, 1, 3)$ y $f(\vec{e}_3) = (0, c + 3, 2)$. Determina una base de $\text{Ker}f$ en función del parámetro c .

4.4 Dada la aplicación lineal f con matriz asociada $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, determina

- Una base y la dimensión de $\text{Im}f$.
- Una base y la dimensión de $\text{Ker}f$.

4.5 Obtén la matriz estándar de las siguientes transformaciones lineales en \mathbb{R}^2 :

* simetría respecto de la recta $y = \frac{1}{3}x$

* proyección ortogonal sobre la recta $y = \frac{1}{3}x$

Considerada la figura con los vértices P , Q , R y S dados en la tabla, obtén sus imágenes para las transformaciones anteriores y rellena la tabla con los resultados.

(x, y)	simétrico (x', y')	proyectado (x', y')
$P = (6, 6)$	$P' = (\quad , \quad)$	$P' = (\quad , \quad)$
$Q = (7, 7)$		
$R = (8, 6)$		
$T = (7, 5)$		

4.6 Considera el espacio vectorial \mathbb{R}^3 y la transformación lineal f correspondiente a la proyección ortogonal sobre el plano $x + y + z = 0$.

- Determina una base B respecto de la cual la matriz asociada a f sea lo más sencilla posible. Escribe también dicha matriz.
- Obtén la matriz asociada respecto de la base canónica.

4.7 Resuelve el ejercicio anterior tomando f correspondiente a la simetría ortogonal respecto del plano $x + y + z = 0$.

4.8 La matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ produce un **estiramiento** en la dirección x . Representa la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ y esboza a su alrededor los puntos (x, y) que resultan de multiplicar por A . ¿Cuál es la forma de la figura?.

G. Strang. *Linear Algebra and its Applications*. Edición 4. Wellesley Cambridge Press. 2009. Pg. 149. Ejercicio 3.

4.9 Dada la aplicación lineal f en \mathbb{R}^3 con matriz estándar asociada $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, obtén la matriz asociada a f respecto de la base $B = \{(1, -1, 0), (-2, 1, 1), (1, 1, 1)\}$.

S.J. Leon. Linear Algebra with Applications. Edición 9. Pearson 2015. Pr. 212. Ejemplo 2.

4.10 a) En \mathbb{R}^3 , obtén la matriz estándar A correspondiente al giro de 90 grados en sentido positivo respecto del eje dirigido según el vector $(0, 0, 1)$. b) Obtén la matriz estándar de la siguiente composición de transformaciones: en primer lugar el giro anterior, y a continuación dilatación de factor 4 según el eje Z .

4.11 a) En \mathbb{R}^2 , interpreta geoméricamente, cualitativa y cuantitativamente, la transformación lineal con la matriz estándar

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$