

## Ejercicio de suma de dos subespacios en $\mathbb{R}^5$

Considera los vectores  $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$  y  $\vec{a}_5$ , correspondientes a las columnas de 1 a 5 de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ y los subespacios siguientes:}$$

$$F = \langle \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle$$

$$G = \langle \vec{a}_3, \vec{a}_4, \vec{a}_5 \rangle$$

$$H_1 = \langle \vec{a}_3 \rangle$$

$$H_2 = \langle \vec{a}_3, \vec{a}_4 \rangle$$

Se pide:

- Escribe una base de  $F$  y la dimensión de  $F$ . Justifica la respuesta.
- Escribe una base de  $G$  y la dimensión de  $G$ . Justifica la respuesta.
- Escribe una base de  $F + G$  y la dimensión de  $F + G$ . Justifica la respuesta.
- Escribe una base de  $F + H_1$  y la dimensión de  $F + H_1$ . Justifica la respuesta.
- Escribe una base de  $F + H_2$  y la dimensión de  $F + H_2$ . Justifica la respuesta.
- Escribe un vector de  $\mathbb{R}^5$  que no pertenezca a  $G$ . Justifica la respuesta.
- Razona si la suma  $F + G$  es o no suma directa.
- Obtén una base de un subespacio  $F'$  complementario de  $F$  y escribe la dimensión de  $F'$ . Razona la respuesta.
- Escribe un vector  $\vec{v} \in \mathbb{R}^5$  que no pertenezca a  $F$  ni a  $F'$ . Razona la respuesta.
- Obtén los vectores  $\vec{v}_1 \in F$  y  $\vec{v}_2 \in F'$  tales que  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ .
- Razona si los subespacios  $F + G$  y  $F + H_2$  son o no son el mismo.