

# Prácticas Cálculo I

## Práctica 7 (11- XI-2020)

### Objetivos

- Utilizar Matlab como calculadora numérica y gráfica para la resolución de problemas.
- Obtener aproximaciones de integrales definidas mediante sumas de Riemann.

Si  $P$  es una partición del intervalo  $[a, b]$  en  $n$  subintervalos,

$$P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n / a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b\}$$

y  $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$  es un punto de cada subintervalo, la expresión  $\sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i$  con  $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$  se llama **Suma de Riemann** de  $f(x)$  en  $[a, b]$  correspondiente a dicha partición.

Si para cualquier partición  $P$ , existe el límite siguiente:

$$\lim_{\substack{\|P\| \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \left( \sum_{i=1}^n f(c_i)\Delta x_i \right) \text{ con } c_i \in [x_{i-1}, x_i], \Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

el valor del límite recibe el nombre de **integral definida o integral de Riemann** de  $f(x)$  sobre  $[a, b]$

### Ejercicio

## 1

Considera la función  $f(x) = \sin(x^2)$ .

(a) Dibuja su gráfica en el intervalo  $[0, 1]$  ¿Es creciente o decreciente?

(b) Calcular un valor aproximado de  $\int_0^1 \sin(x^2) dx$  utilizando sumas de

Riemann con una partición regular de  $n = 50$  subintervalos y considerando como punto de cada subintervalo las siguientes opciones

1. El extremo inferior del subintervalo
2. El extremo superior del subintervalo
3. El punto medio del subintervalo

(c) Al ser una función creciente, ¿cuál de las sumas anteriores es una cota superior del valor exacto de la integral y cuál es una cota inferior?

Solución

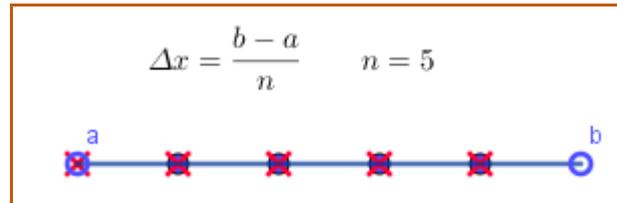
Apartado b.1)

La expresión de la suma de Riemann, considerando el extremo inferior de

cada subintervalo, es:  $\sum_{i=1}^{50} \text{sen}(c_i^2) \Delta x$  siendo

$$\Delta x = \frac{1-0}{50} = \frac{1}{50}$$

$$c_i = 0 + (i-1) \Delta x \quad i = 1, 2, \dots, 50$$



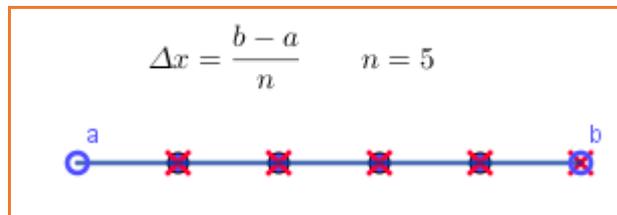
Apartado b.2)

La expresión de la suma de Riemann, considerando el extremo superior de

cada subintervalo, es:  $\sum_{i=1}^{50} \text{sen}(c_i^2) \Delta x$  siendo

$$\Delta x = \frac{1-0}{50} = \frac{1}{50}$$

$$c_i = \Delta x + (i-1) \Delta x = i \Delta x \quad i = 1, 2, \dots, 50$$



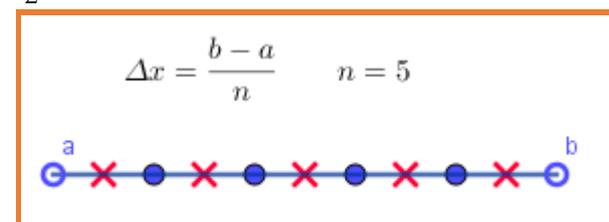
Apartado b.3)

La expresión de la suma de Riemann, considerando el punto medio de cada

subintervalo, es:  $\sum_{i=1}^{50} \text{sen}(c_i^2) \Delta x$  siendo

$$\Delta x = \frac{1-0}{50} = \frac{1}{50}$$

$$c_i = \frac{\Delta x}{2} + (i-1) \Delta x \quad i = 1, 2, \dots, 50$$



Ejercicio

2

Considera la función  $f(x) = \sin(x^2)$ .

(a) Dibuja su gráfica en el intervalo  $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$  ¿Es creciente o decreciente?

(b) Calcular un valor aproximado de  $\int_{\pi/2}^{2\pi/3} \sin(x^2) dx$  utilizando sumas de

Riemann con una partición regular  $n = 100$  subintervalos y considerando como punto de cada subintervalo las siguientes opciones

1. El extremo inferior del subintervalo
2. El extremo superior del subintervalo
3. El punto medio del subintervalo

(c) Al ser una función creciente, ¿cuál de las sumas anteriores es una cota superior del valor exacto de la integral y cuál es una cota inferior

Solución