Seguimiento 18 de febrero (5 puntos)

1

(a) Se considera el sólido H cuyos puntos están acotado inferiormente por la superficie $z=\dfrac{x^2+y^2}{2}$ y son interiores a a $x^2+y^2+z^2=\dfrac{5}{4}$. Este sólido tiene una densidad variable, igual a la distancia de cada punto al plano $z=0$. Plantea la integral para calcular la masa de H, justificando la respuesta, y obtén después el resultado en Matlab.

(b) Escribe el código Octave/Matlab para aproximar el volumen de H con una integral doble mediante una suma de Riemann sobre una partición regular de 8x4 celdas, tomando el valor de la función en el extremo inferior de cada celda.

Puntuación: 3.5+1.5

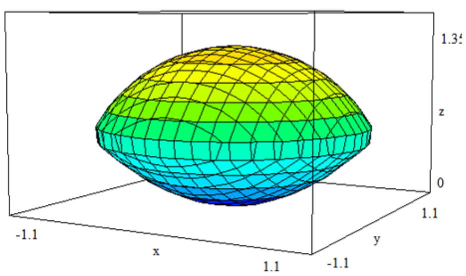
Para calcular la intersección tenemos que encontrar los puntos que verifican

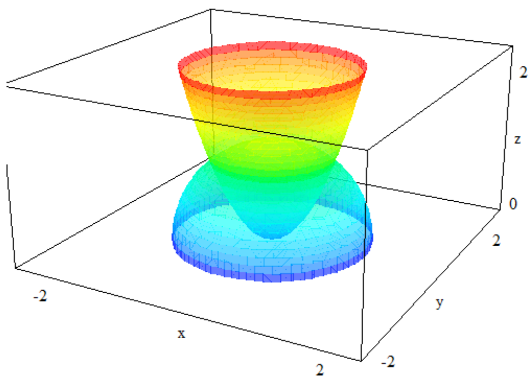
$$\left.\begin{array}{l} 2z = x^2+y^2 \\ z^2-\dfrac{5}{4} = x^2+y^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \qquad 2z+z^2=\frac{5}{4} \Rightarrow z=\frac{1}{2}$$

Se cortan en la curva $x^2+y^2=1, \quad z=\dfrac{1}{2}$.

El sólido H se describe como

$$\begin{array}{c} (x,y)\in D \quad (\textit{círculo unidad}) \\ \dfrac{x^2+y^2}{2} \le z \le \sqrt{\dfrac{5}{4}-x^2-y^2} \end{array}$$





Utilizando coordenadas cilíndricas

$$0 \le \theta \le 2\pi \qquad 0 \le r \le 1 \qquad \frac{r^2}{2} \le z \le \sqrt{\frac{5}{4} - r^2}$$

La masa será

$$\iiint_H z\,dV = \int_0^{2\pi}\int_0^1 \int_{r^2/2}^{\sqrt{5/4-r^2}} rz\ dz\ dr\,d\theta = \frac{\pi}{3}$$

El cálculo con Matlab es

```
int(int(int(r*z, z, r^2/2,sqrt(5/4-r^2)),r,0,1),t,0,2*pi)
```

Para obtener el volumen se deberá calcular

$$\iint_D \left(\sqrt{\frac{5}{4} - x^2 - y^2} - \frac{x^2+y^2}{2}\right) dA = \int_0^{2\pi}\int_0^1 \left[\sqrt{\frac{5}{4} - r^2} - \frac{r^2}{2}\right] r\ dr\ d\theta = \frac{\pi\left(5^{3/2}-4\right)}{12} \approx 1.8798$$

La aproximación de la integral que da el volumen

$$I = \int_0^{2\pi}\int_0^1 \left[\sqrt{\frac{5}{4} - r^2} - \frac{r^2}{2}\right] r\ dr\ d\theta$$

mediante la suma de Riemann pedida es

```
m=8;n=4;
incr=1/m;
inct=2*pi/n;
vt=0:inct:2*pi-incr;
vr=0:incr:1-incr;
[T,R]=meshgrid(vt,vr);
f=(sqrt(5/4-R.^2)-R.^2/2).*R;
sum(f(:))*incr*inct
```

Sol. 1.8464

Seguimiento 25 de febrero

1

Escribe en un fichero el código Matlab para hacer las siguientes representaciones

a) Dibujar el vector $(-1,4)$ en el punto $P(2,-3)$, sin escalar.
b) Dibujar el vector $(-1,4,2)$ en el punto $P(2,-3,1)$, sin escalar.
c) Dibuja 10x16 vectores del campo $\mathbf{F}(x,y) = (y, x^2)$ en puntos del rectángulo [1,3]x[2,5], junto con una muestra de 20 líneas de fuerza de la ecuación $2x^3 - 3y^2 = C$
d) Dibujar 20x20 vectores del campo $\mathbf{F}(x,y) = (y^2, 2xy)$ en puntos del rectánculo [-4,4]x[-4,4], junto con una muestra de 20 líneas de flujo de

ecuación $x^2 - \frac{y^2}{2} = C$ y una muestra de 20 líneas equipotenciales.

e) Dibujar 5x4x5 vectores del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (-1, z, x-y)$ en puntos de la caja [1,3]x[2,5]x[1,6].

f) Dibujar un arco $(\cos^3 t, \operatorname{sen}^3 t, t)$ para $t \in [0,\pi]$ y 20 vectores del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (x^2 + y, -x, 2)$ sobre dicho arco.

g) Dibujar el plano $z = 4 - 2x + y$ que se proyecta sobre el rectángulo [1,3]x[2,5] y una muestra de 10x8 vectores del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (y, 0, z+3)$, sobre él

Apartado a)

```
quiver(2,-3,-1,4,0)
```

Apartado b)

```
quiver3(2,-3,1,-1,4,2,0)
```

Apartado c)

```
x=linspace(1,3,10);y=linspace(2,5,16); [X,Y]=meshgrid(x,y);M=Y;N=X.^2;
quiver(X,Y,M,N)
hold on
Z=2*X.^3-3*Y.^2;
contour(X,Y,Z,20)
hold off
```

Apartado d)

```
 x=linspace(-4,4,20); [X,Y]=meshgrid(x);M=Y.^2;N=2*X.*Y;
quiver(X,Y,M,N)
hold on
x1=linspace(-4,4);[X1,Y1]=meshgrid(x1);
Z2=X1.*Y1.^2;%líneas equipotenciales
contour(X1,Y1,Z2,20)
Z1=X1.^2-Y1.^2/2;%líneas de flujo
contour(X1,Y1,Z1,20)
axis equal
hold off
```

Apartado e)

```
x=linspace(1,3,5);y=linspace(2,5,4);z=linspace(1,6,5);
```

```
[X Y Z]=meshgrid(x,y,z);
M=-ones(size(X)); N=Z;P=X-Y;
quiver3(X,Y,Z,M,N,P)
```

Apartado f)

```
t=linspace(0,pi);x=cos(t).^3;y=sin(t).^3;z=t;
plot3(x,y,z);
hold on
t1=linspace(0,pi,20);x1=cos(t1).^3;y1=sin(t1).^3;z1=t1;    M=x1.^2+y1;N=-
x1;P=2*ones(size(x1));
quiver3(x1,y1,z1,M,N,P)
grid on
hold off
```

Apartado g)

```
x=linspace(1,3,10);y=linspace(2,5,8);
[X,Y]=meshgrid(x,y);Z=4-2*X+Y;
surf(X,Y,Z);
hold on
M=Y;N=zeros(size(X));P=Z+3; quiver3(X,Y,Z,M,N,P)
hold off
```