Prácticas Matlab

Práctica 9 (11/04/2017)

Objetivos

- Obtener de forma simbólica y representar las soluciones de una edo de primer orden.
- Utilizar representaciones gráficas para profundizar en el estudio de las soluciones de una ecuación diferencial de primer orden.

Comandos de Matlab

1.- Para resolver ecuaciones diferenciales de primer orden de forma simbólica

```
dsolve('eq', 'cond', 'var')
```

Ejemplos:

```
>>  dsolve('Dx = -a*x')
>>  dsolve('Dy = a*y', 'y(0) = b')
```

2.- Para resolver ecuaciones

```
solve('eq', 'var')
```

Ejemplo:

```
>> solve('x^2-1', 'x')
```

3.- Para representar funciones implícitas

Para representar la función implícita definida por la ecuación $F(x,y)=0$ en la región del plano $[a,b]\times[a,b]$. F puede ser un string o una función en línea (función @)

```
ezplot
```

Ejemplo

```
>> ezplot('x^2+y^2-4=0',[-2,2]) %utilizando un string

>> F=@(x,y) x.^2+y.^2-4;
>> ezplot(F,[-2,2]) %utilizando una función en línea
```

4.- Para hacer una sustitución simbólica simple de var en valor en la exprsión f

```
subs(f,va,valor)
```

Ejemplo

```
>> subs('x^2+3*x+2', 'x',2)
```

Ejercicios

1

Resolver ecuaciones diferenciales con dsolve

Encontrar y representar la solución de las siguientes ecuaciones diferenciales:

(a) $y' = ty^2,\ y(0) = C$ para varios valores de C

(b) $x^2 y' = y \log y - y'$

(c) $x^2 y' = y \log y - y',\ y(0) = 2$

Apartado a)

```
sol=dsolve('Dy=t*y^2','y(-2)=y0','t')
hold on
for v=-0.4:0.2:2
    ezplot(subs(sol,'y0',v),[-2 2])
end
hold off
```

Solución:

2

Representación de soluciones particulares

Encontrar una curva cuya gráfica pase por el punto (1,1) y que la pendiente de la recta tangente en cada punto de la gráfica sea igual al producto de las coordenadas del punto. Representar dicha curva.

Indicaciones

a. Plantear la ecuación diferencial
b. Resolver dicha ecuación con el comando dsolve
c. Representar la curva

Solución:

3

Se considera la familia de curvas familia de circunferencias centradas en $(1,-2)$ y radio $|C|$.

$$(x-1)^2+(y+2)^2=C^2$$

a) Representar una muestra de estas curvas para C=1,2,9

b) Calcular la ecuación diferencial que verifican estas curvas

c) Encuentra la curva de esa familia que pasa por el punto $P(3,0)$. ¿Es posible encontrar una curva de esa familia pasando por cualquier punto $P(x_0,y_0)$ del plano?

d) Calcular y representar una familia ortogonal a la familia de circunferencias.

Indicaciones

a. Utilizar el comando `ezplot`
b. Derivar implícitamente eliminando el parámetro C.
c. Encontrar el valor de C sustituyendo el punto en la ecuación de la curva.
d. Determinar la ecuación diferencial que cumple la familia ortogonal y resolverla con el comando `dsolve`. Dar distintos valores a la constante de integración y representar algunas de estas curvas.

Solución:

4

Ley de Newton de calentamiento y enfriamiento

Esta ley establece que la razón de cambio de la temperatura de un cuerpo en contacto con otro es proporcional a la diferencia de la temperatura entre ambos. Si se dentora por $T(t)$ la temperatura de del cuerpo en estudio y $T_e(t)$ la temperatura de otro cuerpo en contacto con él (en muchos casos la temperatura ambiente que rodea al cuerpo) entonces la ley de Newton queda establecida por medio de la ecuación diferencial siguiente

$$\frac{dT(t)}{dt}=k\left(T_e(t)-T(t)\right)$$

siendo k la constante de proporcionalidad.

Ejemplo: Una pequeña barra de metal, cuya temperatura inicial es de 20ºC se deja caer en un recipiente de agua hirviendo.

a) Calcular el tiempo que dicha barra tardará en alcanzar los 90ºC si su temperatura aumenta en 2º en el primer segundo.

b) ¿Cuál será la temperatura de la barra al cabo de 45 segundos?

c) ¿Cuánto tardará la barra en alcanzar los 98ºC?

Indicaciones

a. Plantear la ecuación diferencial con las condiciones dadas en el ejemplo. Obtener el valor de la constante K de proporcionalidad.
b. Sustituir en expresión de $T(t)$ el valor t=45 utilizando el comando subs
c. Obtener el valor de t con el comando `solve`.

Solución:

5

Una boya cilíndrica, de diámetro 20cm y peso 100kg, flota parcialmente sumergida en posición recta. Cuando es ligeramente separada de su posición de equilibrio, la boya sube y baja según la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{100}{g}\frac{d^2x}{dt^2} = -16\pi x - c\frac{dx}{dt}$$

Donde $c\frac{dx}{dt}$ es la resistencia a la fricción que ofrece el agua y g es la aceleración gravitatoria.

1) Obtener $x(t)$ si la constante c es igual a $\sqrt{15\pi}$

2) Calcular c si el periodo de oscilación observado es de $\frac{5}{4}\sqrt{2\pi}$

Nota: Tomar $g = 10m / seg^2$

Solución:

Resumen de comandos

Se recogen aquí los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación. También se supondrán conocidos los comandos que fueron utilizados en prácticas anteriores y en las prácticas de Cálculo I.

- Para resolver ecuaciones diferenciales `dsolve`
- Para resolver una ecuación `solve`
- Para representar funciones implícitas `ezplot`
- Para sustituir en una expresión simbólica una expresión: `subs`