Prácticas Matlab

Práctica 4 (28/02/2017)

Objetivos

- Dibujar muestras de campos vectoriales en el plano y en el espacio.
- Dibujar líneas de flujo sobre una muestra de un campo vectorial.
- Dibujar líneas y superficies equipotenciales de campos gradiente.
- Utilizar representaciones gráficas como ayuda para entender la teoría de campos escalares y vectoriales del tema 2.

Comandos de Matlab

1.- Para representar vectores en $\mathbb{R}^2$ y en $\mathbb{R}^3$

`quiver(x,y,u,v)`

Representa, mediante flechas, una muestra del campo vectorial de componentes `(u,v)`, en los puntos `(x,y)`.

Ejemplo:

```
>> [x,y]=meshgrid(-1:.2:1);
>> quiver(x,y,-y,x);
```

`quiver3(x,y,z,u,v,w)`

Representa, mediante flechas, una muestra del campo vectorial de componentes `(u,v,w)`, en los puntos `(x,y,z)`.

Ejemplo:

```
>> [X,Y] = meshgrid(-2:0.25:2,-2:0.25:2);
>> U=-ones(size(X))/3;
>> V=-ones(size(X))/3;
>> W= ones(size(X));
>> quiver3(X,Y,(X-Y)/3,U,V,W);
>> hold on;
>> surf(X,Y,(X-Y)/3);
```

2.- Para calcular, numéricamente, el gradiente de un campo escalar

`[fx,fy,fz]=gradient(f)`

Calcula el gradiente de un campo escalar f.

Ejemplo:

```
>> v=-2:0.2:2;
>> [x,y]=meshgrid(v);
```

```
>>  f=x.*exp(-x.^2-y.^2);
>>  [fx,fy]=gradient(f);
```

Ejercicios

1

Representación de campos vectoriales en el plano.

Dibuja los campos que se indican en los puntos de la forma (a,b), tomando para a y b los valores $\{-2,-1,0,1,2\}$.

a) $\mathbf{F}(x,y)=x\mathbf{i}-y\mathbf{j}$ b) $\mathbf{F}(x,y)=x\mathbf{i}+y^2\mathbf{j}$

Resolución

Este ejercicio es parte del ejercicio propuesto nº1 del tema 2.

Código Matlab para el campo a):

```
a=-2:2;
[x,y]=meshgrid(a);%obtenemos las coordenadas de los puntos para
%representar la muestra de vectores
quiver(x,y,x,-y);%dibujamos una muestra de vectores sobre la
%cuadrícula generada con meshgrid
hold on
plot(x,y,'ob')%dibujamos los puntos de aplicación de los
%vectores con circulitos azules
hold off
```

Código Matlab para el campo b):

```
figure(2)
quiver(x,y,x,y.^2)
axis square
```

2

Representación de campos vectoriales en el plano.

Dibuja una muestra de los siguientes campos vectoriales en las regiones que se indican:

a) $\mathbf{F}(x,y)=-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}$ en el cuadrado $D=[-1,1]x[-1,1]$

b) $\mathbf{F}(x,y)=y\mathbf{i}+z\mathbf{j}+x\mathbf{k}$ en la porción del plano $x+y+z=0$ que se proyecta en el cuadrado $[-2,2]x[-2,2]$. Dibuja también el plano en la misma figura.

Resolución

a) Código Matlab

```
%muestra de un campo vectorial plano
[x,y]=meshgrid(-1:.2:1);
quiver(x,y,-y,x);
axis square;
title('Campo circular en R^2');
```

b) Código Matlab

```
%muestra de un campo vectorial sobre un plano en el espacio
[x,y]=meshgrid([-2,2]);
surf(x,y,-x-y,'FaceAlpha',0.4)%dibujo del plano
hold on;
[x,y]=meshgrid(-2:0.5:2);%cuadrícula más fina para representar
%el campo
z=-x-y;%valores de z sobre la cuadrícula anterior
quiver3(x,y,z,y,z,x,1.2)%dibujo de los vectores sobre el plano
%escalados
title('Campo circular sobre un plano inclinado')
hold off
```

3

Representación de campos gradiente, curvas de nivel y superficies de nivel

a) Dibuja el campo vectorial gradiente del campo escalar $f(x,y)=2x^2+xy+y^2$, sobre el dominio $D=[-2,2]x[-3,3]$, y, en la misma figura, representa también las curvas de nivel del campo escalar. (Lineas equipotenciales del campo gradiente).

b) Dibuja el gradiente del campo escalar $w=x^2+y^2-z^2$ sobre la superficie de nivel $w=1$. Representa en la misma figura esta superficie de nivel, utilizando las ecuaciones paramétricas:

$$x=\sin u\cosh v,\quad y=\sin u\cosh v,\quad z=\sinh v$$
$$0\le u\le 2\pi,\quad -2\le v\le 2$$

NOTA:
En el enunciado de este ejercicio, $\operatorname{senh} v$ y $\cosh v$, denotan, respectivamente, el seno y el coseno hiperbólico de v.
Recordamos que:

$$\operatorname{senh} v=\frac{e^v-e^{-v}}{2},\quad \cosh v=\frac{e^v+e^{-v}}{2}$$

y que la relación fundamental entre las funciones hiperbólicas es:

$$\cosh^2 v-\operatorname{senh}^2 v=1$$

Resolución

En este ejercicio se repasa una de las propiedades del campo gradiente vista en Cálculo: "El campo gradiente es ortogonal las curvas de nivel (si el campo es plano) o a las superficies de nivel (si el campo está definido en $\mathbb{R}^3$)".

a) Código Matlab

```
%muestra de un campo vectorial gradiente plano
[x,y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:.2:3);
fx=4*x+y; fy=x+2*y;
quiver(x,y,fx,fy); %dibujo de los vectores gradiente
axis equal
hold on
contour(x,y,2*x.^2+x.*y+y.^2,6); %dibujo de las lineas
%equipotenciales
hold off
```

b) Código Matlab

```
%muestra de un campo vectorial gradiente en el espacio
u=0:pi/20:2*pi; v=-2:.2:2;
[U,V]=meshgrid(u,v);
X=cos(U).*cosh(V);
Y=sin(U).*cosh(V);
Z=sinh(V);
mesh(X,Y,Z); %dibujo de la superficie
hold on;
fx=2*X; fy=2*Y; fz=-2*Z;
quiver3(X,Y,Z,fx,fy,fz,4); %dibujo de los vectores gradiente
hold off
```

4

Representación de campos gradiente, líneas de flujo y líneas equipotenciales.

Se consideran los siguientes campos escalares, y las lineas de flujo correspondientes a sus respectivos campos gradiente:

a) $f(x,y) = y^2 - x^2$; Lineas de flujo: $xy = K$

b) $f(x,y) = y^2 + x^2$; Lineas de flujo: $y = Kx$

Representa con Matlab una muestra de los campos gradiente de los campos escalares anteriores, junto con 20 líneas de flujo y 20 líneas equipotenciales, en el cuadrado $[-4,4]\times[-4,4]$.

Resolución

Este es el ejercicio propuesto nº6 del tema 2.

a) Código Matlab

- Método 1: Dibujando las líneas de flujo mediante sus ecuaciones

```
%muestra del campo
x=-4:0.25:4;
[X,Y]=meshgrid(x);
quiver(X,Y,-2*X,2*Y)
hold on
%lineas de flujo
axis([-2,2,-2,2])
axis equal
x1=-4:0.02:4;
for c=-4:0.2:4
    y=c./x1;
    plot(x1,y)
end
%lineas equipotenciales
contour(X,Y,Y.^2-X.^2,20)
hold off
```

- Método 2: Dibujando las líneas de flujo como líneas equipotenciales del campo ficticio $f(x,y)=xy$

```
%muestra del campo
x=-4:0.25:4;
[X,Y]=meshgrid(x);
quiver(X,Y,-2*X,2*Y)
hold on
%lineas de flujo
contour(X,Y,X.*Y,20)
%lineas equipotenciales
contour(X,Y,Y.^2-X.^2,20)
hold off
```

b) Código Matlab

```
%muestra del campo
x=-4:.25:4;
[X,Y]=meshgrid(x);
quiver(X,Y,X,Y)
hold on
%lineas de flujo
axis([-4,4,-4,4])
axis equal
for c=-2:0.2:2
    y=c*x1;
    plot(x1,y)
end
%lineas equipotenciales
contour(X,Y,X.^2+Y.^2,20)
hold off
```

En este caso, no dibujamos las líneas de flujo con el comando `contour` porque la función $y/x=k$ no está definida para $x=0$.

Resumen de comandos

Se recogen aquí los comandos utilizados en esta práctica que se darán por conocidos en las prácticas siguientes y que conviene retener porque se podrán preguntar en las distintas pruebas de evaluación. También se supondrán conocidos los comandos que fueron utilizados en prácticas anteriores y en las prácticas de Cálculo I.

- Para representar campos vectoriales: `quiver, quiver3`
- Para calcular el gradiente de un campo escalar: `gradient`