Series de Fourier

Curso 16-17

Cálculo I

Prácticas Matlab

Práctica 9 (30/11/2017)

Objetivos

- Analizar cómo afecta a la serie de Fourier de una función la aplicación de una o varias transformaciones elementales.

Ejercicios

1

(a) Ejecutar la presentación de PowerPoint **"Serie Fourier"** del Aula Virtual.
En esta presentación se analiza cómo, conocido el desarrollo en serie de Fourier de una función $f(x)$, es posible obtener la serie de Fourier de una nueva función, siempre que esta nueva función sea el resultado de hacer una o varias de las transformaciones siguientes en la función de partida:

- Escalado horizontal (cambio del período).
- Escalado vertical (cambio de las amplitudes).
- Desplazamiento horizontal (cambio de las fases).
- Desplazamiento vertical (cambio del promedio).

(b) Contestar razonadamente a las siguientes preguntas:

b.1) ¿Qué tipo de transformación se debe realizar en la función $f(x)$ para obtener la función $g(x)$?

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x < \pi \\ 2\pi - x, & \pi \le x < 2\pi \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} \pi x, & 0 \le x < 1 \\ 2\pi - \pi x, & 1 \le x < 2 \end{cases}$$

Calcula el periodo y la frecuencia angular de $g(x)$.

b.2) ¿Y entre la función $f(x)$ de la presentación y la siguiente función $g(x)$?

$$f(x) = 2 - |x|, \quad x \in [-2, 2] \qquad g(x) = -|x|, \quad x \in [-1, 1]$$

Conocido el desarrollo en serie de Fourier de $f(x)$

$$f\left(x\right)=1+\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{\left(2n-1\right)}{2}\pi x\right)}{\left(2n-1\right)^2}$$

obtener el desarrollo de $g(x)$.

Apartado b.1)

Se trata de un escalado horizontal

$g\left(x\right)=f\left(\pi x\right) \quad \rightarrow \quad$ periodo $g\left(x\right)=\frac{2\pi}{\pi}=2 \quad \rightarrow$

frecuencia angular $g\left(x\right)=\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2}=\pi$

Apartado b.2)

Se trata de un escalado horizontal, seguido de un escalado vertical y un desplazamiento vertical

$$g\left(x\right)=\frac{1}{2}f\left(2x\right)-1$$

periodo $g\left(x\right)=2 \quad \rightarrow \quad$ frecuencia angular $g\left(x\right)=\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{2}=\pi$

$$g\left(x\right)=\frac{1}{2}f\left(2x\right)-1 \quad ; \quad f\left(x\right)=1+\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\left(2n-1\right)\pi x/2\right)}{\left(2n-1\right)^2}$$

$$g\left(x\right)=-\frac{1}{2}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\left(2n-1\right)\pi x\right)}{\left(2n-1\right)^2}$$